Goethe-Universität Frankfurt
Fachbereich Physik

Lehrende: Prof. Dr. Roser Valentí, Raum 01.130
Übungsgruppenleitung: Karim Zantout, Room 01.142

Frankfurt, 16.01.2020

Einführung in die Theoretische Festkörperphysik

Wintersemester 2019/20

Blatt 11

(Abgabe: 27.01.2020)

Aufgabe 1 (**Spezifische Wärme eines Halbleiters**) (3 Punkte)

Wir betrachten Halbleiter-Modell, indem die Zustandsdichten für Valenz- und Leitungsband konstant sind, d.h.

$$\rho(E) = \begin{cases} \frac{1}{E_0} & , \ 0 < E < E_0 \text{ und } E_0 + \Delta < E < 2E_0 + \Delta \\ 0 & , \ \text{sonst} \end{cases} .$$

Weiterhin befinde sich im System ein Elektron pro Einheitszelle. Wie lautet die spezifische Wärme in Abhängigkeit von der Temperatur im Grenzfall tiefer Temperaturen?

Aufgabe 2 (**Extrinsischer Halbleiter**) (4 Punkte)

Wir betrachten einen mit Fremdatomen (Konzentration n_D, Teilchen pro Volumen) dotierten Halbleiter mit Bandlücke Δ. Die Dotierung führt zu einem Energieniveau innerhalb der Bandlücke im Abstand ϵ_D unterhalb des Leitungsbandes. Die Valenzbandoberkante ist als Energienullpunkt gewählt und das chemische Potential liege zwischen Donator- und Leitungsband.

Hinweis: Wir betrachten Temperaturen $k_B T \ll \Delta$, was bei Halbleitern mit großem Δ auch für Raumtemperatur erfüllt ist. Elektronen und Löcher in Valenz- und Leitungsband sollen sich wie freie Teilchen mit effektiver Masse $m_{\text{electron}} = m_{\text{hole}}$ verhalten, während das Donatorband als dispersionslos (unendlich schmal) angenommen werden kann.

a) Geben Sie in Abhängigkeit der Donatorkonzentration an, wie viele Ladungsträger durch die Donatoratome im Mittel pro Einheitszelle zur Verfügung gestellt werden.

b) Die Neutralitätsbedingung besagt, dass die Elektronendichte (Anzahl der Leitungselektronen pro Einheitszelle) der Lochdichte entsprechen muss, $n_{\text{electron}} = n_{\text{hole}}$. Leiten Sie daraus den nachfolgenden Ausdruck für die Konzentration von Donatoratomen

$$n_D = A\left(Ae^{\frac{\epsilon_D}{k_B T}} + 1\right)\left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \qquad A = e^{-\frac{\Delta-\mu}{k_B T}}$$

her. Zeigen Sie dafür zunächst, dass das Valenzband praktisch keine Leitungselektronen liefert und benutzen Sie anschließend das Ergebnis aus Aufgabenteil a).

Aufgabe 3 (**Slater-Determinante**) (3 Punkte)

Wir betrachten fermionische Erzeuger $c_k^\dagger = \sum_{r_i} \mathrm{e}^{ikr_i} c_{r_i}^\dagger$, welche Zustände $|k\rangle$ mit Wellenfunktion $\psi_k(r) = \langle r|k\rangle = \langle 0|c_r c_k^\dagger|0\rangle$ erzeugen. Schreiben Sie die Wellenfunktion

$$\psi_{k_1,k_2,k_3}(r_1, r_2, r_3) = \langle 0|c_{r_1} c_{r_2} c_{r_3} c_{k_1}^\dagger c_{k_2}^\dagger c_{k_3}^\dagger|0\rangle$$

eines Systems aus drei Fermionen als Slater-Determinante.