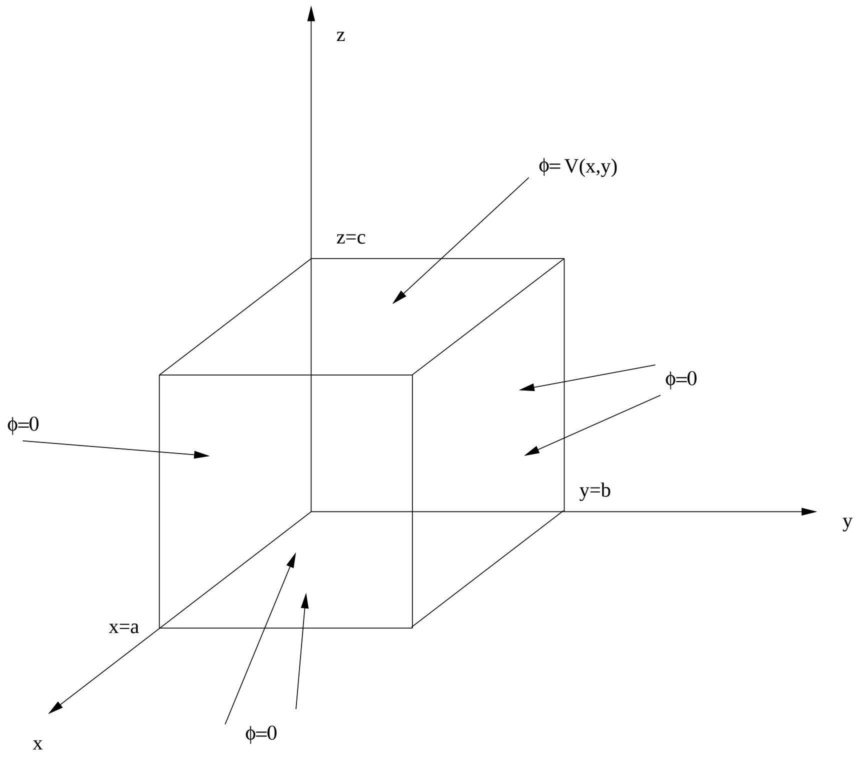
Theoretische Physik II für das Lehramt L3, SS2003, Prof. H.J. Lüdde

Aufgaben - Kapitel I.2 Elektrostatik - Geladene Metallkörper

1. Berechne das Potential auf einer ladungsfreien Kreisebene mit Radius 1. Das Potential am Rand der Kreisebene ist $\phi(x,y) = \cos\varphi$, $\varphi = \arctan\frac{y}{x}$.

2. Löse die Laplace-Gleichung in kartesischen Koordinaten durch einen Separationsansatz und diskutiere damit das Problem eines rechteckigen Kastens mit den Kantenlängen a, b und c in x-, y- und z-Richtung.



Alle Flächen sollen das Potential Null besitzen außer der Fläche $z = c$, die das Potential $V(x,y) = x \cdot y$ hat.

3. a) Diskutiere den Separationsansatz der Laplace-Gleichung in Kugelkoordinaten und löse die Legendre-Differentialgleichung

$$(1-x^2)P_l''(x) - 2xP_l'(x) + l(l+1)P_l(x) = 0$$

mit Hilfe der Reihenentwicklung

$$P_l(x) = x^\beta \sum_{n=0}^{\infty} a_{nl} x^n \ ; \ x = \cos\theta$$

b) Zeige, dass die Legendre-Polynome orthogonal zueinander sind.

4. Berechne das Potential einer Kugel vom Radius R mit der Ladungsverteilung

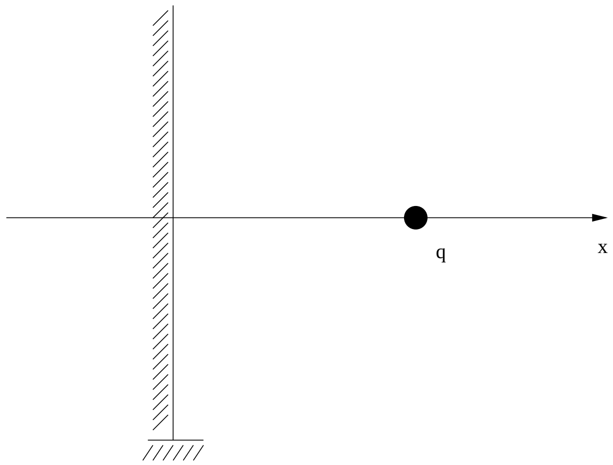
$$\begin{aligned} \rho(r) &= \rho_0 e^{-\mu r} && r < R \\ \rho(r) &= 0 && r \geq R \end{aligned}$$

durch Lösung der Poisson- bzw. Laplace-Gleichung.

5. Die Quellen eines elektrischen Feldes sind axialsymmetrisch verteilt. In der Nähe der Symmetrieachse des Systems gibt es keine Quellen des Feldes. Berechne das Potential ϕ in der Nähe der Symmetrieachse.

6. Die Oberfläche einer Kugel mit dem Radius R habe die Ladungsdichte $\sigma = \sigma_0 \cos\theta$. Man bestimme das Potential φ des elektrischen Feldes unter der Anwendung der Multipolentwicklung in Kugelkoordinaten.

7. Warum kann man das Problem "Punktladung q vor geerdeter Ebene" durch die Bildpunktmethode lösen?



Bestimme und diskutiere die Ladungsverteilung auf der Ebene.

8. Erfinde eine Ladungsverteilung, die nur ein Quadrupolmoment erzeugt. Beschreibe die Ladungsverteilung im Detail.

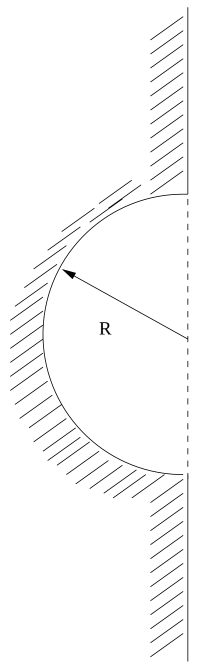
9. Im sog. Kollektivmodell des Atomkerns wird die Kernoberfläche beschrieben durch

$$R(\theta) = R_0(1 + a_0 Y_{20}(\theta)) \ .$$

Berechne das Quadrupolmoment eines gleichförmig geladenen Köpers mit dieser Oberfläche bis zu Gliedern 1. Ordnung in a_0.

10. Bestimme das Potential eines gleichförmig geladenen dünnen Kreisringes unter Benutzung der Multipolentwicklung in Kugelkoordinaten. Die Ladung des Ringes ist Q, sein Radius R.

11. Berechne das Potential für das folgende Problem: In einer Metallfläche, die auf dem Potential Null gehalten wird, ist eine halbkugelförmige Delle vom Radius R.



Auf der Leiterfläche ist die Ladung so aufgetragen, dass das elektrische Feld für große Entfernungen von der Oberfläche homogen ist. Bestimme auch Feld und Ladungsverteilung auf der Fläche. Welches Problem erfüllt die gleichen Randbedingungen?