

## Mathematische Methoden der Physik für das Lehramt L3 – Blatt 6

---

### Aufgabe 1 [10 Punkte]: Vektoralgebra in der Ebene

Gegeben seien die drei Vektoren  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  in der  $x$ - $y$ -Ebene bzgl. einer kartesischen Basis:  $\vec{a} = (1, 2)^T$ ,  $\vec{b} = (3, 0)^T$ ,  $\vec{c} = (-1, 1)^T$ .

- [2 Punkte] Zeichnen Sie die drei Vektoren in ein Koordinatensystem.
  - [1 Punkte] Bestimmen Sie den Betrag der drei Vektoren.
  - [2 Punkte] Berechnen und zeichnen Sie die Vektoren  $(-\vec{a})$ ,  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{a} - \vec{b}$  und  $2\vec{a} - \vec{b}$ .
  - [1 Punkt] Wie lautet der Einheitsvektor  $\vec{e}_c$  in Richtung des Vektors  $\vec{c}$ ?
  - [2 Punkte] Bestimmen Sie jeweils die Projektion der Vektoren  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{a} + \vec{b}$  auf den Einheitsvektor  $\vec{e}_c$ .
  - [2 Punkte] Bestimmen Sie die reellen Zahlen  $\alpha$  und  $\beta$  derart, dass  $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \vec{c}$ .
- 

### Aufgabe 2 [10 Punkte]: Winkel im Skalarprodukt

- [3 Punkte] Was bedeutet  $2(\vec{a} \cdot \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$  für den Winkel zwischen den beiden Vektoren?
- [4 Punkte] Beweisen Sie mit Hilfe des Skalarprodukts den Cosinus-Satz der ebenen Geometrie, nach dem in einem Dreieck mit den Seitenlängen  $a$ ,  $b$  und  $c$  gilt:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ , wobei  $\gamma$  den Gegenwinkel der Seite  $c$  bezeichnet.
- [3 Punkte] Warum gilt für den Betrag des Skalarprodukts die Cauchy-Schwarzsche Ungleichung:  $|(\vec{a} \cdot \vec{b})| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ ?