Mathematische Methoden der Physik für das Lehramt L3 - Blatt 4

Aufgabe 1 [10 Punkte]: Integration durch Substitution

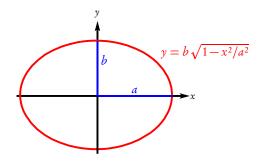
Berechnen Sie die folgenden Integrale durch geeignete Anwendung der Substitutionsregel:

- (a) (2 Punkte) $\int dx (2x-1) \exp(x^2-x)$
- (b) (2 Punkte) $\int dx \ln x/x$
- (c) (2 Punkte) $\int dx 1/\sqrt{x^2+1}$, Tip: Substuieren Sie $x = \sinh u$
- (d) (2 Punkte) $\int dx \tan x$
- (e) (2 Punkte) Die obere Halbellipse mit Hauptachsen a > 0 und b > 0 ist durch

$$y = b\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}\tag{1}$$

mit $x \in [-a, a]$ gegeben. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Ellipse.

Tip: Substituieren Sie $x = a \cos \varphi$.



Aufgabe 2 [10 Punkte]: Integration durch partielle Integration

Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe der partiellen Integration

- (a) (2 Punkte) $\int dx x \sin x$
- (b) (2 Punkte) $\int dx x \exp x$
- (c) (2 Punkte) $\int dx x^n \ln x \text{ mit } n \in \mathbb{N}$
- (d) (2 Punkte) $\int dx \ln x$, Tip: Schreiben Sie den Integranden als $1 \cdot \ln x$ und wenden Sie die offensichtlich einfachste Wahl für u' und v bei der partiellen Integration an.
- (e) (2 Punkte) $\int dx \sin x \exp x$