

THEORETISCHE PHYSIK 2 - MECHANIK

SOMMERSEMESTER 2022 – PROF. MARC WAGNER

MARTIN PFLAUMER: pflaumer@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabenblatt 5

vom 13.05.22, Abgabe am 20.05.22, Besprechung in der Woche vom 23.05.22

Aufgabe 1 [Lorentz-Invarianz von Gleichungen] (2 Pkt.)

$x^\mu = (x^0, \mathbf{x})$, $K^\mu = (K^0, \mathbf{K})$ und j^μ sind Lorentz-Vektoren, $F^{\mu\nu}$ ist ein Lorentz-Tensor.

Zeige, dass die beiden Gleichungen

$$m \frac{d^2}{d\tau^2} x^\mu = K^\mu \quad , \quad \partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu$$

forminvariant unter Lorentz-Transformationen sind, also in Σ die gleiche Form haben wie in Σ' und damit sinnvolle Gleichungen im Rahmen der Speziellen Relativitätstheorie darstellen.

Hinweis: Ein Lorentz-Tensor transformiert sich gemäß $F'^{\sigma\rho} = \Lambda^\sigma_\mu \Lambda^\rho_\nu F^{\mu\nu}$.

Aufgabe 2 [Fotografie eines schnell bewegten Objekts] (1+2=3 Pkt.)

Du fotografierst das Drahtgestell eines weit entfernten Würfels (jede Kante wird von einer dünnen Stange gebildet, d.h. insgesamt 12 Stangen). Der Würfel ist so weit entfernt, dass alle vom Würfel ausgesendeten bzw. reflektierten Photonen die Kamera unter dem gleichen Winkel erreichen. Der Würfel ist entlang der Koordinatenachsen ausgerichtet, ebenso wie die Kamera (Blickrichtung in y -Richtung).

- Wie sieht das Foto aus, wenn der Würfel relativ zur Kamera ruht?
- Wie sieht das Foto aus, wenn sich der Würfel mit Geschwindigkeit $v = \beta c$ in x -Richtung bewegt?

Fertige für beide Fälle Skizzen an.

Hinweis: Beachte bei (b) nicht nur den Effekt der Längenkontraktion sondern auch die Tatsache, dass sich Photonen mit der endlichen Lichtgeschwindigkeit bewegen. Nimm außerdem an, dass die Belichtungszeit infinitesimal ist, d.h. das Foto auch bei schneller Bewegung des Objekts scharf ist.

Aufgabe 3 [Relativistische Bewegungsgleichungen] (2+3+1=6 Pkt.)

Wir betrachten ein Raumschiff, das von einer Raumstation startet und geradlinig in x -Richtung beschleunigt wird, sodass ein Astronaut (Masse m) stets mit seinem gewohnten Erdgewicht mg gegen den Raumschiffboden gedrückt wird.

- Stelle die Bewegungsgleichung für den Astronauten im Raumschiff im System der Raumstation auf.
- Löse die Bewegungsgleichung d.h. berechne sowohl $v(t)$ als auch $x(t)$.

- (c) Diskutiere die Grenzfälle sehr kleiner und sehr großer Zeiten.

Hinweise: Beginne mit dem relativistischen Ausdruck des Dreierimpulses, um die Bewegungsgleichung aufzustellen.

Für die Bestimmung von $v(t)$ ist es zweckmäßig, mit der Bewegungsgleichung zu arbeiten, bevor die zeitliche Ableitung ausgeführt wurde.

Aufgabe 4 [Eigenzeit zweier Uhren] (3+1+2=6 Pkt.)

Zwei Uhren bewegen sich von einem Startpunkt A (Zeitpunkt $t_A = 0$) zum Endpunkt B (Zeitpunkt t_B) entlang zweier verschiedener Trajektorien mit relativistischen Geschwindigkeiten. Die erste Uhr bewegt sich entlang der Geraden

$$x_1(t) = v_0 t,$$

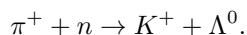
die zweite Uhr entlang der Parabel

$$x_2(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2.$$

- (a) Bestimme die Eigenzeit der Uhren bei Erreichen von B .
- (b) Die Geschwindigkeit der in (a) betrachteten Uhren muss den Grundprinzipien der speziellen Relativitätstheorie entsprechen. Welche Einschränkung in der Wahl der Parameter v_0 beziehungsweise a_0 lässt sich daraus herleiten?
Hinweis: Was ist die maximale Geschwindigkeit im Zeitintervall $t_a \leq t \leq t_B$?
- (c) Vergleiche die beiden Eigenzeiten für den maximal zulässigen Wert von v_0 .

Aufgabe 5 [Pion-Neutron-Streuung] (3 Pkt.)

Betrachte die Kollision eines Pions mit einem ruhenden Neutron, bei der sich diese beiden Teilchen in ein K -Meson und ein Λ -Baryon umwandeln:



Die Massen des Pions, des Neutrons, des K -Mesons und des Λ -Baryons sind $m_{\pi^+} = 140 \text{ MeV}/c^2$, $m_n = 940 \text{ MeV}/c^2$, $m_{K^+} = 494 \text{ MeV}/c^2$ und $m_{\Lambda^0} = 1115 \text{ MeV}/c^2$. Berechne die Schwellenenergie (die Minimalenergie des Pions) zur Erzeugung des K -Mesons im Winkel 90° zur Einfallsrichtung des Pions im Laborsystem, in dem das Neutron ruht.