Theoretische Physik 3 - Klassische Elektrodynamik

WiSe 2025 / 2026 – Prof. Marc Wagner

Michael Eichberg: eichberg@itp.uni-frankfurt.de
Vilija de Jonge: dejonge@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabenblatt 4

Abgabe am 14.11.2025, Besprechung in der Woche vom 17.11.2025.

Aufgabe 1 [*Knick ↔ Sprung ↔ δ-Funktion*] (1+2+2=5 Pkt.)

Man kann den Ableitungsbegriff auf Funktionen wie z.B. die Heaviside-Funktion

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x < 0\,, \\ \frac{1}{2}, & \text{falls } x = 0\,, \\ 1, & \text{falls } x > 0\,, \end{cases} \tag{1}$$

erweitern, in dem man fordert, dass die Ableitung $\Theta'(x)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x\, \Theta'(x)\varphi(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x\, \Theta(x)\varphi'(x) \tag{2}$$

für alle glatten Funktionen φ mit kompaktem Träger (d.h. bis auf eine kompakte Untermenge des $\mathbb{R}$ gilt $\varphi(x) = 0$) erfüllt.

(i) Zeige, dass falls φ wie oben gewählt wird und f differenzierbar ist,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x\, f'(x)\varphi(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x\, f(x)\varphi'(x)\,. \tag{3}$$

Dies kann als Motivation für obige Definition verstanden werden.

(ii) Zeige im Rahmen des erweiterten Ableitungsbegriffs für die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x < 0, \\ x, & \text{falls } x \geq 0\,, \end{cases} \tag{4}$$

dass $f'(x) = \Theta(x)$.

(iii) Weise nun noch nach, dass $\Theta'(x) = \delta(x)$.

Aufgabe 2 [*Homogen geladener Zylinder*] (4+1=5 Pkt.)

Gegeben ist ein unendlich langer, homogen geladener Zylinder (Ladungsdichte ρ) mit Radius R.

(i) Berechne E-Feld beziehungsweise elektrostatisches Potential auf zwei der drei in der Vorlesung diskutierten Wege:

(a) Mit dem Gaußschen Gesetz,

(b) Durch Lösen der Poisson-Gleichung.

(ii) Formuliere einen Integralausdruck für das elektrostatische Potential ähnlich wie in Blatt 3 Aufgabe 1. Begründe, warum sich das Integral nicht auf so einfachem Wege berechnen lässt wie im Falle einer kugelsymmetrischen Ladungsverteilung (beschreibe nur die Schwierigkeiten, das Integral muss nicht vollständig gelöst werden).

Aufgabe 3 [*Geladene Platten*] `(2+3=5 Pkt.)`

(i) Gegeben ist eine unendlich ausgedehnte, homogen geladene Platte (Flächenladungsdichte σ). Berechne das E-Feld und das elektrostatische Potential.

(ii) Betrachte nun drei unendlich ausgedehnte, homogen geladene, parallele Platten (Flächenladungsdichten σ_j, $j = 1, 2, 3$) mit Abständen d_{12} zwischen Platte 1 und Platte 2 und d_{23} zwischen Platte 2 und Platte 3. Berechne das E-Feld und das elektrostatische Potential.

Aufgabe 4 [*Kugelkondensator*] `(3+2=5 Pkt.)`

Betrachte einen Kugelkondensator, der aus zwei konzentrischen Kugelschalen aus Metall, Radien R_1 und $R_2 > R_1$, besteht. Das elektrostatische Potential auf den Metallkugeln ist $\Phi_1 = \text{const}$ bzw. $\Phi_2 = \text{const}$.

(i) Löse das Randwertproblem zwischen den beiden Kugeln, d.h. für $R_1 < r < R_2$. Gib sowohl Φ als auch $\boldsymbol{E}$ an.

(ii) Berechne die auf den Metalloberflächen influenzierte Ladungsdichten und Ladungen sowie die Kapazität des Kugelkondensators.

Unter `http://www.falstad.com/emstatic/index.html` *findet sich eine Java-Anwendung zur Visualisierung von physikalischen Konzepten. U.a. kann man sich die Felder und Potentiale aus dieser Aufgabe anzeigen lassen.*