

## Übungen zur Theoretischen Physik 2 für das Lehramt L3 – Blatt 4

---

### Aufgabe 1 [10 Punkte]: Feldenergie von Ladungsverteilungen

Auf Blatt 2 haben wir in Aufgabe 2 c) und d) das elektrische Feld für eine homogen geladene Kugel mit Radius  $a$  und Ladungsdichte  $\rho_0$  bzw. eine homogen geladene Kugelschale mit Radius  $a$  mit der Flächenladungsdichte  $\Sigma_0$  bestimmt. Die Gesamtladung ist jeweils  $Q = 4\pi a^3 \rho_0 / 3$  bzw.  $Q = 4\pi a^2 \Sigma_0$ . Die jeweiligen elektrischen Felder sind

$$\vec{E}_1(\vec{r}) = \begin{cases} Q\vec{r}/(4\pi\epsilon_0 a^3) & \text{für } r < a, \\ Q\vec{r}/(4\pi\epsilon_0 r^3) & \text{für } r > a, \end{cases} \quad (1)$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}) = \begin{cases} \vec{0} & \text{für } r < a, \\ Q\vec{r}/(4\pi\epsilon_0 r^3) & \text{für } r > a. \end{cases} \quad (2)$$

(a) [3 Punkte] Berechnen Sie für die beiden elektrostatischen Felder jeweils das Potential.

(b) [2 Punkte] Berechnen Sie mit Hilfe der Energiedichte des elektrischen Feldes

$$w = \frac{\epsilon_0}{2} \vec{E}^2 \quad (3)$$

die gesamte in den jeweiligen Feldern enthaltene Energie.

(c) [2 Punkte] Berechnen Sie die Feldenergie für die homogen geladene Kugel nochmals mit Hilfe der alternativen Formel

$$W = \int_{\mathbb{R}^3} d^3 r \frac{1}{2} \rho(\vec{r}) \Phi(\vec{r}). \quad (4)$$

(d) [3 Punkte] Wie lautet die entsprechende Formel für die homogen geladene Kugelschale? Berechnen Sie auch in diesem Fall die gesamte Feldenergie nochmals mit dieser alternativen Formel.

---

### Aufgabe 2 [10 Punkte]: Dipolfeld in kartesischen und Kugelkoordinaten

In Abschnitt 1.5.9 im Mankuskript haben wir das elektrostatische Potential eines Dipols im Ursprung des Koordinatensystems hergeleitet:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (5)$$

Es sei ein kartesisches Koordinatensystem so gewählt, dass  $\vec{p} = p\vec{e}_3$ .

(a) [3 Punkte] Berechnen Sie das elektrische Feld in kartesischen Koordinaten.

(b) [2 Punkte] Rechnen Sie das Potential in die Standardkugelkoordinaten  $(r, \vartheta, \varphi)$  und Zylinderkoordinaten  $(R, \varphi, z)$  um.

(c) [5 Punkte] Berechnen Sie nochmals das elektrische Feld in Kugelkoordinaten sowie Zylinderkoordinaten und zeigen Sie, dass die Resultate tatsächlich mit dem Ergebnis der Rechnung in kartesischen Koordinaten übereinstimmen.

**Tipp:** Die Formeln in Anhang A des Manuskripts dürfen ohne Beweis verwendet werden.

---

Homepage zu Vorlesung und Übungen:

<https://th.physik.uni-frankfurt.de/~hees/theo2-13-SS20/index.html>