

NUMERISCHE METHODEN DER PHYSIK

SoSe 2021 – Prof. Marc Wagner

LASSE MÜLLER: lmueLLer@itp.uni-frankfurt.de
LAURIN PANNULLO: pannullo@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabenblatt 9

Wird besprochen am 06.07 und 07.07.

Aufgabe 1 [χ^2 -minimierende Fits]

(1 + 10 + 1 + 6 + 2 = 20 Pkt.)

Das Potential von einem unendlich schweren Quark und einem unendlich schweren Antiquark (das sogenannte statische Potential) ist eine Funktion des Abstands und kann mit Hilfe der Gitter-QCD und geeigneten Monte-Carlo-Methoden numerisch berechnet werden. Hierbei liegen sowohl der Abstand $\hat{r} = r/a$ als auch das Potential $\hat{V}_{Q\bar{Q}} = V_{Q\bar{Q}}a$ dimensionslos in Einheiten des zunächst unbekanntes Gitterabstands a vor. Es werden natürliche Einheiten ($\hbar = c = 1$) verwendet und alle Größen werden in Potenzen von MeV angegeben. Damit gilt insbesondere $[V] = [1/a] = \text{MeV}$ und $1 \text{ fm} = 197.3 \text{ MeV}$.

Unter

<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~mwagner/teaching/numerik/V.dat>

ist ein Beispielresultat einer Gitterberechnung des statischen Potentials zu finden, welches mit einem $24^3 \times 48$ Raumzeitgitter erzeugt wurde. In der ersten Spalte steht \hat{r} , in der zweiten Spalte $\hat{V}_{Q\bar{Q}}$, in der dritten Spalte der statistische Fehler des statischen Potentials $\Delta\hat{V}_{Q\bar{Q}}$. Das statische Potential lässt sich gut durch den Ansatz

$$V(r) = V_0 - \frac{\alpha}{r} + \sigma r$$

parametrisieren.

- (i) Drücke diese Gleichung durch ausschließlich dimensionslose Größen in Einheiten des Gitterabstands a aus.
- (ii) Führe damit dann einen χ^2 -minimierenden Fit an das Gitterresultat aus, um die dimensionslosen Größen \hat{V}_0 , $\hat{\alpha}$ und $\hat{\sigma}$ zu bestimmen (ignoriere dabei Datenpunkte mit $\hat{r} \leq 2$, die starke Diskretisierungsfehler aufweisen). Beurteile die Qualität des Fits, indem du $\chi^2/\text{d.o.f.}$ berechnest.
- (iii) Benutze den bekannten physikalischen Wert der sogenannten Strings Spannung, $\sigma = 4.97/\text{fm}^2$, um den für obige Gitterrechnung vorliegenden Gitterabstand a in fm zu bestimmen.¹
- (iv) Führe eine Polynominterpolation der Datenpunkte mit $\hat{r} > 3$ mit Lagrange Polynomen durch.
- (v) Vergleiche das interpolierte Potential mit dem Ergebnis der Näherung in Teilaufgabe (ii), indem du die Datenpunkte, die Interpolation und den Fit plottest. Diskutiere welches Verfahren besser geeignet ist und warum.

¹Der Gitterabstand kann in Gitter-QCD-Simulationen nur indirekt über die sogenannte Kopplungskonstante eingestellt beziehungsweise variiert werden; da die Beziehung zwischen der Kopplungskonstante und dem Gitterabstand von der konkreten Wahl der Diskretisierung abhängt und in der Regel nicht bekannt ist, muss für jede Gitter-QCD-Simulation die Skala, also der Wert des Gitterabstands in fm, nachträglich mit Hilfe einer geeigneten Observablen (zum Beispiel wie hier der Strings Spannung) bestimmt werden.