Numerische Methoden der Physik – Aufgabenblatt 09

Marc Wagner – Institut für Theoretische Physik – Goethe-Universität Frankfurt am Main

18. Januar 2012 (Besprechung 1./2. Februar 2012)

Aufgabe 14

Das Potential zwischen einem unendlich schweren Quark und einem unendlich schweren Antiquark (das sogenannte statische Potential) als Funktion des Abstands kann mit Hilfe der Gitter-QCD und geeigneten Monte-Carlo-Methoden numerisch berechnet werden. Hierbei liegen sowohl der Abstand $\hat{r} = r/a$ als auch das Potential $\hat{V}_{Q\bar{Q}} = V_{Q\bar{Q}} a$ dimensionslos in Einheiten des unbekannten Gitterabstands a vor ($\hbar = c = 1$).

Unter

`http://th.physik.uni-frankfurt.de/~mwagner/teaching/numerik/V.dat`

finden Sie ein Beispielresultat einer Gitterberechnung des statischen Potentials, welches mit einem $24^3 \times 48$ Raumzeitgitter erzeugt wurde. In der ersten Spalte steht $\hat{r}$, in der zweiten Spalte $\hat{V}_{Q\bar{Q}}$, in der dritten Spalte der statistische Fehler von $\hat{V}_{Q\bar{Q}}$.

(a) Das statische Potential lässt sich erfahrungsgemäß gut durch

$$V(r) \quad = \quad V_0 + \frac{\alpha}{r} + \sigma r$$

parametrisieren. Drücken Sie diese Gleichung durch ausschließlich dimensionslose Größen in Einheiten des Gitterabstands a aus. Führen Sie damit dann einen χ^2-minimierenden Fit an das Gitterresultat aus, um die dimensionslosen Größen $\hat{V}_0$, $\hat{\alpha}$ und $\hat{\sigma}$ zu bestimmen (ignorieren Sie dabei Datenpunkte mit $\hat{r} \leq 2$, die bekanntlich starke Diskretisierungsfehler aufweisen). Beurteilen Sie die Qualität Ihres Fits, indem Sie χ^2/d.o.f. berechnen.

(b) Benutzen Sie den bekannten physikalischen Wert der sogenannten Stringspannung, $\sigma = 4.97/\mathrm{fm}^2$, um den für obige Gitterechnung vorliegenden Gitterabstand a in fm zu bestimmen.[1]

(c) Ermitteln Sie durch geeignetes Resampling die mit V_0, α, σ und a assozierten statistischen Fehler.

[1] Der Gitterabstand kann in Gitter-QCD-Simulationen nur indirekt über die sogenannte Kopplungskonstante eingestellt beziehungsweise variiert werden; da die Beziehung zwischen der Kopplungskonstante und dem Gitterabstand von der konkreten Wahl der Diskretisierung abhängt und in der Regel nicht bekannt ist, muss für jede Gitter-QCD-Simulation die Skala, also der Wert des Gitterabstands in fm, nachträglich mit Hilfe einer geeigneten Observablen (zum Beispiel wie hier der Stringspannung) bestimmt werden.