

Blatt 7

vom 01.06.2017, Abgabe am 08.06.2017 in der Vorlesung

14) Übungen zur Speziellen Relativitätstheorie (3+2+5=10 Punkte)

- (a) Zeige, ausgehend vom kontravarianten Transformationsverhalten des Raumzeitvektors x^μ , dass sich ∂_μ wie ein kovarianter Vektor transformiert.
- (b) Zeige, dass ein Boost in z -Richtung die definierende Gleichung für Lorentz-Transformationen

$$\Lambda^\mu{}_\alpha \eta_{\mu\nu} \Lambda^\nu{}_\beta = \eta_{\alpha\beta}$$

erfüllt.

- (c) Konstruiere die Boost-Matrix in \mathbf{n} -Richtung (\mathbf{n} ist ein beliebiger normierter Vektor).

15) Relativistische Korrekturen in Störungstheorie (7+3=10 Punkte)

- (a) Betrachte den 1-dimensionalen harmonischen Oszillator (Masse m , Frequenz ω) und berechne die führende relativistische Korrektur des Energieeigenwerts des Grundzustands in 1. Ordnung Störungstheorie. Entwickle dazu die relativistische Energie-Impuls-Beziehung für kleine Impulse und verwende das Korrespondenzprinzip, um eine entsprechende Schrödinger-Gleichung aufzustellen. Erkläre in einfachen Worten ohne auf Deine Rechnung Bezug zu nehmen, warum das Vorzeichen der Energiekorrektur negativ ist.
- (b) Wiederhole Teilaufgabe (a) für sämtliche Energieeigenzustände $|nlm\rangle$ des „Wasserstoffatoms“ (Potential $-Ze^2/r$). Hierzu mag es nützlich sein,

$$\langle nlm|r^{-1}|nlm\rangle = Z/na^2 \quad , \quad \langle nlm|r^{-2}|nlm\rangle = Z^2/(l+1/2)a^2n^3$$

($a = 1/me^2$) zu verwenden (Herleitung dieser Erwartungswerte finden sich z.B. in F. Schwabl, „Quantenmechanik (QM I)“, Springer, Abschnitt 12.3).