

Blatt 6

vom 13.05.2016, Abgabe am 20.05.2016 in der Vorlesung

19) Forminvarianz unter Lorentz-Transformationen (schriftlich) (2+2=4 Punkte)

$x^\mu = (x^0, \vec{x})$, $K^\mu = (K^0, \vec{K})$ und j^μ sind Lorentz-Vektoren, $F^{\mu\nu}$ ist ein Lorentz-Tensor.

i. Zeige, dass die beiden Gleichungen

$$m \frac{d^2}{d\tau^2} x^\mu = K^\mu, \quad \partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu$$

forminvariant unter Lorentz-Transformationen sind, also in Σ die gleiche Form haben wie in Σ' und damit sinnvolle Gleichungen im Rahmen der Speziellen Relativitätstheorie darstellen.

ii. Zeige, dass die beiden Gleichungen

$$A^0 = 0, \quad m \frac{d^2}{dt^2} \vec{x} = \vec{K}$$

nicht forminvariant unter Lorentz-Transformationen sind, also in Σ eine andere Form haben wie in Σ' .

20) Kosmisches Nukleon (schriftlich) (2+2+2=6 Punkte)

- i. Berechne die Minimalenergie E_N eines Nukleons der kosmischen Strahlung die notwendig ist, um in einem zentralen Stoß ($\vec{p}_N \vec{p}_\gamma = -|\vec{p}_N||\vec{p}_\gamma|$) an Photonen der 3 K-Hintergrundstrahlung ein π -Meson zu erzeugen: $N + \gamma \rightarrow N + \pi$ (3 K entspricht einer mittleren Photonenergie von 2.6×10^{-4} eV). Vergleichen das Ergebnis mit der Ruheenergie eines Nukleons.
- ii. Wie groß ist die Energie der Photonen im Ruhesystem eines kosmischen Nukleons der Energie E_N ?
- iii. Die 3 K-Hintergrundstrahlung erfüllt das Universum mit einer Dichte $n_\gamma \approx 10^3 \text{ cm}^{-3}$. Berechnen Sie die Dichte der Photonen im Ruhesystem eines kosmischen Nukleons der Energie E_N sowie ihre Energiedichte und vergleichen Sie diese Dichte mit der typischen Dichte eines Gases bei Zimmertemperatur (zum Beispiel Stickstoff).

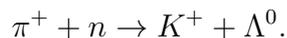
21) Alternde Zwillinge (mündlich) (2+3+2=7 Punkte)

Zwei gleichaltrige Geschwister verbringen die ersten 20 Jahre ihres Lebens auf der Erde. Dann reist die Schwester mit einem mit Geschwindigkeit $v = \beta c$ fliegenden Raumschiff zu einem 20 Lichtjahre entfernten Sonnensystem, wo sie 10 Jahre verbringt und dann wieder mit ihrem Raumschiff Richtung Erde zurückfliegt. Der Bruder bleibt währenddessen bis zu seinem 50-ten Lebensjahr auf der Erde zurück, beschließt dann aber, seine Schwester zu besuchen und nimmt ebenfalls mit einem mit Geschwindigkeit $v = \beta c$ fliegenden Raumschiff Kurs auf das Sonnensystem, zu dem seine Schwester vor (aus seiner Sicht) 30 Jahren aufgebrochen ist.

- i. Skizziere die Weltlinien der Schwester und des Bruders im Inertialsystem der Erde.
- ii. Wo treffen sich Schwester und Bruder wieder? Wie alt sind sie jeweils? Stelle zunächst allgemeine Formeln für beliebige v auf. Setze dann konkret $\beta = 4/5$ ein.
- iii. Gib quantitativ und detailliert für $v = c$ den Alterungsprozess der Schwester aus Sicht des Bruders und umgekehrt auch den Alterungsprozess des Bruders aus Sicht der Schwester jeweils bis zu deren 60-tem Lebensjahr an.

22) Pion-Neutron-Streuung (mündlich) (3 Punkte)

Betrachte die Reaktion



Die Massen des Pions, des Neutrons, des K-Mesons und des Λ -Teilchens sind $m_{\pi^+} = 140 \text{ MeV}/c^2$, $m_n = 940 \text{ MeV}/c^2$, $m_{K^+} = 494 \text{ MeV}/c^2$ und $m_{\Lambda^0} = 1115 \text{ MeV}/c^2$. Berechne die Schwellenenergie (Minimalenergie) zur Erzeugung des K -Mesons im Winkel 90° zur Einfallsrichtung des Pions im Laborsystem, in dem das Neutron ruht.