

THEORETISCHE PHYSIK 3 - KLASSISCHE ELEKTRODYNAMIK

WiSe 2025 / 2026 – PROF. MARC WAGNER

MICHAEL EICHBERG: eichberg@itp.uni-frankfurt.de

VILJA DE JONGE: dejonge@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabenblatt 13

Abgabe am 06.02.2026, Besprechung in der Woche vom 09.02.2026.

Aufgabe 1 [*Energie und Impuls von monochromatischen Ebenen Wellen*] (3+3+1=7 Pkt.)

Berechne mit Hilfe des Energie-Impuls-Tensors die Energiedichte und die Energiestromdichte einer ebenen monochromatischen Welle. Betrachte dabei die beiden Fälle

- (i) lineare Polarisation,
- (ii) zirkulare Polarisation.

Berechne außerdem die zeitlichen Mittelwerte von Energiedichte und Energiestromdichte.

- (iii) Erläutere anhand geeigneter Skizzen von E-Feld und B-Feld, warum sich zeitlich nicht gemittelte und zeitlich gemittelte Größen bei linearer Polarisation unterscheiden, nicht aber bei zirkularer Polarisation.

Aufgabe 2 [*Wellengleichung für E-Feld und B-Feld*] (3+1+2=6 Pkt.)

- (i) Zeige, ausgehend von den Maxwell-Gleichungen im Vakuum ($j^\mu = 0$), dass $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ und $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ die Wellengleichungen

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2)$$

erfüllen.

- (ii) Sind diese Wellengleichungen in Kombination mit $\nabla \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0$ und $\nabla \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0$ äquivalent zu den Maxwell-Gleichungen im Vakuum?
- (iii) Zeige, dass die in der Vorlesung für $\mathbf{A}$ diskutierten ebenen Wellen diese Wellengleichungen erfüllen.

Aufgabe 3 [*Wellenpakete*] (1+1+3+2=7 Pkt.)

Betrachte eine Überlagerung ebener elektromagnetischer Wellen im Vakuum, spezifiziert durch

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \int dk a e^{-(k-k_0)^2/2\sigma^2} \mathbf{e}_x e^{+i(\omega t + kz)} + \text{c.c.} \quad (3)$$

mit komplexer Konstante a , reellen Konstanten k_0 und σ und $\omega = |k|c$.

- (i) Wie lautet das zugehörige $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$?
- (ii) Beschreibe in Worten, welche ebenen elektromagnetischen Wellen mit welcher Stärke überlagert werden.
- (iii) Zeige, indem du das Integral näherungsweise für $k_0 \gg \sigma$ löst, dass es sich um eine räumlich beziehungsweise zeitlich begrenzte Welle (ein sogenanntes Wellenpaket) handelt. (*Beachte, dass ω von k abhängt.*)
- (iv) Schätze mit Deinem Ergebnis die räumliche Ausdehnung des oben angegebenen Gaußschen Wellenpakets ab, wenn die wesentlichen Beiträge vom für den Menschen sichtbaren Licht kommen.