

THEORETISCHE PHYSIK 3 - KLASSISCHE ELEKTRODYNAMIK

WiSe 2025 / 2026 – PROF. MARC WAGNER

MICHAEL EICHBERG: eichberg@itp.uni-frankfurt.de

VILJA DE JONGE: dejonge@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabenblatt 3

Abgabe am 07.11.2025, Besprechung in der Woche vom 10.11.2025.

Aufgabe 1 [*Elektrostatistisches Potential und E-Feld einer homogen geladenen Kugel*] (4+2=6 Pkt.)

- (i) Berechne das elektrostatische Potential einer homogen geladenen Kugel (Zentrum im Ursprung, Radius R , Gesamtladung q) durch Lösen des in der Vorlesung diskutierten Integrals

$$\Phi(\mathbf{r}) = \int d^3r' \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (1)$$

Fertige eine Skizze des Ergebnis an.

Hinweis: Die Verwendung von Kugelkoordinaten ist zweckmäßig.

- (ii) Berechne, ausgehend von $\Phi(\mathbf{r})$ aus Teilaufgabe (i), das E-Feld der homogen geladenen Kugel. Illustriere auch hier wieder dein Ergebnis.

Aufgabe 2 [*“Beweis” des Satzes von Stokes*] (3 Pkt.)

Beweise analog zum “Beweis” des Satzes von Gauß aus der Vorlesung den Satz von Stokes für den Spezialfall, dass die Fläche in der x - y -Ebene liegt, d.h. eben ist.

Aufgabe 3 [*Anwendung des Satzes von Stokes*] (4 Pkt.)

- (i) Betrachte das im 3-dimensionalen Raum definierte Vektorfeld

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}) = \alpha \begin{pmatrix} -\alpha y^3 \\ \beta x + \tanh(\gamma y) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

mit $\mathbf{r} = (x, y, z)$ und berechne

$$\int_A dA \nabla \times \mathbf{f}(\mathbf{r}), \quad (3)$$

wobei die Fläche A einem in der x - y -Ebene liegenden Quadrat mit Ausdehnung $0 \leq x \leq 1$ und $0 \leq y \leq 1$ entspricht, durch direktes Lösen des Integrals über A .

- (ii) Berechne erneut die oben definierte Größe I , indem Du zunächst den Satz von Stokes verwendest, um das Flächenintegral in ein Linienintegral umzuschreiben, und dieses dann löst. Führe eine übersichtliche Rechnung aus und fertige eine verständliche Skizze an, aus denen die Beiträge der vier das Quadrat begrenzenden Geradenstücke klar erkennbar sind.

Aufgabe 4 [*Anwendung des Satzes von Gauß*]

(2+5=7 Pkt.)

- (i) Formuliere den Satz von Gauß in einer Dimension. Um welche dir seit der Schulzeit bekannte Beziehung handelt es sich?
- (ii) Berechne das Integral

$$\int_V d^3\mathbf{r} \nabla \mathbf{f}(\mathbf{r}), \quad \mathbf{f}(\mathbf{r}) = \mathbf{r} \quad (4)$$

(V ist ein Torus mit Hauptradius R und Nebenradius r ($r < R$), dessen Symmetrieachse der z -Achse entspricht) auf zwei unterschiedlichen Wegen,

- durch Lösen des Volumenintegrals,
- durch Anwendung des Satzes von Gauß und Lösen des Oberflächenintegrals,

und verifiziere die Gültigkeit des Satzes von Gauß anhand dieses Beispiels.