

Übungen zur Theoretischen Physik 1 – Blatt 8 (16.12.-20.12.2012)

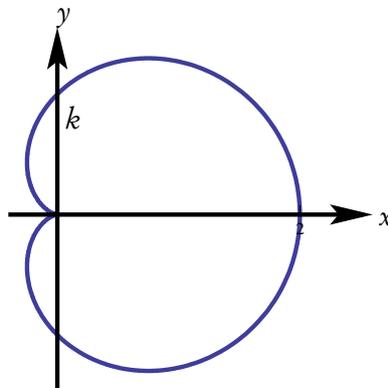
Präsenzübungen

(P20) Teilchen auf Kardioide

Die Herzkurve (Kardioide) ist in ebenen Polarkoordinaten durch die Gleichung

$$r(\varphi) = k(1 + \cos \varphi)$$

definiert. Ein Teilchen bewege sich mit konstantem Geschwindigkeitsbetrag v entlang dieser Kurve. Berechnen Sie die Geschwindigkeit \vec{v} , die Beschleunigung \vec{a} sowie deren Beträge und die Winkelgeschwindigkeit ω des Teilchens. Drücken Sie alle Größen als Funktionen von v , k und φ aus und diskutieren Sie ihr Verhalten in der Nähe von $r = 0$.

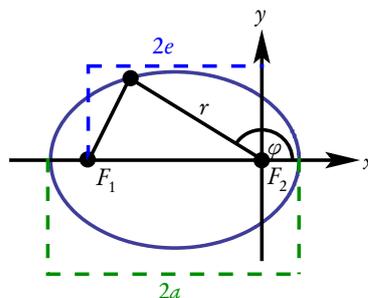


(P21) Geometrische Eigenschaften der Kegelschnitte

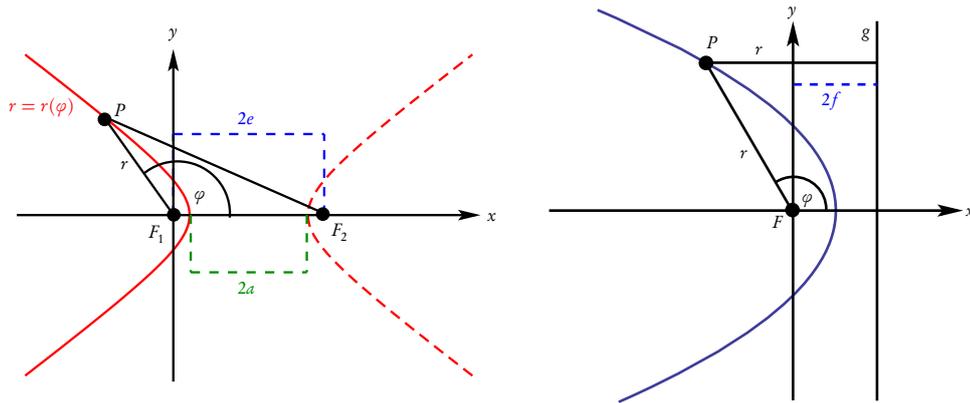
Wir betrachten die geometrische Definition der Kegelschnitte (Ellipse, Hyperbel und Parabel) und leiten die sog. Brennpunktsform der Kegelschnittgleichungen in Polarkoordinaten her.

Diese Bahngleichungen benötigen wir in der Vorlesung im Zusammenhang mit der Bewegung von Himmelskörpern (Planeten, Monde, Kometen) im Sonnensystem (Kepler-Problem).

- (a) Gegeben seien zwei beliebige Punkte F_1 und F_2 im Abstand $\overline{F_1 F_2} = 2e$. Dann bilden alle Punkte P , für die die Summe der Entfernungen von diesen beiden Brennpunkten konstant $\overline{F_1 P} + \overline{F_2 P} = 2a$ ist, eine Ellipse. Wie lautet die Formel für die Ellipse in Polarkoordinaten für die in der Skizze angegebene Wahl der Koordinatenachsen?



- (b) Gegeben seien zwei beliebige Punkte F_1 und F_2 im Abstand $\overline{F_1F_2} = 2e$. Dann bilden alle Punkte P , für die der Betrag der Differenz der Entfernungen von diesen beiden Brennpunkten konstant $|\overline{F_1P} - \overline{F_2P}| = 2a$ ist, eine Hyperbel. Wie lautet die Formel für diese Hyperbel in Polarkoordinaten für die in der linken Skizze angegebene Wahl der Koordinatenachsen?
- (c) Gegeben sei ein Brennpunkt F und eine Leitgerade g im Abstand $2f$. Die Punkte P , für die der Abstand \overline{FP} stets gleich dem Abstand von der Leitgeraden g ist, bilden eine Parabel. Wie lautet die Formel für diese Parabel in Polarkoordinaten für die in der rechten Skizze angegebene Wahl der Koordinatenachsen?



(P22) Strahlenoptik am Parabolspiegel

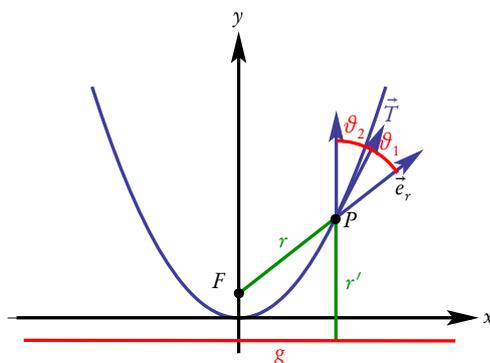
- (a) Zeigen Sie, daß der Graph der Funktion

$$y(x) = \frac{x^2}{4f}$$

eine Parabel mit dem Brennpunkt F bei $x = 0$, $y = f$ und der Leitgeraden $y = -f$ beschreibt, indem Sie überprüfen, daß diese Kurve die oben angegebene geometrische Ortsdefinition erfüllt, d.h. daß in der Skizze $r = r'$ ist.

- (b) Zeigen Sie, daß alle Lichtstrahlen, die auf senkrecht zur Leitgeraden der Parabel (also in unserer Darstellung parallel zur x -Achse) auf einen Parabolspiegel treffen, so reflektiert werden, daß der reflektierte Strahl durch den Brennpunkt verläuft, d.h. daß für die in der Skizze angegebenen Winkel $\vartheta_1 = \vartheta_2$ gilt.

Hinweis: Berechnen Sie dazu den Tangentenvektor \vec{T} , den Richtungsvektor \vec{e}_r der Strecke \overline{FP} und schließlich $\cos \vartheta_1$ und $\cos \vartheta_2$ mit Hilfe der entsprechenden Skalarprodukte dieser Vektoren.



Auf diesem Blatt gibt es **keine Hausübungen!**