

Quantenfeldtheorie II – Aufgabenblatt 4

Übungsleitung: Alexander Stegemann – stegemann@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabe H17¹

Mandelstam-Variablen und Møller-Streuung (4 + 26 = 30 Punkte)

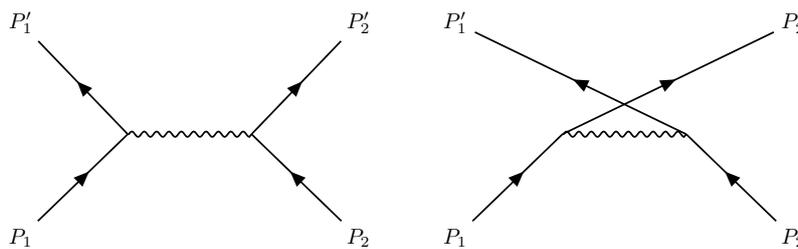
Betrachten Sie den Streuprozess $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$, auch bekannt als Møller-Streuung. Wir bezeichnen die Vierer-Impulse und Spins der einlaufenden Elektronen mit P_1^μ und P_2^μ bzw. s_1 und s_2 . Entsprechend nutzen wir für die Vierer-Impulse und Spins der auslaufenden Elektronen die Ausdrücke $P_1'^\mu$ und $P_2'^\mu$ bzw. s_1' und s_2' . Im Schwerpunktsystem der Impulse (*center of momentum – CM*) gilt

$$(P_1^\mu) = \begin{pmatrix} E \\ \vec{p} \end{pmatrix}, \quad (P_2^\mu) = \begin{pmatrix} E \\ -\vec{p} \end{pmatrix}, \quad (P_1'^\mu) = \begin{pmatrix} E \\ \vec{p}' \end{pmatrix}, \quad (P_2'^\mu) = \begin{pmatrix} E \\ -\vec{p}' \end{pmatrix}. \quad (1)$$

- (i) Drücken Sie die drei Mandelstam-Variablen für den vorliegenden Fall im CM-System durch E , \vec{p} und den Streuwinkel θ aus.
- (ii) Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist im CM-System gegeben durch

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{CM}} = \frac{1}{64\pi^2 s} |\mathcal{M}_{fi}|_{\text{Møller}}^2. \quad (2)$$

In zweiter Ordnung in Störungstheorie tragen dabei folgende Diagramme zur Streuamplitude bei:



Drücken Sie $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{CM}}$ durch die Mandelstam-Variablen aus.

¹Aufgabe H17 basiert auf Material von F. Divotgey und J. Eser sowie auf Material aus C. Itzykson, J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory*.

Setzen Sie anschließend die in (i) erhaltenen Ausdrücke ein und zeigen Sie, dass

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{CM}} = \frac{\alpha^2 (2E^2 - m_e^2)^2}{4E^2 (E^2 - m_e^2)^2} \left[\frac{4}{\sin^4(\theta)} - \frac{3}{\sin^2(\theta)} + \frac{(E^2 - m_e^2)^2}{(2E^2 - m_e^2)^2} \left(1 + \frac{4}{\sin^2(\theta)}\right) \right]. \quad (3)$$

Dabei bezeichnen $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ die Feinstrukturkonstante und m_e die Masse des Elektrons.

Hinweise: Nutzen Sie die Feynman-Regeln aus der Vorlesung. Beachten Sie, dass die obigen Diagramme mit entgegengesetztem Vorzeichen zur Streuamplitude beitragen. Mitteln Sie über s_1 sowie s_2 und summieren Sie über s'_1 sowie s'_2 .