Organisation Übungen: **Dr. Christopher Pinke** **Raum 2.105** **pinke@th.physik.uni-frankfurt.de**

Blatt 2

vom 23.10.2015, Abgabe am 30.10.2015 in der Vorlesung

5) Geschwindigkeit und Beschleunigung (schriftlich) *(2+3+2=7 Punkte)*

Gegeben sei die Trajektorie eines Massenpunktes

$$\boldsymbol{r}(t) = \left(R\cos(\omega t)\mathrm{e}^{-\lambda t}, R\sin(\omega t)\mathrm{e}^{-\lambda t}, bt\ \mathrm{e}^{1-\gamma t}\right) .$$

Hierbei seien $R, \omega, \lambda, \gamma$ und b konstant und ≥ 0.

(a) Skizzieren Sie $\boldsymbol{r}(t)$. Nähern Sie sich der vollen Bewegung, indem Sie zuerst Spezialfälle betrachten:

(i) Identifizieren Sie die Kreisbewegung falls λ, γ und b Null sind.

(ii) Schraubenlinie: Welche Bewegung ergibt sich für verschwindendes λ und γ, d.h. wie beeinflusst ein Term der Form $ct\boldsymbol{e}_z$, mit c konstant, die Kreisbewegung?

(iii) Welchen Effekt hat der Term $\exp(-\lambda t)$? *Hinweis: Betrachten Sie den Limes $t \to \infty$.*

(iv) Welchen Effekt hat der Term $\exp(1 - \gamma t)$?

Greifen Sie zur Visualisierung der vollen Bewegung auch auf entsprechende Computerprogramme (bspw. `gnuplot`) zurück. *Hinweis: Wählen Sie z.B. $R = 1, \omega = \pi, \lambda = 0.2, b = 1, \gamma = 0.5$ und $t \in [0 : 10]$.*

(b) Bestimmen Sie Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ und Beschleunigung $\boldsymbol{a}$. Geben Sie die Ergebnisse an, indem Sie auftretende Faktoren $R\mathrm{e}^{-\lambda t}$ und $b\mathrm{e}^{1-\gamma t}$ ausklammern.
Hinweis: Überprüfen Sie ihre Ergebnisse, indem Sie $\boldsymbol{v}$ und $\boldsymbol{a}$ für die verschiedenen Spezialfälle identifizieren.

(c) Bestimmen Sie die Beträge von $\boldsymbol{v}$ und $\boldsymbol{a}$ für die Schraubenlinie.

6) Differentiationsregeln (schriftlich) *(1+1+1=3 Punkte)*

Beweisen Sie die folgenden Differentiationsregeln für vektorwertige Funktionen $\boldsymbol{a}(t)$ und $\boldsymbol{b}(t)$:

(a) $\frac{d}{dt}\left[\boldsymbol{a}(t) \cdot \boldsymbol{b}(t)\right] = \dot{\boldsymbol{a}}(t) \cdot \boldsymbol{b}(t) + \boldsymbol{a}(t) \cdot \dot{\boldsymbol{b}}(t)$

(b) $\frac{d}{dt}\left[\boldsymbol{a}(t) \times \boldsymbol{b}(t)\right] = \dot{\boldsymbol{a}}(t) \times \boldsymbol{b}(t) + \boldsymbol{a}(t) \times \dot{\boldsymbol{b}}(t)$

(c) $\boldsymbol{a}(t) \cdot \frac{d}{dt}\boldsymbol{a}(t) = |\boldsymbol{a}(t)|\ \frac{d}{dt}|\boldsymbol{a}(t)|$

7) Kräfte (mündlich) *(1+2+2=5 Punkte)*

Skizzieren Sie die folgenden Situtationen und geben Sie hierbei die jeweils auftretenden Kräfte an:

(a) Fadenpendel: Eine Masse sei an einem Faden der konstanten Länge l befestigt und sei um einen Winkel α aus der Ruhelage ausgelenkt. Wie sehen die Kräfte für $\alpha = 0, 45$ und $90°$ aus?

(b) Auto am Berg: Ein “punktförmiges” Auto fahre einen Berg mit Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ herunter. Hierbei können Sie den Berg als schiefe Ebene annähern (Drehmomente können vernachlässigt werden).

(c) Flaschenzug: Ein Gewicht hänge an einem Seil, welches reibungslos über eine an der Decke des Raums angebrachte Rolle geführt wird. Um das Gewicht anzuheben, muss eine Kraft am offenen Ende des Seils angelegt werden. Wie läßt sich die aufzuwendende Kraft verringern, wenn eine weitere Rolle zur Verfügung steht?

8) Schiefer Wurf (mündlich) *(5 Punkte)*

Der Ortsvektor

$$\boldsymbol{r}(t) = (v_0 t \cos\alpha, v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2)$$

beschreibt einen schiefen Wurf eines Massenpunktes. Hierbei ist v_0 die Anfangsgeschwindigkeit, α der Abwurfwinkel und g die Erdbeschleunigung.

Wie muss α gewählt werden, damit der Massenpunkt möglichst weit fliegt?