

### Blatt 3

vom 30.10.2015, Abgabe am 06.11.2015 in der Vorlesung

#### 9) Konstante Kräfte I (schriftlich) (3+3=6 Punkte)

Skizzieren Sie die folgenden Situationen und stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf, welche dann zu lösen sind. Nehmen Sie die Schwerkraft jeweils als konstant an.

- (a) Leiten Sie die Trajektorie des schiefen Wurfes aus Aufgabe 8) her. Betrachten Sie hierzu einen Massenpunkt, welcher unter einem Winkel  $\alpha$  mit Geschwindigkeit  $v_0$  vom Ursprung aus abgeworfen wird. Die Masse bewege sich in positive x- und z-Richtung. Der Winkel wird von der x-Achse aus gemessen.
- (b) Zwei Steine werden im zeitlichen Abstand  $\Delta t > 0$  mit gleicher Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  im Schwerfeld der Erde senkrecht nach oben geworfen. Bestimmen Sie die Zeit  $T_S$ , bei der die Steine zusammenstoßen. Wie groß sind zu diesem Zeitpunkt deren Geschwindigkeiten?

#### 10) Inertialsysteme (schriftlich) (2+2=4 Punkte)

- (a) Klassisches Relativitätsprinzip: Zwei Beobachter  $O$  und  $\bar{O}$  verfolgen die Bewegung eines Teilchens  $P$  der Masse  $m$ . Zeigen Sie, dass das Teilchen nur dann für beide Beobachter dieselbe Kraft erfährt wenn sich beide mit konstanter Geschwindigkeit relativ zueinander bewegen. Die Position von  $P$  sei  $\mathbf{r}$  bzw.  $\bar{\mathbf{r}}$ . *Hinweis: Betrachten Sie die Differenz der Kräfte in beiden Koordinatensystemen. Wann verschwindet diese? Die tatsächliche Anordnung der Koordinatensysteme der Beobachter zueinander ist nicht relevant.*
- (b) Überzeugen Sie sich exemplarisch, dass die Newton'sche Bewegungsgleichung nur in solchen Koordinatensystemen unverändert gilt, welche sich mit konstanter Geschwindigkeit relativ zueinander bewegen. Betrachten Sie hierzu zwei Koordinatensysteme  $\Sigma$  und  $\Sigma'$  mit entsprechenden Koordinaten  $\mathbf{r}$  und  $\mathbf{r}'$ .  $\Sigma$  sei kräftefrei. Um von  $\Sigma$  zu  $\Sigma'$  zu wechseln, betrachten Sie einmal eine sogenannte Galilei-Transformation der Form

$$\mathbf{r} = v_0 t \mathbf{e}_y + \mathbf{r}'$$

und einmal eine Transformation der Form

$$\mathbf{r} = \frac{1}{2} b t^2 \mathbf{e}_y + v_0 t \mathbf{e}_y + \mathbf{r}' .$$

Wie wirken sich die beiden Transformationen auf die Bewegungsgleichungen aus?

### 11) Konstante Kräfte II (mündlich) (2+2+2=6 Punkte)

Ein Massenpunkt bewege sich, vom Ursprung startend, kräftefrei mit Geschwindigkeit  $\mathbf{v} = v_0(1, 2, 0)$ . Sobald er eine Distanz  $d$  in x-Richtung zurückgelegt hat, wirke eine konstante Kraft  $\mathbf{F}_0 = -F_0\mathbf{e}_y$  auf ihn.

- Geben Sie die Trajektorie  $r_1(t)$  für den kräftefreien Teil der Bewegung an. Zu welcher Zeit  $t_1$  beginnt die konstante Kraft auf die Masse zu wirken? Bestimmen Sie auch Ort und Geschwindigkeit bei  $t_1$ .
- Bestimmen Sie die Trajektorie  $r_2(t)$  des Massenpunktes für den Teil der Bewegung unter Einfluß der Kraft. Stellen Sie hierzu die Bewegungsgleichung auf und lösen Sie sie.
- Betrachten Sie im Folgenden den Fall, dass  $F_0 = \frac{mv_0^2}{d}$  gilt. Sobald die Masse  $y = 0$  erreicht hat sei sie wieder kräftefrei. Bestimmen Sie die Zeit  $t_2$ , bei der dies der Fall ist. Geben Sie die Geschwindigkeit an, mit der die Masse sich dann weiter fortbewegt.

### 12) Kraftfelder (mündlich) (2+2=4 Punkte)

- Die zwischen einer elektrischen Ladung  $q_1$  und einer Testladung  $q_t = -q_1$  auftretende Kraft, die Coulomb-Kraft, ist in ihrer Struktur identisch zur Gravitationskraft und lautet

$$\mathbf{F}_{1 \rightarrow t} = \frac{q_1 q_t}{4\pi\epsilon_0 r_{1t}^2} \hat{\mathbf{r}}_{1 \rightarrow t} .$$

Hierbei ist  $r_{1t}$  der Abstand zwischen den Ladungen,  $\hat{\mathbf{r}}_{1 \rightarrow t}$  die Richtung der Kraft und  $\epsilon_0$  eine Konstante.

- Skizzieren Sie  $\mathbf{F}$  für alle möglichen Orte der Testladung  $q_t$  (d.h. für den ganzen Raum). Wie sieht  $\mathbf{F}$  in der x-y- und der x-z-Ebene aus?
  - Wie verändert sich die Situation, wenn die Testladung die Kraft von zwei elektrischen Ladungen  $q_1$  und  $q_2$  verspürt, d.h. welche Kraft wirkt nun auf  $q_t$ ?  $q_1$  und  $q_2$  seien im Abstand  $d > 0$  voneinander angebracht. Falls  $q_1 = q_2 \equiv q$  gilt, gibt es einen Ort wo keine Kraft auf  $q_t$  wirkt?
- Gegeben sei ein konstantes Magnetfeld  $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ . Ein Teilchen mit elektrischer Ladung  $q$  bewege sich mit Geschwindigkeit  $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_y$  durch das Magnetfeld. Die Kraft, die durch das Magnetfeld auf das Teilchen ausgeübt wird, lautet

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \text{ (Lorentzkraft) .}$$

- Zeigen Sie, dass  $\mathbf{F}$  den Betrag der Geschwindigkeit nicht ändert, d.h. das  $\frac{d}{dt}|\mathbf{v}| = 0$ .
- Skizzieren Sie qualitativ die Bewegung des Teilchens, indem Sie sich Kraft, Geschwindigkeit und Ort des Teilchens für verschiedene Zeiten vergegenwärtigen. Auf welche Art von Bewegung wird das Teilchen gebracht?