Goethe-Universität Frankfurt am Main
Prof. Dr. Dirk H. Rischke
Sommersemester 2021

Quantenfeldtheorie II – Präsenzblatt 2

Übungsleitung: Alexander Stegemann – stegemann@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabe P15[1]

Raumartige Abstände und Kausalität

Zeigen Sie, dass für ein freies reelles Skalarfeld gilt

$$\langle 0|\hat{\phi}(X)\hat{\phi}(Y)|0\rangle = \int \frac{\mathrm{d}^3\vec{k}}{(2\pi)^3 2E_k}\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}K\cdot(X-Y)} =: \Delta(X-Y), \tag{1}$$

wobei $(K^\mu) = (E_k, \vec{k})^{\mathrm{T}}$ und $E_k = \sqrt{\vec{k}^2 + m^2}$. Es kann gezeigt werden, dass obige Amplitude für raumartige Abstände, also $(X-Y)^2 < 0$, exponentiell abfällt, aber nicht verschwindet.[2] Allerdings gilt $[\hat{\phi}(X), \hat{\phi}(Y)] = 0$. Zeigen Sie dies, indem Sie zunächst herleiten, dass

$$\left[\hat{\phi}(X), \hat{\phi}(Y)\right] = \Delta(X-Y) - \Delta(Y-X). \tag{2}$$

Zeigen Sie dann die behauptete Relation für $x_0 - y_0 = 0$ und erläutern Sie, warum hieraus die Aussage für $(X-Y)^2 < 0$ folgt. Welche physikalische Bedeutung hat diese Aussage?

[1] Aufgabe P15 basiert auf Material von F. Divotgey und J. Eser.

[2] Siehe z. B. M. E. Peskin, D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Abschnitt 2.4