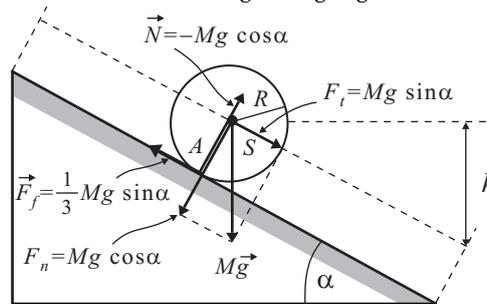


Übungen zur Theoretischen Physik 2 – Blatt 7 (09.06.-13.06.2014)

Übung zur Abgabe am 06.06.2014

Aufgabe 23: Abrollen eines Zylinders (Kategorie A)

Ein Zylinder mit Masse M und Radius R rolle mit waagrecht gelegter Achse eine schiefe Ebene hinunter.

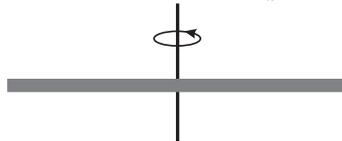


Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung des Zylinders aus dem Energiesatz.

Betrachten Sie sowohl einen homogenen Zylinder als auch einen Hohlzylinder und berechnen Sie zunächst deren Trägheitsmomente.

Aufgabe 24: Trägheitsmoment einer Stange (Kategorie A)

- (a) Berechnen Sie das Trägheitsmoment einer Stange der Länge l und uniformer Massendichte $\sigma = \frac{dm}{dl}$ für eine Drehung senkrecht zur Stange durch ihren Massenschwerpunkt (vgl. Abbildung).



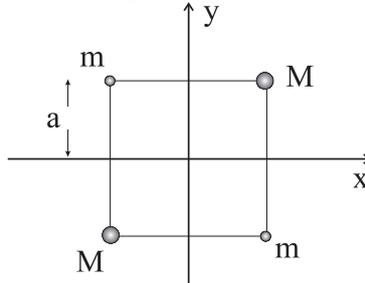
- (b) Wiederholen Sie Ihre Berechnung für die Situation, daß die Drehung erneut senkrecht zur Stange, aber nun um einen ihrer Endpunkte herum stattfindet (vgl. Abbildung). Überzeugen Sie sich explizit von der Gültigkeit des Satzes von Steiner.



Weitere Übungsaufgaben

Aufgabe 25: Trägheitstensor für eine Anordnung von Punktmassen (Kategorie B)

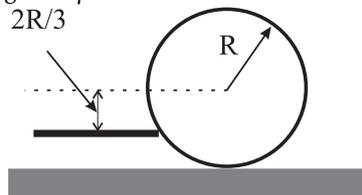
An den Ecken eines Quadrates mit der Kantenlänge $2a$ befinden sich die Punktmassen m und M .



- (a) Berechnen Sie den Trägheitstensor \hat{I} der Anordnung.
- (b) Diagonalisieren Sie den Tensor \hat{I} , d.h. lösen Sie I aus der Eigenwertgleichung $\hat{I}\vec{n} = I\vec{n}$. Bestimmen Sie auch die dazugehörigen Eigenvektoren \vec{n} .
- (c) Berechnen Sie *explizit* den Trägheitstensor \hat{I}' in dem Koordinatensystem, welches durch die Eigenvektoren \vec{n} aufgespannt wird. Vergleichen Sie \hat{I}' mit dem diagonalisierten Trägheitstensor aus b).

Aufgabe 26: Stoß einer Billardkugel (Kategorie B)

Eine ruhende Billardkugel mit der Masse m und Radius R (Trägheitsmoment $I = \frac{2}{5}mR^2$) erhalte durch den Queue einen kurzen Stoß. Der Kraftstoß erfolge horizontal und treffe die Kugel im Abstand $\frac{2}{3}R$ unterhalb ihres Mittelpunktes. Die Geschwindigkeit des Kugelmittelpunktes unmittelbar nach dem Stoß sei v_0 . Der Reibungskoeffizient zwischen Tisch und der Kugel sei μ .



- (a) Wie groß ist die Anfangswinkelgeschwindigkeit ω_0 unmittelbar nach dem Stoß? Welche Drehrichtung hat die Kugel dann?

Hinweis: Betrachten Sie zunächst die Änderung des linearen Impulses und des Drehimpulses der Kugel in einem Zeitintervall Δt . Betrachten Sie weiterhin die Drehmomentbilanz einer am Hebelarm $\frac{2}{3}R$ angreifenden mittleren Kraft $\langle F \rangle$, die während des Zeitintervalls Δt wirke. Die Anfangswinkelgeschwindigkeit kann als Funktion von v_0 und R ausgedrückt werden.

- (b) Zu welcher Zeit und bei welcher Geschwindigkeit beginnt die Kugel zu rollen ohne zu gleiten?

Aufgabe 27: Abrollen eines Zylinders (Kategorie C)

Lösen Sie Aufgabe 23, indem Sie die Bewegung des Zylinders als Rotation des Körpers um den momentan ruhenden Auflagepunkt A in der Skizze betrachten und das entsprechende Drehmoment berechnen. Bestimmen Sie daraus die momentan wirkende effektive Reibungskraft am Auflagepunkt. Ab welchem Neigungswinkel beginnt der Zylinder zu rutschen (bei gegebenem Haftreibungskoeffizienten μ)?