Elektro- und Magnetostatik

Im Folgenden wird das MKSA-System verwendet.

Elektrostatik

Zusammenhang zwischen E-Feld und Potential:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \;=\; -\nabla\phi(\mathbf{r}) \quad \Big(\rightarrow \quad \mathrm{rot}\mathbf{E}(\mathbf{r}) \;=\; 0\Big). \tag{1}$$

Zusammenhang zwischen E-Feld und Ladungsdichte:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \;=\; \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int d^3r'\,\rho(\mathbf{r}')\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} \quad , \quad \mathrm{div}\mathbf{E}(\mathbf{r}) \;=\; \frac{1}{\epsilon_0}\rho(\mathbf{r}). \tag{2}$$

Zusammenhang zwischen Potential und Ladungsdichte:

$$\phi(\mathbf{r}) \;=\; \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int d^3r'\,\rho(\mathbf{r}')\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad , \quad \triangle\phi(\mathbf{r}) \;=\; -\frac{1}{\epsilon_0}\rho(\mathbf{r}). \tag{3}$$

Elektrische Felder in Dielektrika

Unterscheide zwischen Überschussladungen ρ und Polarisationsladungen $\bar{\rho}$.

Ersetze (2) durch

$$\mathrm{div}\mathbf{E}(\mathbf{r}) \;=\; \frac{1}{\epsilon_0}\Big(\rho(\mathbf{r})+\bar{\rho}(\mathbf{r})\Big). \tag{4}$$

Die Polarisationsladungen erzeugen ein entgegengerichtetes Feld ("Polarisation"): $\mathrm{div}\mathbf{P} = -\bar{\rho}$. Damit folgt

$$\mathrm{div}\Big(\epsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r})+\mathbf{P}(\mathbf{r})\Big) \;=\; \mathrm{div}\mathbf{D}(\mathbf{r}) \;=\; \rho(\mathbf{r}). \tag{5}$$

Häufig ist die Polarisation (in guter Näherung) proportional zum E-Feld: $\mathbf{P} = \epsilon_0\chi\mathbf{E}$ (χ: dielektrische Suszeptibilität) beziehungsweise $\mathbf{D} = \epsilon_0(1+\chi)\mathbf{E} = \epsilon_0\epsilon\mathbf{E}$ (ϵ: Dielektrizitätskonstante). Aus diesen Annahmen folgen Stetigkeitsbedingungen an Grenzflächen:

$$D_1^{(n)} \;=\; D_2^{(n)} \quad , \quad E_1^{(t)} \;=\; E_2^{(t)}. \tag{6}$$

Magnetostatik

Zusammenhang zwischen B-Feld und Potential:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad = \quad \mathrm{rot}\mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad \Big(\rightarrow \quad \mathrm{div}\mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad = \quad 0 \Big). \tag{7}$$

Zusammenhang zwischen B-Feld und Stromdichte:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad = \quad \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r'\, \mathbf{j}(\mathbf{r}') \times \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} \quad , \quad \mathrm{rot}\mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad = \quad \mu_0 \mathbf{j}(\mathbf{r}). \tag{8}$$

Zusammenhang zwischen Potential und Stromdichte:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad = \quad \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r'\, \mathbf{j}(\mathbf{r}') \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad , \quad \triangle \mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad = \quad -\mu_0 \mathbf{j}(\mathbf{r}). \tag{9}$$

Magnetische Felder in Medien

Unterscheide zwischen Überschussströmen $\mathbf{j}$ und gebundenen Strömen $\bar{\mathbf{j}}$.

Ersetze (8) durch

$$\mathrm{rot}\mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad = \quad \mu_0 \Big(\mathbf{j}(\mathbf{r}) + \bar{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) \Big). \tag{10}$$

Die gebundenen Ströme erzeugen ein Feld ("Magnetisierung"): $\mathrm{rot}\mathbf{M} = \bar{\mathbf{j}}$. Damit folgt

$$\mathrm{rot}\Big(\mathbf{B}(\mathbf{r})/\mu_0 - \mathbf{M}(\mathbf{r}) \Big) \quad = \quad \mathrm{rot}\mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad = \quad \mathbf{j}(\mathbf{r}). \tag{11}$$

Häufig ist die Magnetisierung (in guter Näherung) proportional zum H-Feld: $\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$ (χ_m: magnetische Suszeptibilität) beziehungsweise $\mathbf{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\mathbf{H} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$ (μ: Permeabilität). Aus diesen Annahmen folgen Stetigkeitsbedingungen an Grenzflächen:

$$B_1^{(n)} \quad = \quad B_2^{(n)} \quad , \quad H_1^{(t)} \quad = \quad H_2^{(t)}. \tag{12}$$