**Organisation der Übungen: Jonas Scheunert Raum 02.104 scheunert@th.physik.uni-frankfurt.de**

---

# Blatt 13

vom 01.02.2018, Abgabe am 08.02.2018 in der Vorlesung,
Besprechung in den Übungen in der Woche vom 11.02.2019 bis 15.02.2019

## 46) Energie und Impuls von monochromatischen Ebenen Wellen *(3+3+1=7 Punkte)*

Berechne mit Hilfe des Energie-Impuls-Tensors die Energiedichte und die Energiestromdichte einer ebenen monochromatischen Welle. Betrachte dabei die beiden Fälle

i. lineare Polarisation,

ii. zirkulare Polarisation.

Berechne außerdem die zeitlichen Mittelwerte von Energiedichte und Energiestromdichte.

iii. Erläutere anhand geeigneter Skizzen von E-Feld und B-Feld, warum sich zeitlich nicht gemittelte und zeitlich gemittelte Größen bei linearer Polarisation unterscheiden, nicht aber bei zirkularer Polarisation.

## 47) Wellengleichung für E-Feld und B-Feld *(3+1+2=6 Punkte)*

i. Zeige, ausgehend von den Maxwell-Gleichungen im Vakuum ($j^\mu = 0$), dass $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ und $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ die Wellengleichungen

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \triangle\right)\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad = \quad 0 \quad , \quad \left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \triangle\right)\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \quad = \quad 0$$

erfüllen.

ii. Sind diese Wellengleichungen in Kombination mit $\nabla\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0$ und $\nabla\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0$ äquivalent zu den Maxwell-Gleichungen im Vakuum?

iii. Zeige, dass die in der Vorlesung für $\mathbf{A}$ diskutierten ebenen Wellen diese Wellengleichungen erfüllen.

## 48) Wellenpakete *(1+1+3+2=7 Punkte)*

Betrachte eine Überlagerung ebener elektromagnetischer Wellen im Vakuum, spezifiziert durch

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad = \quad \int dk\, a e^{-(k-k_0)^2/2\sigma^2} \mathbf{e}_x e^{+i(\omega t + kz)} + \text{c.c.}$$

mit komplexer Konstante $a$, reellen Konstanten $k_0$ und $\sigma$ und $\omega = |k|c$.

i. Wie lautet das zugehörige $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$?

ii. Beschreibe in Worten, welche ebenen elektromagnetischen Wellen mit welcher Stärke überlagert werden.

iii. Zeige, indem du das Integral näherungsweise für $k_0 \gg \sigma$ löst, dass es sich um eine räumlich beziehungsweise zeitlich begrenzte Welle (ein sogenanntes Wellenpaket) handelt. *(Beachte, dass $\omega$ von $k$ abhängt.)*

iv. Schätze mit Deinem Ergebnis die räumliche Ausdehnung des oben angegebenen Gaußschen Wellenpakets ab, wenn die wesentlichen Beiträge vom für den Menschen sichtbaren Licht kommen.