Goethe-Universität Frankfurt am Main
Prof. Dr. Dirk H. Rischke
Sommersemester 2021

Ausgabedatum: 16.04.2021
Abgabedatum: 30.04.2021

Quantenfeldtheorie II – Aufgabenblatt 1

Übungsleitung: Alexander Stegemann – stegemann@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabe H14[1]

ϕ^4-Theorie (20 + 10 = 30 Punkte)

In Abschnitt 6.1 der Vorlesung haben Sie die Lagrange-Dichte der ϕ^4-Theorie kennengelernt,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}[\partial_\mu\phi(X)\partial^\mu\phi(X) - m^2\phi^2(X)] - \frac{\lambda}{4!}\phi^4(X). \tag{1}$$

Anschließend haben Sie das erzeugende Funktional durch

$$Z[J] = \mathcal{N}\exp\left[-\frac{\mathrm{i}\lambda}{4!}\int \mathrm{d}^4X \left(\frac{1}{\mathrm{i}}\frac{\delta}{\delta J(X)}\right)^4\right] Z_0[J] \tag{2}$$

ausgedrückt, dieses störungstheoretisch in erster Ordnung in λ entwickelt sowie die Zwei- und Vier-Punkt-Korrelationsfunktionen berechnet. Hierbei ist $Z_0[J]$ das erzeugende Funktional des freien reellen Klein-Gordon-Felds,

$$Z_0[J] = \exp\left[-\frac{\mathrm{i}}{2}\int \mathrm{d}^4X\, \mathrm{d}^4Y\, J(X)\Delta_F(X-Y)J(Y)\right]. \tag{3}$$

(i) Entwickeln Sie das erzeugende Funktional $Z[J]$ bis zu zweiter Ordnung in λ. Bestimmen Sie die Normierungskonstante $\mathcal{N}$, sodass $Z[0] = 1$ und zeigen Sie explizit, dass sich erneut alle Vakuum-Diagramme gegenseitig aufheben, wie in der Vorlesung behauptet.

(ii) Berechnen Sie basierend auf Ihrem Ergebnis aus (i) die Zwei- und Vier-Punkt-Korrelationsfunktionen der ϕ^4-Theorie in zweiter Ordnung in λ.

Stellen Sie in beiden Teilaufgaben Ihre jeweiligen Ergebnise mit den Feynman-Regeln aus der Vorlesung graphisch dar.

[1] Aufgabe H14 basiert auf Material von F. Divotgey und J. Eser.