

# Feld einer homogen geladenen Kugel

Gauß'sches Gesetz

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1)$$

Für  $r \geq a$ :  $Q = Q_K$  (2)

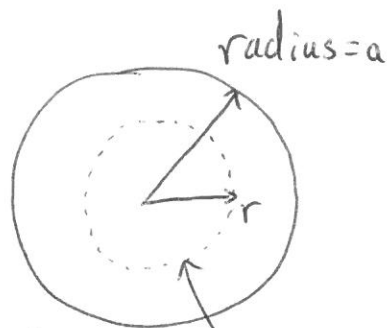
Für  $r < a$ :  $Q = Q_K$  (Verhältnis)

Volumen einer Kugel Radius  $r$  :  $\frac{4\pi r^3}{3}$   
Volumen einer Kugel Radius  $a$  :  $\frac{4\pi a^3}{3}$

$$\frac{4\pi r^3}{3} : \frac{4\pi a^3}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{r^3} = \frac{Q_K}{a^3}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{Q_K r^3}{a^3} \quad (3)$$

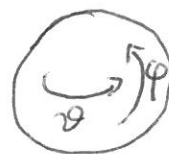


Gesamte Ladung =  $Q_K$

Gauß'sche Fläche

## Symmetrien

System ist Rotationssymmetrisch in  $\varphi$  &  $\vartheta$



$$\Rightarrow E_\varphi = E_\vartheta = 0$$

$$E_r = E_r(r)$$

Mit einer kugelförmigen gauß'schen Fläche

und dass  $E_r$  ist die einzige Komponente

$$\vec{E} \parallel d\vec{S}$$

$$\Rightarrow \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_r 4\pi r^2 \quad (4)$$

Für  $r \geq a$

(1), (2) & (4)

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{Q_K}{\epsilon_0} \Rightarrow$$

$$E_r = \frac{Q_K}{4\pi \epsilon_0 r^2} \quad \text{Coulomb'sches Gesetz}$$

Für  $r < a$

(1), (3) & (4)

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{Q_K r^3}{\epsilon_0 a^3} \Rightarrow$$

$$E_r = \frac{Q_K r}{4\pi \epsilon_0 a^3}$$

# Feld eines <sup>hohlen</sup> geladenen Drahtes

Gauß'sches Gesetz

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1)$$

Für  $r \geq a$ :  $Q = Q_Z = \lambda L$    
 "Ladungsschicht"   
 pro Länge:  $\lambda$    
 mal Länge der gauß'schen Fläche

Indem gauß'schen Fläche erhaltenen Ladung   
 Ladung in einem Zylinder mit Länge  $L$

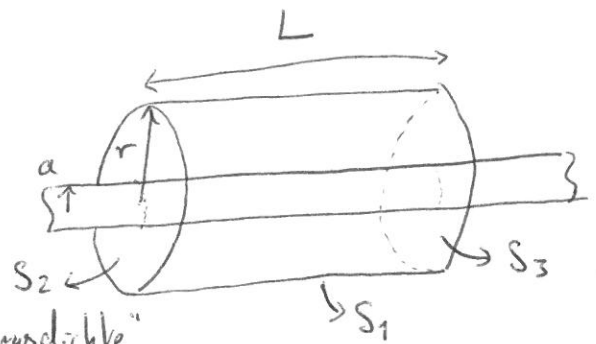
Für  $r < a$ :  $Q = Q_Z$

Volumen eines Zylinders Radius " $r$ " :  $\pi r^2 L$    
 Volumen eines Zylinders Radius " $a$ " :  $\pi a^2 L$

$$\pi r^2 L : \pi a^2 L$$

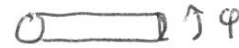
$$\frac{Q}{r^2} = \frac{Q_Z}{a^2}$$

Mit  $Q_Z = \lambda L \Rightarrow Q = \frac{\lambda L r^2}{a^2} \quad (3)$



## Symmetrien

System ist rotationsymmetrisch in  $\varphi$



System ist translationsymmetrisch in  $z$



$$\Rightarrow E_\varphi = E_z = 0$$

$$E_r = E_r(r)$$

$$S_2 \perp \vec{E} \quad S_3 \perp \vec{E}$$

$$\therefore S_2 \parallel \hat{z} \quad \therefore S_3 \parallel \hat{z}$$

Damit sind die Beiträge von  $\vec{E} \cdot d\vec{s}$

von  $S_2$  &  $S_3$  0. Die gekrümmte Fläche  $S_1$  ist immer parallel mit  $\vec{r}$  und deswegen das  $E$ -Feld.

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = E_r \underbrace{2\pi r L}_{\substack{\text{Fläche eines} \\ \text{Zylinders}}} \quad (4)$$

$\underbrace{E_r}_{\substack{\text{E-Feld} \\ \text{in "r"-Richtung}}}$

Für  $r \geq a$

$$(1), (2) \& (4) \quad E_r 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\epsilon_0} \Rightarrow E_r = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Für  $r < a$

$$(1), (3) \& (4) \quad E_r 2\pi r L = \frac{\lambda L r^2}{a^2} \Rightarrow E_r = \frac{\lambda r}{2\pi\epsilon_0 a^2}$$