

---

# Numerische Methoden der Physik – Aufgabenblatt 01

Marc Wagner – Christopher Czaban – Joshua Berlin  
Institut für Theoretische Physik – Goethe-Universität Frankfurt am Main

16. April 2014 (Besprechung am 23. April 2014)

---

## Aufgabe 01

Nehmen Sie an, Gleitkommazahlen werden in einem Computer lediglich mit Hilfe von 8 Bits gespeichert, wobei folgende Aufteilung vorliegt: Vorzeichen 1 Bit, Exponent 4 Bits, Mantisse 3 Bits (stets normiert).

- (a) Wie lautet die Zahl mit dem kleinsten und wie die mit dem größten Betrag?
- (b) Wie groß ist der typische relative Fehler, mit dem eine gespeicherte Zahl versehen ist?
- (c) Welches Ergebnis liefert der Computer für die Differenzen
  - (i)  $35/32 - 33/32$ ,
  - (ii)  $37/32 - 35/32$ ?

Geben Sie den jeweiligen relativen Fehler zum exakten Ergebnis an.

## Aufgabe 02

- (a) Schreiben Sie ein Computerprogramm, welches zu einer mit 0.0 initialisierten `float`-Variable (32 Bits)  $N$ -mal die Zahl 1.0 hinzuaddiert. Welches Ergebnis erhalten Sie für
  - (i)  $N = 10^7$ ,
  - (ii)  $N = 10^8$ ?

Wiederholen Sie (i) und (ii) für eine mit 0.0 initialisierte `double`-Variable (64 Bits). Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse.

- (b) Überlegen Sie sich ein Verfahren, mit dem die Addition von  $10^8$  `float`-Variablen der gleichen Größenordnung möglich ist, d.h. das Endergebnis lediglich mit einem geringen relativem Fehler behaftet ist. Implementieren und testen Sie dieses Verfahren für Aufgabe (a)(ii).

### Aufgabe 03

- (a) Zeigen Sie, dass  $\phi_+ = (-1 + \sqrt{5})/2$  und  $\phi_- = (-1 - \sqrt{5})/2$  die Gleichung

$$\phi^{n+1} = \phi^{n-1} - \phi^n$$

für beliebige  $n$  erfüllen.

- (b) Berechnen Sie mit Hilfe eines Computerprogramms  $\phi_+^n$  und  $\phi_-^n$ ,  $n = 2, 3, \dots, 20$  auf zwei verschiedenen Wegen, wobei Sie (1. Weg) die oben angegebene Rekursionsformel verwenden und (2. Weg) entsprechend häufig  $\phi_{\pm}$  multiplizieren. Verwenden Sie zunächst `float`-Gleitkommazahlen, in einem zweiten Versuch dann `double`-Gleitkommazahlen. Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse.