

EINFÜHRUNG IN DIE QUANTENFELDTHEORIE

SoSe 2025 – PROF. MARC WAGNER

MARC WINSTEL: winstel@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabenblatt 5

Zu besprechen in den Tutorien am 27.05 und 30.05.2025

Aufgabe 1 [Störungstheorie mit erzeugendem Funktional in ϕ^4 -Theorie]

Für die ϕ^4 Theorie in Euklidischer Zeit mit der Wirkung

$$S_E = \int d^4x \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial_\mu \phi + \frac{m^2}{2} \phi^2 + \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \right] \quad (1)$$

haben wir in der Vorlesung das erzeugende Funktional

$$\begin{aligned} Z[J] &= \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}\phi \exp[-S_E + (J, \phi)] \\ &= \frac{Z_0}{Z} \exp\left(-S_I \left[\frac{\delta}{\delta J} \right]\right) \exp\left(\frac{1}{2}(J, \Delta_F J)\right) \end{aligned} \quad (2)$$

wobei $Z = \int \mathcal{D}\phi \exp(-S_E)$ und Z_0 der entsprechende Normierungsfaktor für das erzeugende Funktional $Z_0[J]$ der freien skalaren Theorie ist. In der Vorlesung wurden die Exponentialterme umgeschrieben,

$$\begin{aligned} \exp\left(-S_I \left[\frac{\delta}{\delta J} \right]\right) \exp\left(\frac{1}{2}(J, \Delta_F J)\right) &= \\ \exp\left(\frac{1}{2}(J, \Delta_F J)\right) (1 + \lambda W_1[J] + \lambda^2 W_2[J] + \dots), \end{aligned} \quad (3)$$

sodass $W_j[J]$ die Beiträge in j -ter Ordnung Störungstheorie beinhalten, siehe Gl. (121) bis (124) im Skript.

- (i) $W_1[J]$ wurde im Skript bereits durch Feynman-Propagatoren und J ausgedrückt, sodass eine direkte diagrammatische Übersetzung in Feynman-Diagrammen möglich ist. Selbiges gilt für spezielle Teile von $W_2[J]$. Berechne nun den vollen Ausdruck für $W_2[J]$, wobei

$$\begin{aligned} W_2[J] &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4!}\right)^2 \exp\left(-\frac{1}{2}(J, \Delta_F J)\right) \left(\int d^4x \left(\frac{\delta}{\delta J(x)}\right)^4\right) \times \\ &\quad \times \exp\left(\frac{1}{2}(J, \Delta_F J)\right). \end{aligned} \quad (4)$$

- (ii) Übersetze den vollen Ausdruck für $W_2[J]$ in Feynman-Diagramme.
- (iii) Berechne nun $G_2(y_1, y_2)$ bis einschließlich Ordnung λ^2 , d.h. verwende die Ergebnisse für $W_1[J]$ und $W_2[J]$ in deiner Berechnung.