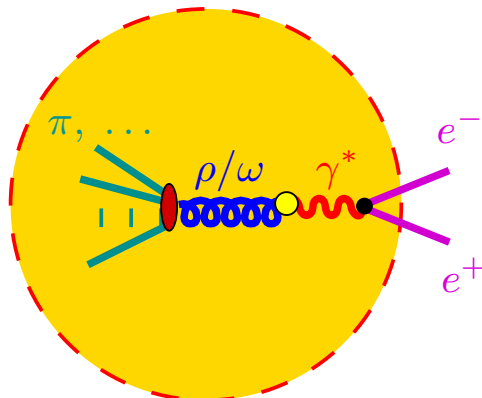


# *Selbstkonsistente Näherungen: Vektormesonen bei endlichen Temperaturen*

Hendrik van Hees

## *Motivation*

- Thermodynamik stark wechselwirkender Teilchensysteme
- Resonanzen, Teilchen mit Dämpfungsbreite in dichter Materie
- Dileptonenspektrum bei Schwerionenstößen



## *Konzepte*

- Selbstkonsistente Näherungen
- Die  $\Phi$ -Funktionalmethode
- Erhaltungssätze, thermodynamische Konsistenz
- Renormierung
- Symmetrieverletzungen
- Eichfelder und Vektorbosonen



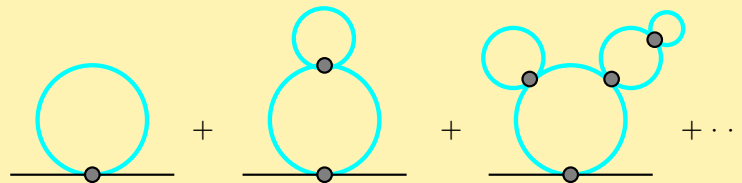
# Renormierung der Tadpolenäherung

#3

$$\Phi = \text{[Two green circles joined at a central dot]} \Rightarrow -i\Sigma = \text{[Green circle on a line with a dot]}$$

☞ Temperaturabhängige effektive Masse  $M^2 = m^2 + \Sigma_{\text{ren}}$

- Resummation der Dysonreihe



☞ Renormierte Selbstenergie

$$-i\Sigma_{\text{ren}} = \text{[Red diamond on a line]} = \text{[Green circle on a line]} - \text{[Blue circle on a line]} - \text{[Blue circle with red diamond on top on a line]}$$

$\Downarrow$   $\delta m^2$                        $\Downarrow$   $\delta \lambda$

- **Renormierung:** Subtraktion von Vakuum-(Sub)divergenzen

☞ Endliche „Gap-Gleichung“

$$M^2 = m^2 + \Sigma_{\text{ren}} = m^2 + \frac{\lambda}{32\pi^2} \left( M^2 \ln \frac{M^2}{m^2} - \Sigma_{\text{ren}} \right) + \underbrace{\frac{\lambda}{2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} 2\pi \delta(p^2 - M^2) n(p_0)}_{\rightarrow 0 \text{ für } T \rightarrow 0}$$

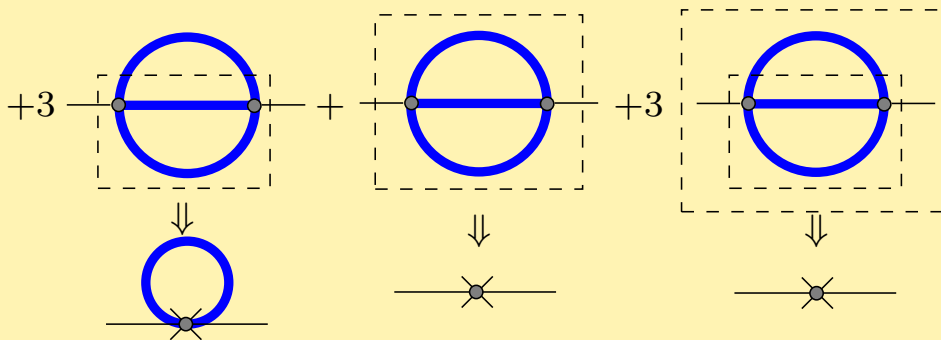
$n(p_0)$  : Bose-Einsteinverteilung

# Das Sunset-Diagramm

## Der Vakuumteil

$$i\Phi = \frac{1}{2 \cdot 4!} \left( \text{Sunset Diagram} \right) \Leftrightarrow -i\Sigma = \frac{1}{3!} \left( \text{Sunset Diagram} \right)$$

- Oberflächliche und Subdivergenzen

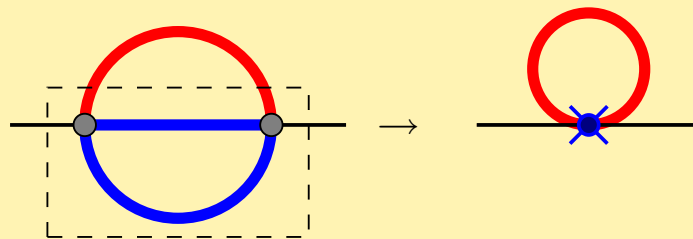


☞ Subtrahierte Dispersionsrelationen für **Vakuumdiagramme**

## Endliche Temperatur

- Propagator:  $G = G_v + G_T$

☞ Sunset allein: Nur eine weitere Subdivergenz!



- Tadpole und Sunset

☞ Zusätzliche Probleme können analog behandelt werden

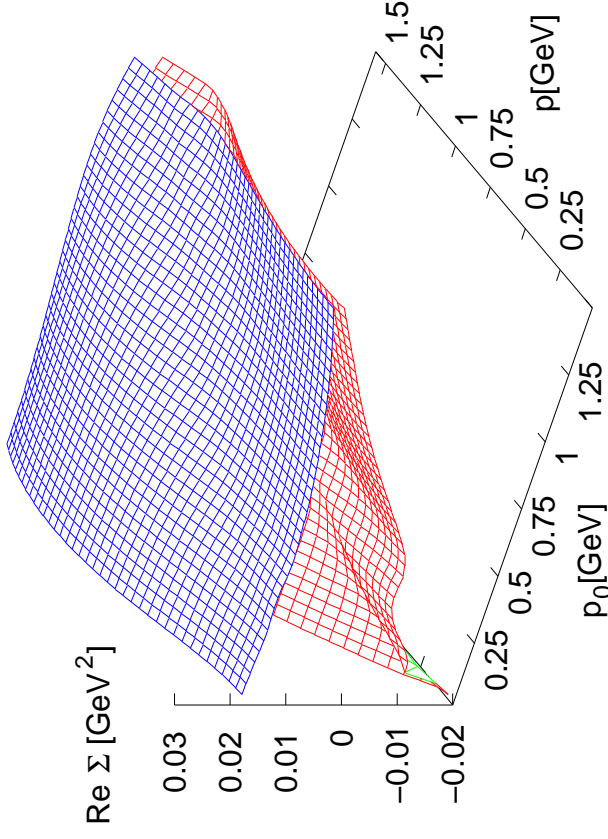
☞ Gekoppeltes Gleichungssystem für  $\Sigma_{\text{ren}}^{\text{tad}}$  und  $\Sigma_{\text{ren}}^{\text{sunset}}$

# „Sunset + Tadpole“

Realteil der Selbstenergie

T=100 MeV

— Störungstheorie  
— selbstkonsistent

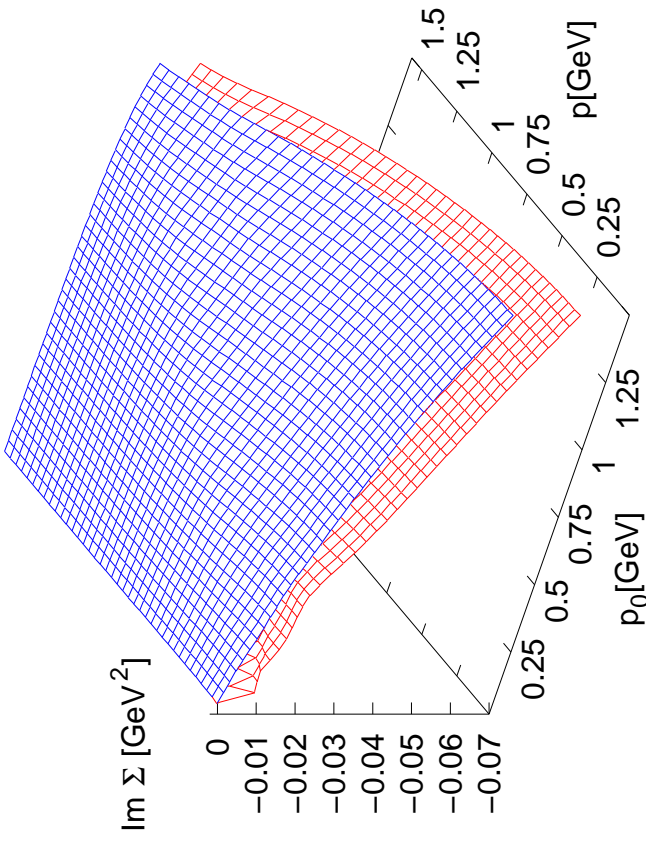


- Tadpole: repulsiv  $\Rightarrow m \uparrow$
- Sunset: attraktiv  $\Rightarrow m \downarrow$

Imaginärteil der Selbstenergie

T=100 MeV

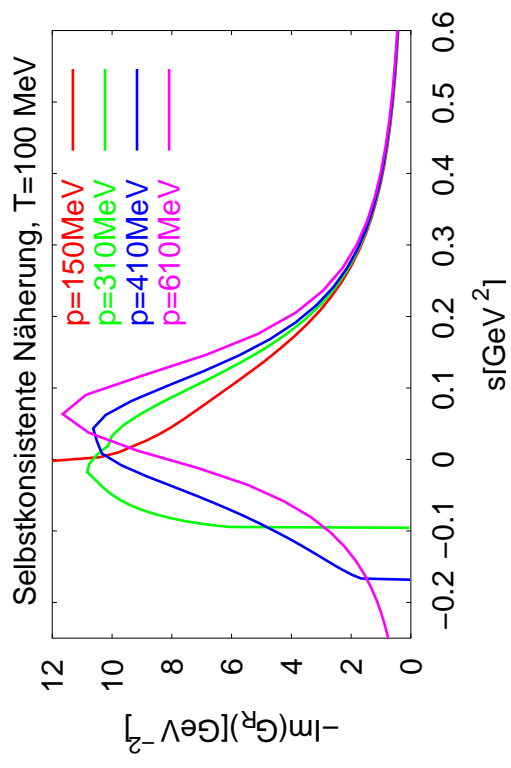
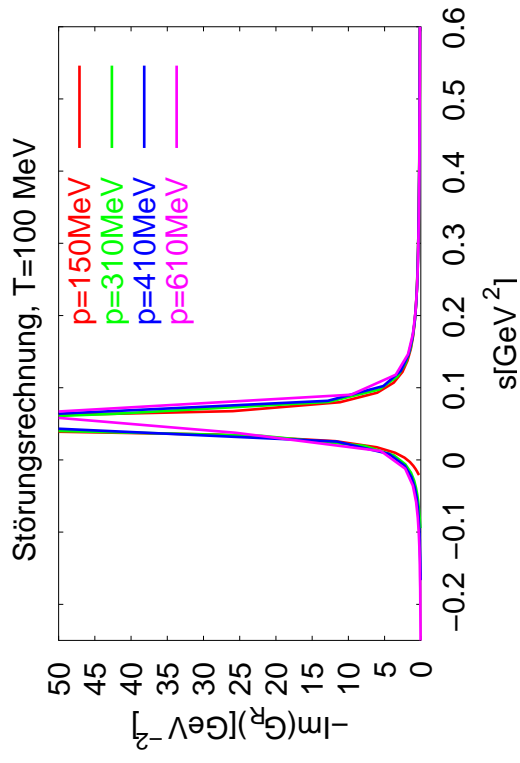
— Störungstheorie  
— selbstkonsistent



- Sunset-Imaginärteil  $\Rightarrow$  Dämpfungs-  
breite

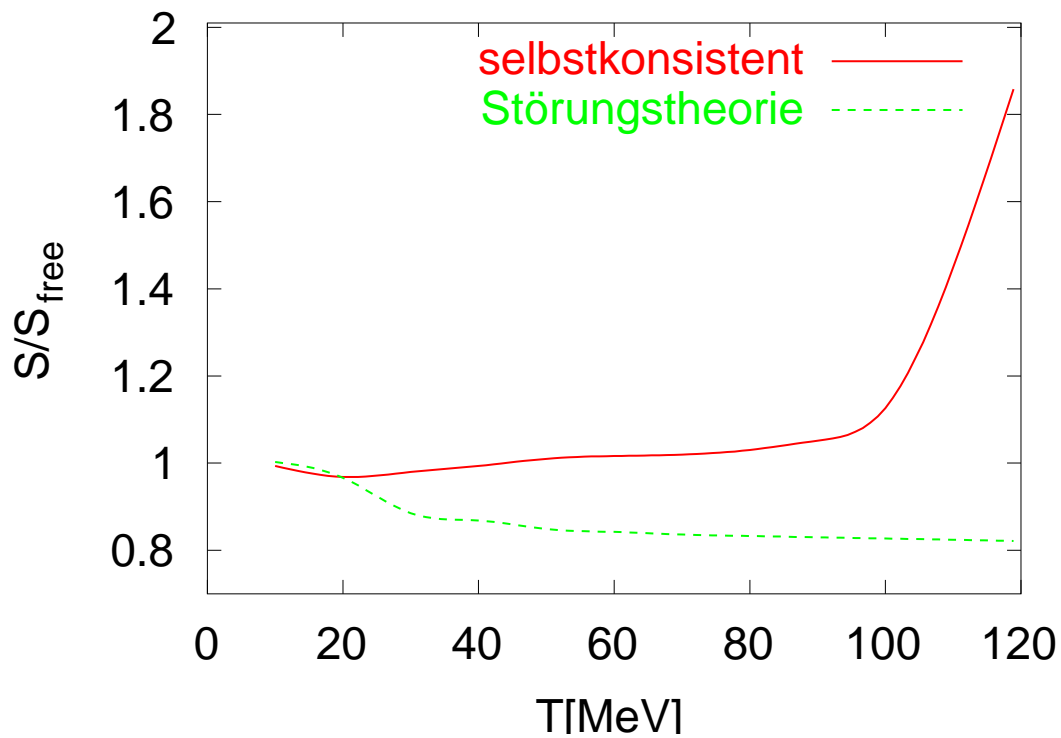
# Spektralfunktion des „Mesons“

#6



# Entropie

#7



- Tadpole:  $m^2 \uparrow \Rightarrow S \downarrow$
- Sunset:  $m^2 \downarrow \Rightarrow S \uparrow$
- In Störungsrechnung dominiert Tadpole
- Selbstkonsistent dominiert Sunset
- endliche Breite  $\Rightarrow$  Phasenraum größer  $\Rightarrow S \uparrow$

# Anwendung auf Vektorbosonen


#8

## Modell für das $\pi$ - $\rho$ -System

- Kroll–Lee–Zumino–Modell: Kopplung eines massiven Vektorbosons an erhaltene Ströme  $\Rightarrow$  **Eichtheorie**
- Vektormesondominanz: Elektromagnetischer Strom  $\propto$  Vektormesonfeld
- Erfolgreich in der Beschreibung der Vakuumeigenschaften: **Pionenformfaktor, Streuphasen**

## Probleme mit Stromerhaltung

- $\Phi$ -Funktionalnäherung:  
Symmetrie auf Korrelatorniveau verletzt
- Anregung unphysikalischer Zustände
- Zustände mit negativer Norm
- Numerische Instabilitäten, Singularitäten am Lichtkegel

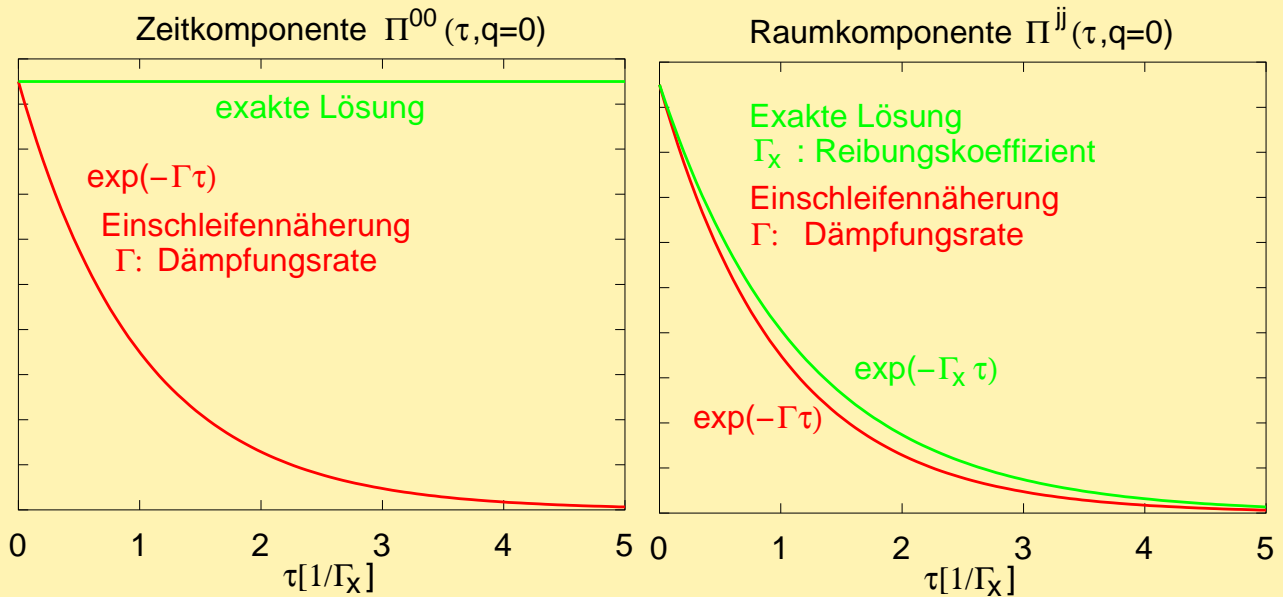
 **Projektion** auf physikalische Zustände



# Klassisches Analogon

## Exakte Lösung vs. Einschleifennäherung

- Klassische Näherung (Fokker-Planck-Gleichung)



Exakt	1 Schleife
$\Pi^{00}(\tau, \vec{q} = 0) = \text{const}$	$\Pi^{00} \propto \exp(-\Gamma\tau)$ <b>f</b>
$\Pi^{ik} \propto \exp(-\Gamma_x\tau)$	$\Pi^{ik} \propto \exp(-\Gamma\tau)$ ✓
IR-konvergent	IR-konvergent ✓

☞ Für Projektor nur Raumkomponenten verwenden

☞  $\Pi_L$  und  $\Pi_T$  aus:  $q_j q_k \Pi^{jk}$  und  $g_{jk} \Pi^{jk}$

⇒ Stromerhaltung

# $\pi$ - $\rho$ - $a_1$ -Modell

## Die selbstkonsistente Näherung

Lagrangian:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \text{[Diagram 1]} + \text{[Diagram 2]} + \text{[Diagram 3]}$$

$g_\pi$

The Lagrangian is represented by three Feynman diagrams: 1) A red wavy line labeled  $\rho$  with a black vertex, and two blue lines labeled  $\pi$  meeting at the vertex. 2) A red wavy line labeled  $\rho$  with a black vertex, a green wavy line labeled  $a_1$  with a black vertex, and a blue line labeled  $\pi$  meeting at the vertex. 3) A black vertex with four blue lines labeled  $\pi$  meeting at it, representing a four-point interaction.

$\Phi$ -Funktional:

$$\Phi = \text{[Diagram 1]} + \text{[Diagram 2]} + \text{[Diagram 3]}$$

The  $\Phi$ -functional is represented by three diagrams: 1) A blue circle with two black vertices, a red wavy line labeled  $\rho$  inside, and blue lines labeled  $\pi$  at the vertices. 2) A blue circle with two black vertices, a red wavy line labeled  $\rho$  inside, a green wavy line labeled  $a_1$  inside, and blue lines labeled  $\pi$  at the vertices. 3) A blue circle with two black vertices and three horizontal blue lines labeled  $\pi$  inside, representing a self-energy loop.

Self-energies:

$$\Pi_\rho = \text{[Diagram 1]} + \text{[Diagram 2]}$$

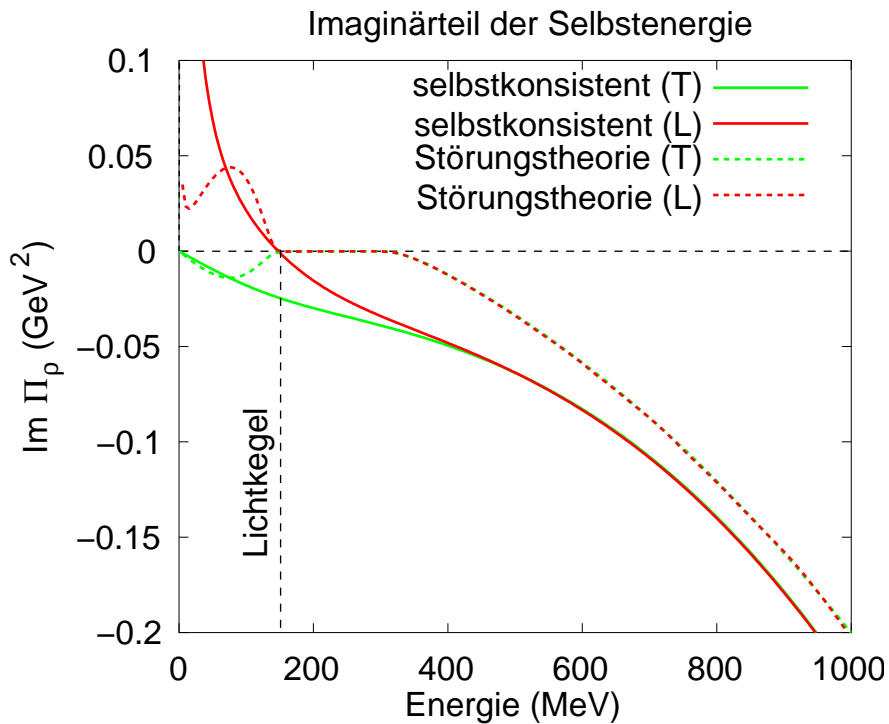
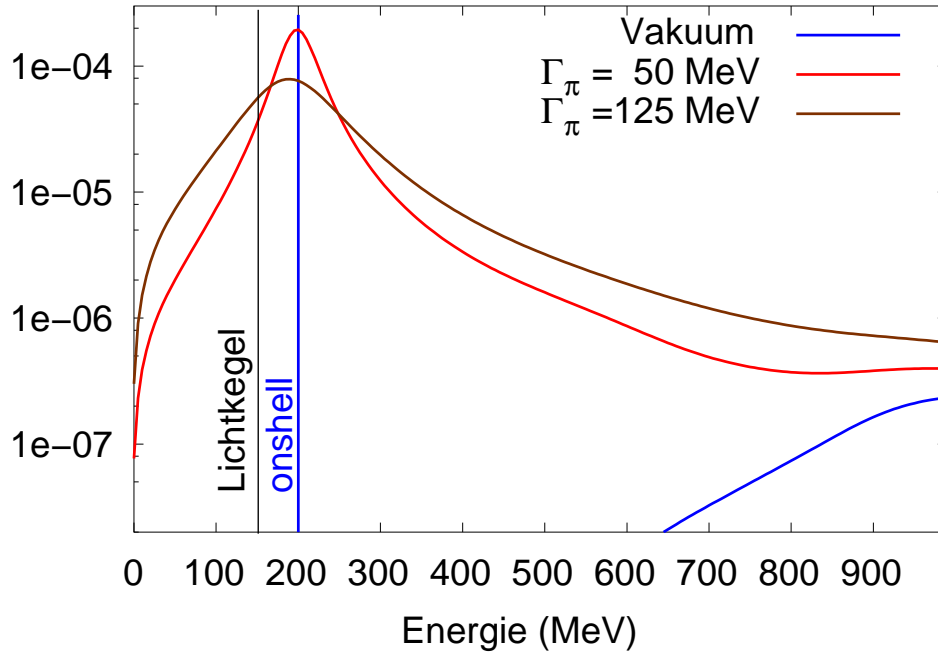
$$\Pi_{a_1} = \text{[Diagram 1]}$$

$$\Sigma_\pi = \text{[Diagram 1]} + \text{[Diagram 2]} + \text{[Diagram 3]}$$

The self-energies are represented by three rows of diagrams: 1)  $\Pi_\rho$  consists of two diagrams: a blue circle with two black vertices and red wavy lines labeled  $\rho$  at the vertices, and a blue circle with two black vertices, a green wavy line labeled  $a_1$  inside, and red wavy lines labeled  $\rho$  at the vertices. 2)  $\Pi_{a_1}$  consists of one diagram: a blue circle with two black vertices, a green wavy line labeled  $a_1$  inside, and a red wavy line labeled  $\rho$  inside. 3)  $\Sigma_\pi$  consists of three diagrams: a blue circle with two black vertices, a red wavy line labeled  $\rho$  inside, and blue lines labeled  $\pi$  at the vertices; a blue circle with two black vertices, a red wavy line labeled  $\rho$  inside, a green wavy line labeled  $a_1$  inside, and blue lines labeled  $\pi$  at the vertices; and a blue circle with two black vertices and three horizontal blue lines labeled  $\pi$  inside, representing a self-energy loop.

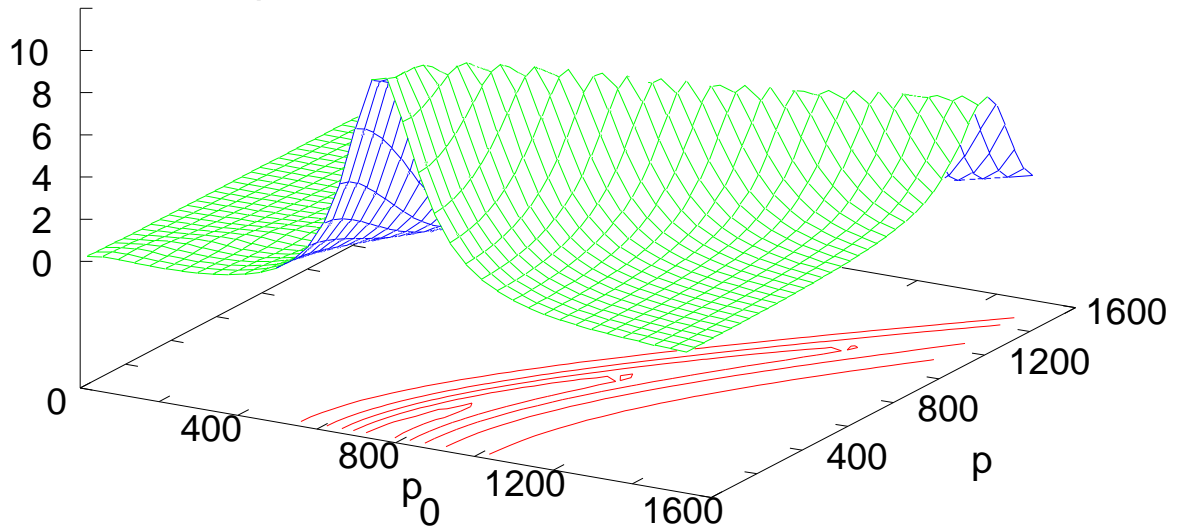
# Mediumverbreiterte Pionen

$\pi$ -Mesonspektralfunktion,  $T=110$  MeV;  $p=150$  MeV/c

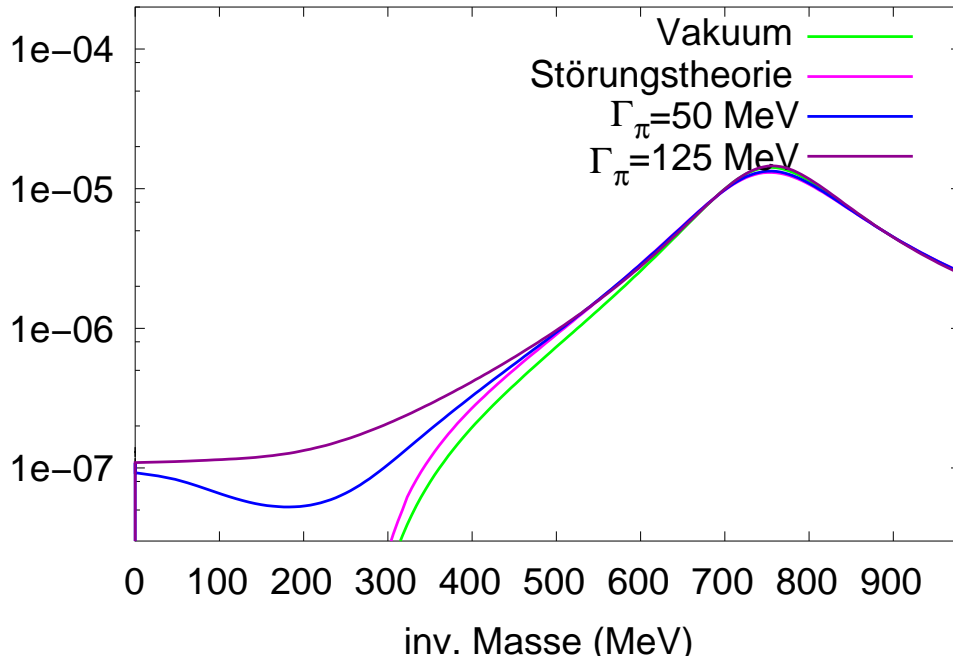


# Eigenschaften des $\rho$ -Mesons

$\rho$  -Mesonspektralfunktion,  $T=150$  MeV

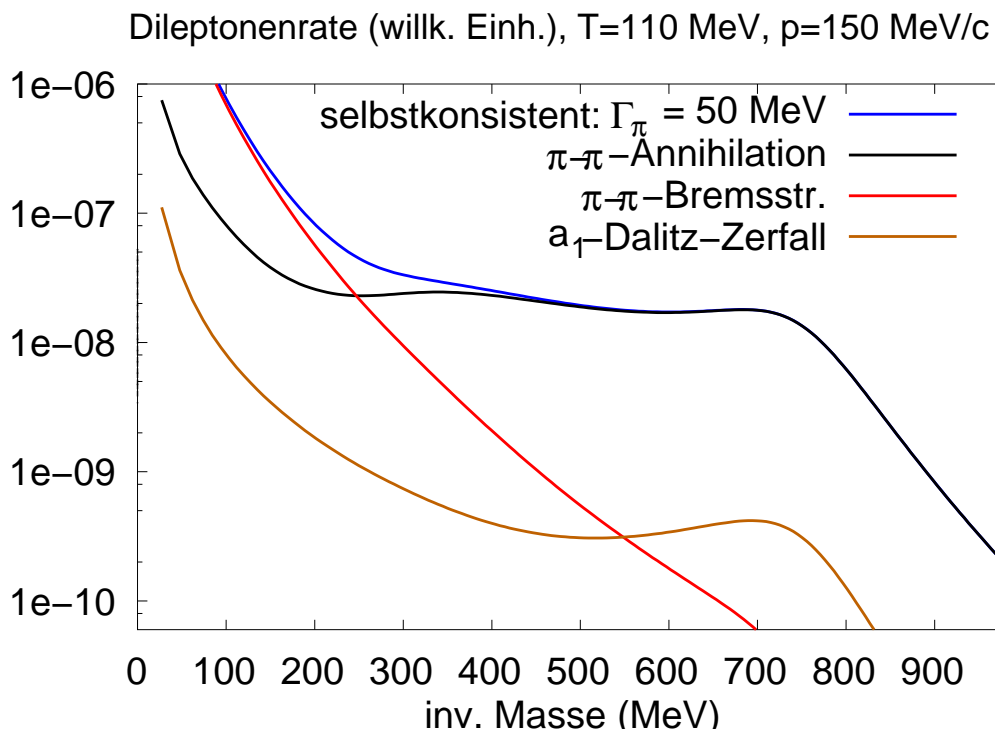
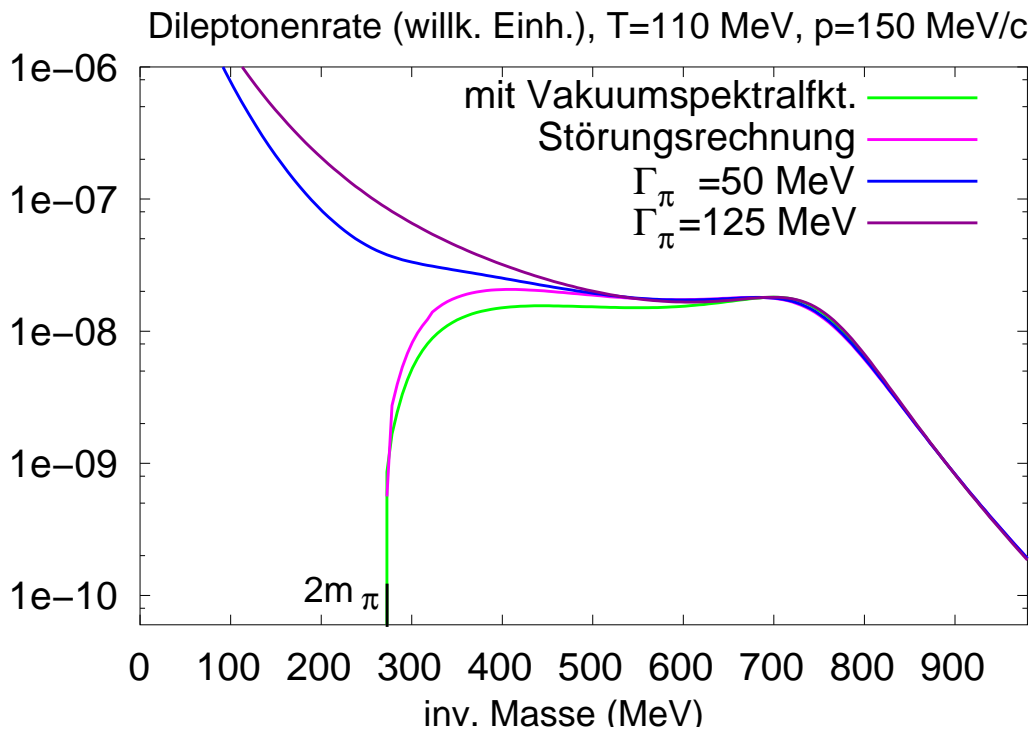


$\rho$ -Mesonspektralfkt.,  $T=110$  MeV,  $p=150$  MeV/c



# $e^+e^-$ -Produktionsrate

#13



# Zusammenfassung und Ausblick

---

#14

## Zusammenfassung

---

- Selbstkonsistente  $\Phi$ -Funktionalnäherungen
- Renormierung
- Symmetrieanalyse
- Näherungsschema für Vektorteilchen
- Numerisches Verfahren

## Ausblick

---

- Werkzeug für Anwendung auf „realistische“ Modelle
- Ansätze zur Behandlung allgemeiner Eichtheorien  
z.B. QCD jenseits HTL?
- Transportgleichungen für Teilchen mit endlicher Breite