Organisation der Übungen: **Antje Peters** **Raum 2.107** **peters@th.physik.uni-frankfurt.de**

Blatt 4

vom 11.11.2016, Abgabe am 18.11.2016 in der Vorlesung

11) Knick $\leftrightarrow$ Sprung $\leftrightarrow$ δ-Funktion (mündlich) *(2+2+1=5 Punkte)*

i. Berechne die unbestimmten Integrale, d.h. die Stammfunktionen

$$I(x) = \int dx\, \delta(ax+b) \quad \text{und} \quad H(x) = \int dx\, I(x). \tag{1}$$

und skizziere den Graphen von $H(x)$.

ii. Betrachte die stückweise durch Fallunterscheidung definierte Funktion

$$f(x) \quad = \quad \begin{cases} g(x) & \text{falls } x \leq x_0 \\ h(x) & \text{falls } x \geq x_0 \end{cases} \quad ,$$

wobei für $g(x)$ und $h(x)$ die Beziehung $g(x_0) = h(x_0)$ gilt.

(a) Drücke $f(x)$ ohne Fallunterscheidung mit Hilfe der Heaviside-Funktion $\Theta(x)$ aus ($\Theta(0) = 1/2$ soll dabei gelten).

(b) Berechne mit Deiner Darstellung von $f(x)$ aus (a) die Ableitungen $f'(x)$ und $f''(x)$ und vereinfache die Ergebnisse so weit wie möglich.

(c) Skizziere $f(x)$, $f'(x)$ und $f''(x)$ für den Fall $g'(x_0) \neq h'(x_0)$, $g''(x_0) \neq h''(x_0)$ und für den Fall $g'(x_0) = h'(x_0)$, $g''(x_0) \neq h''(x_0)$.

iii. Begründe, ausgehend von Deinen Ergebnissen aus (i) und (ii), dass die Ableitung einer Funktion mit einem Knick eine Funktion mit einem Sprung an gleicher Stelle ergibt. Begründe außerdem, dass erneute Ableitung zu einer Funktion führt, die sich an der Sprungstelle δ-funktionsartig verhält.

12) E-Felder (mündlich) *(5 Punkte)*

Welches der drei Felder

$$\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}) \;=\; \alpha(0\,,-z\,,+y) \quad , \quad \mathbf{E}^{(2)}(\mathbf{r}) \;=\; \beta(+1\,,0\,,0) \quad , \quad \mathbf{E}^{(3)}(\mathbf{r}) \;=\; \gamma(0\,,+y\,,0)$$

ist kein zulässiges E-Feld. Interpretiere die verbleibenden beiden Felder als E-Felder und berechne die zugehörige Ladungsverteilung. Diskutiere die (eventuell überraschenden) Ergebnisse.

13) Homogen geladener Zylinder (schriftlich) *(4+1=5 Punkte)*

Gegeben ist ein unendlich langer, homogen geladener Zylinder (Ladungsdichte ρ) mit Radius R.

i. Berechne E-Feld beziehungsweise elektrostatisches Potential auf zwei der drei in der Vorlesung diskutierten Wegen:

   (A) Mit dem Gaußschen Gesetz.

   (B) Durch Lösen der Poisson-Gleichung.

ii. Formuliere einen Integralausdruck für das elektrostatische Potential ähnlich wie in Aufgabe 8. Begründe, warum sich das Integral nicht auf so einfachem Wege berechnen lässt wie im Falle einer kugelsymmetrischen Ladungsverteilung.

14) Geladene Platten (schriftlich) *(2+3=5 Punkte)*

i. Gegeben ist eine unendlich ausgedehnte, homogen geladene Platte (Flächenladungsdichte σ). Berechne das E-Feld und das elektrostatische Potential.

ii. Betrachte nun drei unendlich ausgedehnte, homogen geladene, parallele Platten (Flächenladungsdichten σ_j, $j = 1, 2, 3$) mit Abständen d_{12} zwischen Platte 1 und Platte 2 und d_{23} zwischen Platte 2 und Platte 3. Berechne das E-Feld und das elektrostatische Potential.