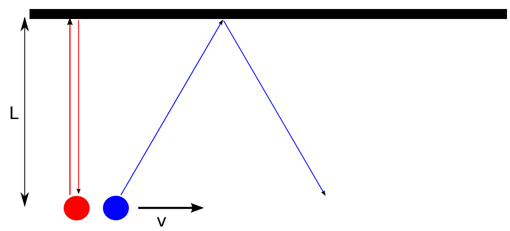
Organisation Übungen: **Arthur Dromard** **Raum 2.107** **dromard@th.physik.uni-frankfurt.de**

Blatt 2

vom 15.04.2016, Abgabe am 22.04.2016 in der Vorlesung

4) Experimente mit Licht (mündlich) *(2+2+1=5 Punkte)*



Zwei Physiker experimentieren vor einem Spiegel. Einer der Physiker befindet sich ruhend im Laborsystem, während sich der andere Physiker auf einer Trajektorie parallel zu dem Spiegel mit Geschwindigkeit v bewegt. Zur selben Zeit senden die Physiker ein Lichtsignal. Die Signale werden von dem Spiegel reflektiert und von den Physikern wieder detektiert.

i. Führe folgende Aufgaben im Laborsystem aus:

   (a) Berechne die Zeit, die das Signal des im Laborsystem ruhenden Physikers benötigt, um zum ruhenden Physiker zurückzukehren.

   (b) Berechne die Zeit, die das Signal des im Laborsystem bewegten Physikers benötigt, um zum bewegten Physiker zurückzukehren.

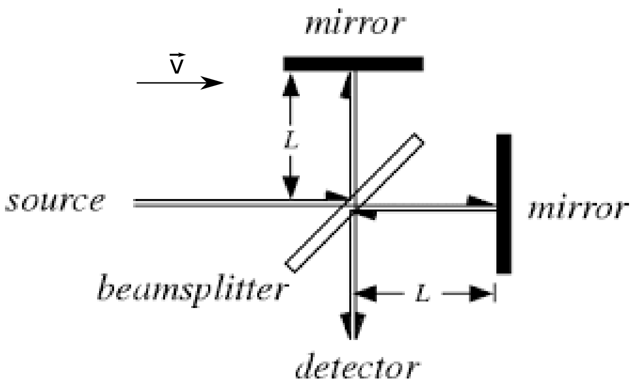
   (c) Welcher Physiker empfängt sein Signal zuerst?

ii. Wiederhole i.(a)-i.(c) im Ruhesystem des bewegten Physikers.

iii. Vergleiche die Zeiten, die das Signal des bewegten Physikers benötigt, um im Laborsystem bzw. im Ruhesystem des bewegten Physikers zurückzukehren. Warum sprechen wir von Zeitdilatation?

(Hinweis: Licht soll sich in all Deinen Überlegungen, in jedem System mit der gleichen Lichtgeschwindigkeit $c = \text{const}$ ausbreiten.)

5) Michelson-Morley Experiment (mündlich) *(1+2+1+1=5 Punkte)*



Das Michelson–Morley Experiment wurde durchgeführt um die Existenz des Äthers nachzuweisen. Eine Art Fluid, welches die Propagation des Lichts im Raum erlaubt, ähnlich wie Wellen in Wasser, mit konstanter Geschwindigkeit c bezüglich des Äthers. Das Experiment hat einen einfachen Aufbau und verwendet das Michelson Interferometer. Von einer Quelle wird ein Lichtstrahl erzeugt, welcher dann unter 90 Grad aufgespalten wird. Die beiden Strahlen werden dann, wie dargestellt, jeweils von einem Spiegel zum Detektor reflektiert. Das Experiment wird so durchgeführt, dass die Geschwindigkeit des Erdorbits ($\vec{v}$, angenommenen im Äthersystem) ausgenutzt wird. Ein Spiegel steht parallel zur Erdbewegung, der andere senkrecht dazu, wie es auf der Figur dargestellt ist.

i. Zur Zeit des Experiments war die spezielle Relativitätstheorie noch nicht formuliert. Deshalb gehen wir davon aus, dass die Lichtgeschwindigkeit nicht absolut ist, d.h. die Lichtgeschwindigkeit ist nicht gleich in jedem System. Beschreibe qualitativ, welche Ergebnisse zu erwarten waren.

ii. Die Geschwindigkeit der Erde beträgt $v = 30\text{km s}^{-1}$ und der Abstand zwischen Strahlteiler und Spiegeln $L = 30\text{m}$. Berechne im Rahmen der Äthertheorie die Zeitdifferenz zwischen zwei gleichzeitig emittierten Photonen, die an jeweils einem der Spiegel reflektiert werden. Erwartest Du, dass diese Differenz messbar war?

iii. Die erwartete Zeitdifferenz konnte nicht gemessen werden. Welche Schlussfolgerungen konnte man daraus ziehen? Erläutere dies qualitativ, ausgehend von Deinem Wissen über Relativitätstheorie.

iv. Nimm nun Deinen Wissen hinzu, dass nichts schneller als Licht sein kann und berechne erneut die Zeitdifferenz zwischen den beiden Photonen.

6) Rotationsmatrizen 3 (schriftlich) *(2+2=4 Punkte)*

A ist eine Rotationsmatrix:

$$A = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 3 & 1 & \sqrt{6} \\ 1 & 3 & -\sqrt{6} \\ -\sqrt{6} & \sqrt{6} & 2 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

i. Wie lautet die Rotationsachse?

ii. Wie lautet der Rotationswinkel?

(Hinweis: Die Rotationsachse wird von der Rotation nicht verändert.)

7) Lorentz- und Rotations-Gruppe (schriftlich) *(1+2+3=6 Punkte)*

Eine Gruppe G ist eine Menge von Elementen, mit einer Operation $\circ$ auf G, die die folgenden vier Axiome erfüllt:

i. $\forall a, b \in G,\ a \circ b \in G$ (Abgeschlossenheit)

ii. $\forall a, b, c \in G,\ (a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$ (Assoziativität)

iii. $\exists e \in G / \forall a \in G, a \circ e = e \circ a = a$ (Existenz der Identität)

iv. $\forall a \in G, \exists a^{-1} \in G / a \circ a^{-1} = e$ (Existenz der Inverse)

Die SO(3)-Gruppe (Rotationsgruppe).

Die SO(3) ist die Gruppe aller Rotationen im reellen dreidimensionalen Raum. Sie ist folgendermaßen charakterisiert:

$$\forall U \in \mathrm{SO}(3), U^T U = \mathrm{Id} \text{ und } \det(U) = 1 \tag{2}$$

i. Beweise, dass die SO(3) eine Gruppe ist.

Die Lorentz-Gruppe.

Die Lorentz-Gruppe O(3,1) ist die Gruppe mit den folgenden Eigenschaften:

$$\forall U \in \mathrm{O(3,1)}, U^T \eta U = \eta \tag{3}$$

mit $\eta = \mathrm{diag}(+, -, -, -)$.

i. Beweise, dass auch die O(3,1) eine Gruppe ist.

ii. Matrizen

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} \tag{4}$$

mit $R \in$SO(3) sind auch Elemente von O(3,1)

(a) Beweise diese Aussage, d.h. zeige $M \in O(3,1), \forall R \in \mathrm{SO}(3)$.

(b) Zeige, dass die Menge aller M eine Gruppe bildet.