

Läßt sich die Verzögerung der Expansion des Universums messen?

Michael Bertschik

30. Juni 1998

Inhaltsverzeichnis

1	Abriß über die Kosmologie	1
1.1	Feldgleichungen	1
2	Friedmann-Lemaitre-Gleichungen	3
2.1	Die kosmologische Konstante Λ	3
2.2	Der Verzögerungsparameter q_0	3
2.3	Methoden zur Messung von q_0	4
2.4	q_0 aus Winkeldurchmessern	4
2.5	q_0 aus Galaxienzählungen	4
2.6	q_0 aus $N(z)$	5
2.7	q_0 aus Leuchtkraft-Rotverschiebungs-Relation (Hubble-Diagramm)	5
2.8	q_0 aus Hubble-Diagramm hellster Galaxien in Galaxienhaufen	5
3	Supernovae Ia als Standardkerzen	6
3.1	Kurzer Abriß über Supernovae	6
3.2	Supernovae Typ Ia - Entstehungsmodell	6
3.3	Beobachtung von SNe Ia	7
3.4	Ergebnisse für q_0	8
3.5	Gegenüberstellung der Ergebnisse für q_0 bzw. Ω_Λ	11
4	Betrachtung möglicher Fehlerquellen	12
5	Schluß: Hubble-Bubbles	12

1 Abriß über die Kosmologie

1.1 Feldgleichungen

Es werden in der relativistischen Kosmologie folgende Voraussetzungen gemacht:

- Es gilt das *kosmologische Prinzip*: Das Universum bietet, lokale Unregelmäßigkeiten ausgenommen, zu jedem Zeitpunkt von jedem Punkt aus den gleichen Anblick (Isotropie \rightarrow Homogenität).

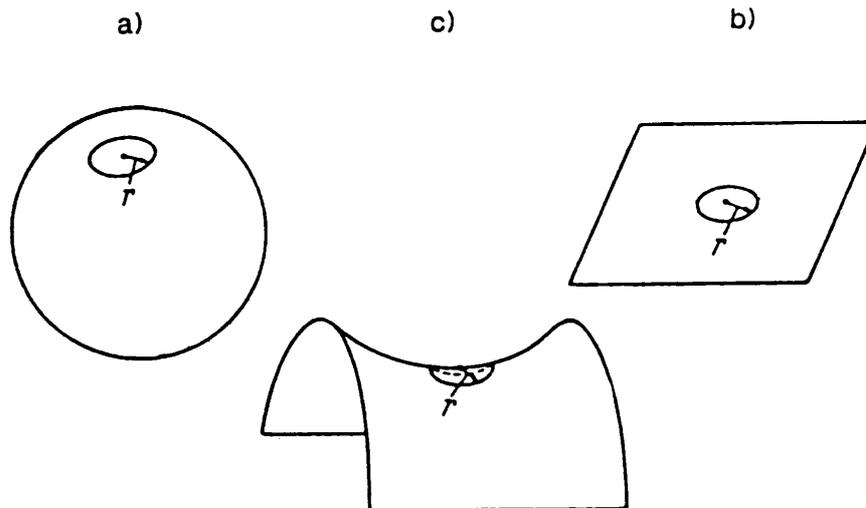
- Es gilt das *Weylsche Postulat*: Materie verhält sich im Universum wie eine *ideale Flüssigkeit*.
- Es gilt die *Allgemeine Relativitätstheorie*

Die Raum-Zeit-Struktur wird mit Hilfe der zugrundeliegenden Metrik beschrieben, in der vierdimensionalen Raumzeit mit dem Linienelement: $ds^2 = dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)$ Oder allgemeiner auch in Nichtinertialsystemen: $ds^2 = \sum_{\mu\nu}^4 g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$. $g_{\mu\nu}$ ist hier der metrische Tensor, welcher die einfache Diagonalgestalt

$$g_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)$$

hat.

Die einfachste Metrik unter obigen Bedingungen ist die *Robertson-Walker-Metrik*, bei der ein Linienelement beschrieben wird mit: $ds^2 = dt^2 - R(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\phi^2 \right]$ $R(t)$ ist der Skalenfaktor¹ und k charakterisiert die Krümmung, ein geschlossenes Universum besitzt $k = +1$ (a), ein flaches, euklidisches Universum hat $k = 0$ (b) und ein offenes, hyperbolisches Universum besitzt $k = -1$ (c).



Im geschlossenen Universum kann man R als Radius des Universums interpretieren. Die Dynamik steckt nun in dem zeitabhängigen Skalenfaktor $R(t)$, der beschrieben wird durch die *Einsteinschen Feldgleichungen*:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R(t)g_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$$

Der Energie-Impuls-Tensor ist aufgrund des Weylschen Postulats

$$T_{\mu\nu} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p), \quad R_{\mu\nu}$$

ist der Ricci-Tensor.

¹Skalenfaktor wegen der Skalierung des räumlichen Abstandes zweier nahe benachbarter fester Punkte

2 Friedmann-Lemaitre-Gleichungen

Unter den oben genannten Annahmen (und mit einem materiedominierten Modell) reduzieren sich die Einsteinschen Feldgleichungen auf die (Einstein-) Friedmann-Lemaitre-Feldgleichungen:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{c^2}{3}\Lambda - k\frac{c^2}{R^2}$$
$$\frac{\ddot{R}}{R} + \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = -k\frac{c^2}{R^2} - \frac{8\pi G}{3}\rho + c^2\Lambda$$

Wir definieren nun den *Hubble-Parameter* durch: $H(t) = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)}$. Dieser hat die Dimension einer inversen Zeit und wird gemessen über die Rotverschiebung kosmologisch weit entfernter Objekte. Er bedeutet das Verhältnis aus Änderung des Skalenfaktors und Skalenfaktor.

Anhand der beobachteten Rotverschiebung mit $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ und der Interpretation als Doppellinieneffekt erhält man dann die berühmte Hubble-Beziehung:

$$v = c \cdot z = H_0 r \quad \text{für } v \ll c$$

2.1 Die kosmologische Konstante Λ

Die *Einsteinschen Feldgleichungen* sind nicht in der Lage, ohne eine sog. kosmologische Konstante Λ ein statisches Universum zu beschreiben - ein positives Λ wirkt beschleunigend, ein negatives Λ eine abbremsend. Einstein führte sie ein (als $\Lambda > 0$ - Gegenkraft zur Gravitation), weil man damals fest an ein statisches Universum glaubte - er bezeichnete die Konstante später nach der Entdeckung der Rotverschiebung als die größte Eselei meines Lebens.

Jedoch tauchten später Beweggründe auf, die auf ein nichtverschwindendes Λ hindeuteten:

- Sie ist hilfreich, wenn die Hubble-Zeit H_0^{-1} und astrophysikalisch bestimmte Weltalter zu verschiedenen Altern des Kosmos führen.
- Die moderne Quantenfeldtheorie belebt sie wieder, weil bei ihr das Vakuum nicht unbedingt ein Zustand mit Energie Null ist, sondern kann durchaus einen endlichen Erwartungswert haben. Diese nichtverschwindende Energiedichte kann man als Eigenschaft der Raumzeit auffassen (Lorentzinvarianz des Grundzustandes) und somit auch als Komponente einer kosmologischen Konstante.
- Neuere Beobachtungen, die Gegenstand dieses Vortrags sind.

Λ wird experimentell indirekt über die Bestimmung von q_0 ermittelt, in diesem Zusammenhang definiert man häufig auch $\Omega_\Lambda \equiv \frac{\Lambda}{3H_0^2}$.

Es sei nochmal betont: *Ein positives Λ wirkt beschleunigend auf eine Expansion!*

2.2 Der Verzögerungsparameter q_0

Der Verzögerungsparameter (auch Abbrems- oder Dezelerationsparameter) wird definiert durch:

$$q(t) = -R\frac{\ddot{R}}{R^2}$$

Durch Differentiation und Umstellen der Friedmann-Lemaitre-Gleichung bekommt man für q_0 (0 steht für einen heutigen Wert): $q_0 = \frac{\ddot{R}_0}{\dot{R}_0} = \frac{4\pi G\rho_0}{3H_0^2} - \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}$

q_0 bezieht also die Beschleunigung $-\ddot{R}_0$ auf eine Einheitsbeschleunigung, welche in der Hubble-Zeit $\tau_0 = H_0^{-1}$ von der Geschwindigkeit Null auf die im Abstand R_0 gesehene Fluchtgeschwindigkeit $R_0 H_0$ führen würde.

Oder einfacher ausgedrückt: q_0 mißt die Rate, mit der sich die Expansion des Universums verlangsamt.

q_0 ist auch mit der kritischen Dichte $\Omega_0 = \frac{\rho_0}{\rho_{0,crit}}$ verknüpft: $\Omega_0 = 2q_0 + \frac{2\Lambda c^2}{3H_0^2}$ (ρ_0 ist beobachtete Dichte heute, $\rho_{0,crit}$ ist die Dichte, die - heute gemessen - zu einem flachen Universum mit $k = 0$ führen würde).

Man kann auch Ω_0 als Beziehung aller Energienauffassen: $\Omega_0 = \Omega_M + \Omega_\Lambda$

Anhänger der Inflationshypothese wünschen sich ein flaches Universum mit $\Omega_0 = 1$.

2.3 Methoden zur Messung von q_0

Es gibt verschiedene Methoden, den Parameter q_0 zu bestimmen, einige sollen jetzt vorgestellt werden.

2.4 q_0 aus Winkeldurchmessern

Der Winkeldurchmesser Θ von Standardstäben wird kleiner mit wachsender Entfernung. Jedoch gibt es das Phänomen in überkritischen Universen, daß dieser Winkeldurchmesser ab einem bestimmten Abstand wieder ansteigt. Das exakte Verhalten von Θ ist eine Funktion von q_0 . Die Schwierigkeit ist nun, einen solchen Standardstab zu finden, z.B. kann der Durchmesser vom Alter des Objekts - und damit wieder von der Rotverschiebung z - abhängen.

Gegenüberstellung von Ergebnissen aus dieser Methode:

Objekt (Standardstab)	Wert für q_0	Wer (wann)
großräumige Struktur von Radiogalaxien	$\simeq 0,5$	Miley (1971)
großräumige Struktur von Galaxienhaufen	$\simeq 0,5$	Wagner, Perrenod (1981)
scheinbare Größe von AGNs	$q_0 = 0,16 \pm 0,71$	Gurvits (1994)
helle E-Typ Galaxien	$0 < q_0 < 0,7$ (90% C.L.)	Bender et al. (1997)

2.5 q_0 aus Galaxienzählungen

Die Nummer $N(m)$ von Galaxien, die heller als die scheinbare Helligkeit m sind, steigt schneller an mit der Entfernung in einem unterkritischen als in einem überkritischen Universum. Eine Zählung von Galaxien könnte im Prinzip einen Wert von q_0 nahelegen - wenn die gezählten Galaxien bekannte zeitunabhängige und damit auch z -unabhängige Leuchtkräfte haben und die Abschwächung durch die Rotverschiebung richtig berechnet werden kann.

Beide Bedingungen werden nur relativ unbefriedigend gelöst, man muß modellabhängige Korrekturen für die Galaxienzählung machen und die Evolution verschiedener Leuchtkräfte bei verschiedenen Sternpopulationen berücksichtigen.

Entsprechend unsicher sind die Abschätzungen für q_0 : neuere Zählungen lassen ein $q_0 \simeq 0,05$ zu, der Fall $q_0 = 0,5$ wird nur dann akzeptabel, wenn man annimmt, daß eine weit

entfernte Klasse von Galaxien verschwunden ist, z.B. aufgrund von Kollisionen.

2.6 q_0 aus $N(z)$

Eine weiterer sensitiver kosmologischer Test ist die Nummer $N(z)$ aller der Objekte mit Rotverschiebung kleiner als z als Funktion von z . In erster Näherung ist das: $\frac{dN}{dz} = \text{const.} \cdot (1+z)^\gamma$ wobei $\gamma = 1$ für $q_0 = 0$ und $\gamma = 0,5$ für $q_0 = 0,5$ steht.

Problem: Man findet keine *komplette* Probe bis zu einem bestimmten z , Zählungen von Galaxien blieben ohne Ergebnis. Zählungen von Lyman α Linien legten nahe, daß das Ergebnis von der beteiligten Materie abhängt. So bekommt man Schätzungen für q_0 ohne Evolution: $q_0 \simeq 0$ und mit signifikanter Evolution $q_0 \simeq 0,5$

Das Münster Redshift Project (MRSP) bestimmte in diesem Zusammenhang

$$q_0 < 0,75 \text{ (95\% C.L.)}$$

2.7 q_0 aus Leuchtkraft-Rotverschiebungs-Relation (Hubble-Diagramm)

Dies ist die gebräuchteste und auch verlässlichste Methode, q_0 zu bestimmen.

Das Konzept, was benutzt wird, ist das der Standardkerze. Standardkerzen sind Objekte bekannter absoluter Helligkeit M , welche nur wenig dispergiert und somit bei einer Messung der scheinbaren Helligkeit m die echte Entfernung angeben kann. Dafür benutzt man die bekannte Beziehung $m - M = 5 \lg(r/Mpc) + 25 + A(r)$ und setzt die Hubble-Beziehung $c \cdot z = H_0 r$ für r ein: $\lg\left(\frac{cz}{km\ s^{-1}}\right) = 0,2m - \left[0,2M + 5 - \lg\left(H_0 \frac{km\ s^{-1}}{Mpc}\right)\right] - 0,2A(r)$ Dabei wird cz aus dem Spektrum gemessen, m gemessen (M ist ja von der Standardkerze bekannt) und $A(r)$ irgendwie gemessen.

Die Auftragung von $\lg cz$ über ein gemessenes m zeigt eindrucksvoll die lineare Expansion des Universums: Die Meßpunkte liegen auf einer Geraden mit der Steigung 0,2.

Bestimmung von q_0 : Die Friedmann-Modelle sagen eine leichte Abweichung von dieser Linie zu großen z 's voraus, auch in leeren Universen (abhängig von Ω_0). Größere Abweichungen von der o.g. Geraden bei gegebener scheinbarer Helligkeit können darauf hinweisen, daß die Expansion des Universums abgebremst oder beschleunigt wird.

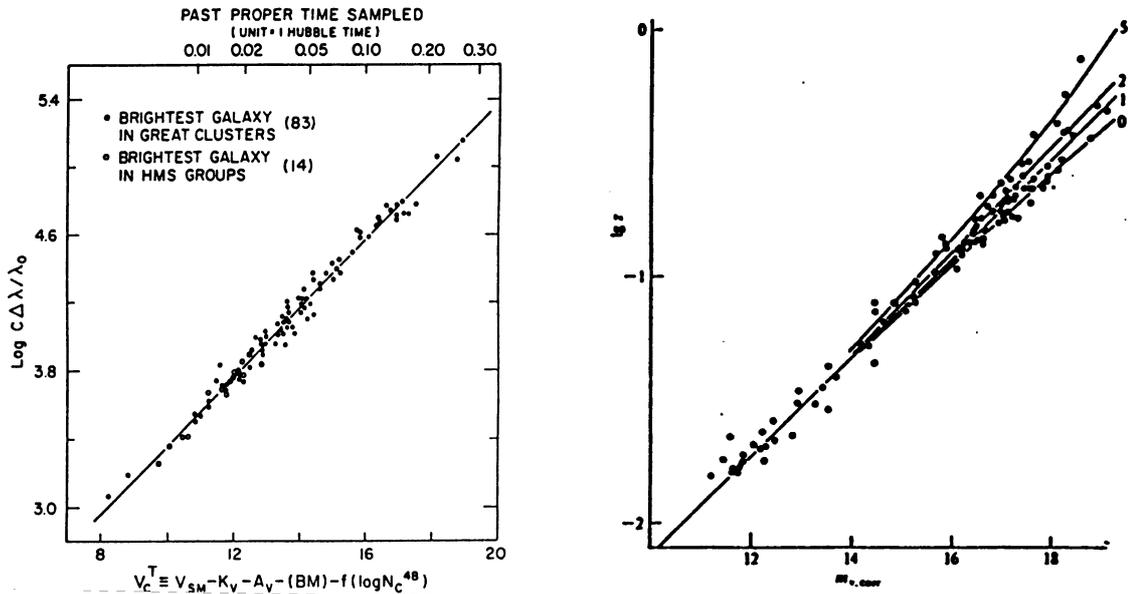
2.8 q_0 aus Hubble-Diagramm hellster Galaxien in Galaxienhaufen

Dies ist ein vielversprechender Ansatz für größere Entfernungen. Sandage & Tammann (1973) wählten durch Haufen-Korrekturen cD-Galaxien als Standardkerzen aus, was in neueren Untersuchungen bestätigt wurde.

Man beachte auch: AGN und Quasare sind *keine* Standardkerzen und man kennt auch keine physikalischen Merkmale (z.B. Spektrum) zur Ablesung der Helligkeit.

Leider ist hier die meßtechnische Streuung in den Endpunkten zu groß, um die Abweichung der Linearität durch q_0 *genau* zu bestimmen.

Zur Zeit beträgt der typischer Fehler etwa 0,5mag, was zu etwa 30% Unsicherheit in r führt. Die Entfernungsmessung über hellste Galaxien liefert - je nach Optimismus - $q_0 \simeq -1..2$ bis $q_0 = 0..1$.



3 Supernovae Ia als Standardkerzen

Eine Methode, die vor allem in jüngster Zeit für beeindruckende Ergebnisse gesorgt hat, ist die Verwendung von fernen SN Ia als Standardkerzen und damit auch als Hilfe zur Bestimmung von q_0 .

3.1 Kurzer Abriss über Supernovae

Supernovae sind das katastrophale Ende einer Sternentwicklung durch eine sternzerstörende Explosion.

Wegen extremer Helligkeit haben SN Reichweiten bis $c \cdot z \simeq 10^5 \text{ km s}^{-1}$, was auf Entfernungen von einigen tausend Mpc hinweist.

Supernovae Typ II und Ib sind keine guten Standardkerzen, da der Parameterraum ihrer Entstehung sehr groß ist und die Helligkeit stark abhängig ist von den Parametern - ganz im Gegensatz zu SN Ia.

3.2 Supernovae Typ Ia - Entstehungsmodell

Klassisches Bild von SN Ia:

- Es existiert ein (enges) Doppelsternsystem mit einem Weißen Zwerg und einem Partnerstern.
- Weißer Zwerg akkretiert Masse, bis He oder C unter extrem entarteten Bedingungen zünden
- akkretiertes Material ist arm an Wasserstoff, sonst gäbe es eine Nova statt SN
- Ablauf des Ereignisses ist empfindlich abhängig von

1. Masse und Zusammensetzung des Weißen Zwerges, die Masse wird stark gesteuert von der Chandrasekhar'schen Grenze (1,4 Sonnenmassen)
2. Akkretionsrate und Zusammensetzung des akkretierten Materials

Die große Einheitlichkeit von SNe Ia-Maximalhelligkeit und Lichtkurve weist darauf hin, daß Ausgangsparameter immer ähnlich und/oder daß das optische SN-Ereignis nicht empfindlich von den Ausgangsparametern abhängt, man bekommt ein $\sigma_M \leq 0,2$. Daher: *SN Ia sind gute Standardkerzen.*

Voraussetzung ist aber eine genaue Klassifizierung, eine genaue Beobachtung der scheinbaren Maximalhelligkeit (Abhängigkeit der Maximalhelligkeit von dem Abfall der Lichtkurve gibt Hinweis auf leichte Parameterabhängigkeit) und eine sorgfältige Korrektur der interstellaren Absorption.

3.3 Beobachtung von SNe Ia

Zur Zeit (Mai 1998) arbeiten zwei Gruppen an der koordinierten Suche und Beobachtung von SNe mit hohem z (bis $z = 1$):

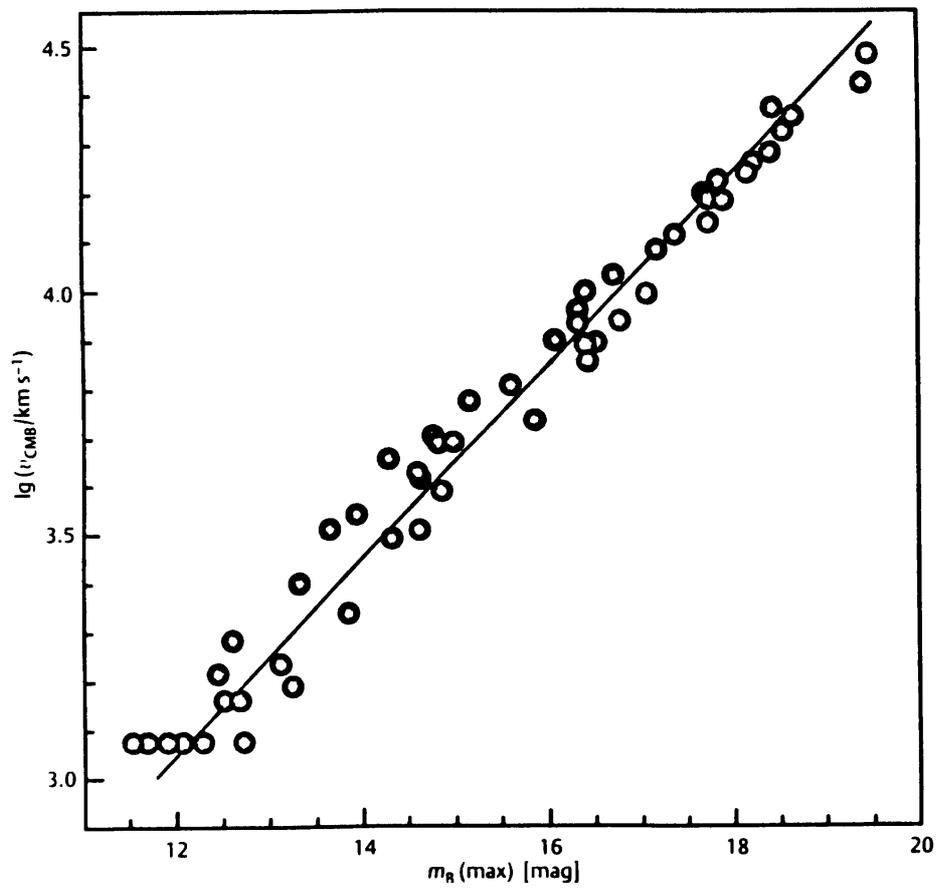
- Supernova Cosmology Project (SCP) (Perlmutter et al.), seit 1989
- High- z Supernova Search Team (HIZ) (Garnavich et al.), seit 1995

Dabei wird folgende Strategie verfolgt:

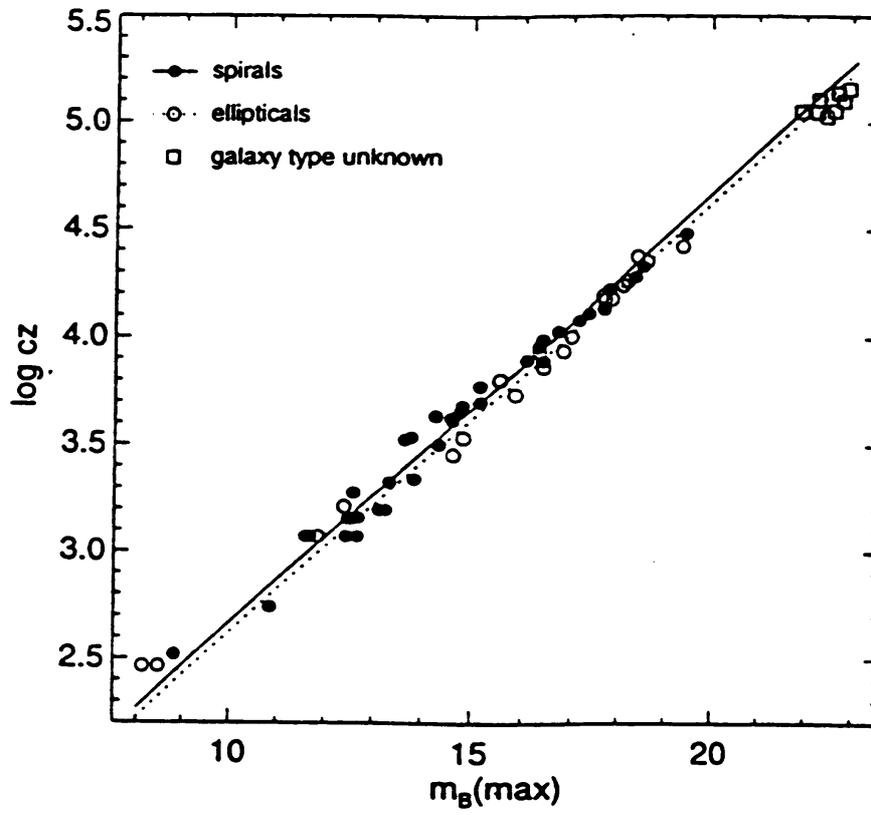
- Einige Tage nach Neumond wird mit einem 4m-Teleskop eine Serie von Wide Field-Aufnahmen gemacht, wobei jedes Feld einige tausend Galaxien enthält mit potentiellen SNe darin
- Einige Wochen später werden die gleichen Felder aufs Neue aufgenommen und nach eventuellen neuen Punktquellen durchsucht
- Nach dem Entfernen des Untergrundes (z.B. Asteroiden, AGN, Quasare, kosmische Strahlen usw.) bleiben Kandidaten für Supernovae übrig, die dann näher betrachtet werden
- Die Lücke von drei Wochen ist abgestimmt mit der etwa 20 Tage betragenden Anstiegszeit der SN Ia, was heißt, daß die SNe kurz vor oder bei ihrem Leuchtmaximum entdeckt werden
- Beide Gruppen haben zusätzlich HST-Zeit für die anschließenden näheren photometrischen Untersuchungen

Insgesamt sind bisher von den beiden Gruppen etwa 100 SNe gefunden worden mit $z > 0,3$, darunter auch einige mit $z > 0,8$.

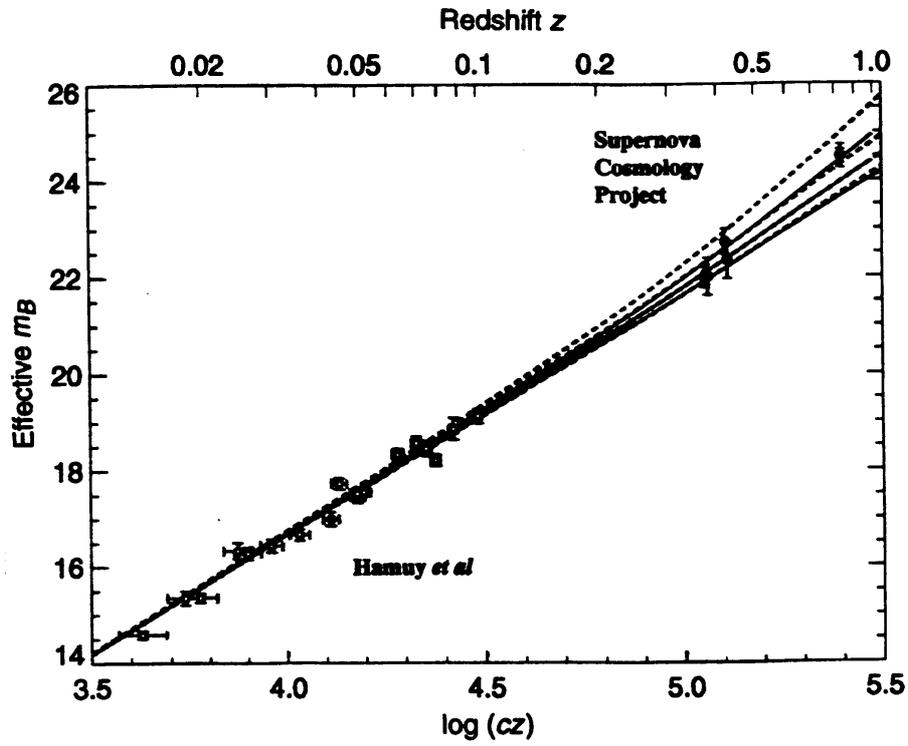
3.4 Ergebnisse für q_0



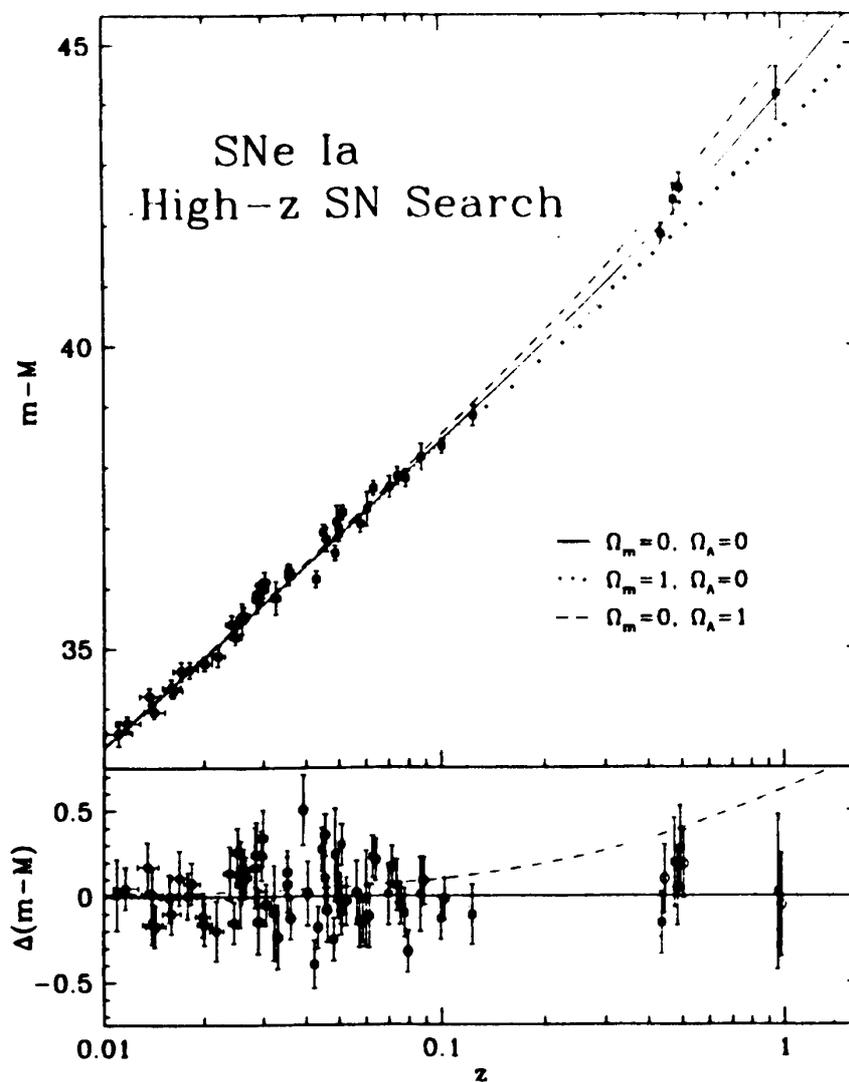
Man sieht an diesem Diagramm sehr schön die Linearität und die relativ geringe Streuung um die Geraden → Standardkerze.



Hier ist SNe Ia nach ihren Muttergalaxien unterschieden.



Hier ist der Effekt für den Parameter q_0 bzw. für Ω_M und Ω_Λ , verschiedene theoretische Verläufe sollen den experimentellen Befund fiten. Durchgezogene Linien (von oben nach unten): $\Omega_M, \Omega_\Lambda=(0, 0), (1, 0), (2,0)$. Gestrichelte Linien (v. o. n. u.): $\Omega_M, \Omega_\Lambda=(0, 1), (0,5, 0,5), (1,5, -0,5)$.



Auch hier sind nochmal theoretische Werte mit den Ergebnissen aufgetragen. Hier Ergebnisse von vier High- z -Supernovae.

3.5 Gegenüberstellung der Ergebnisse für q_0 bzw. Ω_Λ

Methode	q_0	Ω_Λ	Wer (wann)
Hellste Galaxien	$1 \pm 0,5$		Sandage et al. (1976)
SNe Ia		0..1	Perlmutter et al. (1998)
SNe Ia		0..1	Garnavich et al. (1998)
SNe Ia (High- z)	-0,45..0		Leibundgut (1998)
SNe Ia	$q < 0$ (90% <i>C.L.</i>)		Kim (1998)

Dabei lohnt eine nähere Betrachtung der Fits der einzelnen Gruppen:

- Perlmutter et al. bekommen unter der Annahme eines flachen Universums ($\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$)

für Ω_M einen Wert von $0,6 \pm 0,2$ (Ω_Λ entsprechend). Für ein Universum mit verschwindender kosmologischer Konstante bekommt man $\Omega_M = 0,2 \pm 0,4$.

- Garnavich et al. finden entsprechend für ein flaches Universum $\Omega_M = 0,4 \pm 0,3$ und für $\Omega_\Lambda = 0$ $\Omega_M = -0,1 \pm 0,5$

Die neueren Ergebnisse, die mit Hilfe der SNe Ia gemacht wurden, weisen also darauf hin, daß *die Expansion des Universums beschleunigt wird* ($q < 0$).

4 Betrachtung möglicher Fehlerquellen

Anhand der recht ungewöhnlichen Ergebnisse scheint auch eine Betrachtung möglicher Fehlerquellen angebracht.

- Der bereits erwähnte Malmquist Effekt hat zur Folge, daß man - wenn man die in der Nähe bestimmte mittlere Leuchtkraft einer Probe auf entfernte Proben anwendet - die Distanzen systematisch *unterschätzt* (aber das würde das Ergebnis eher verstärken).
- Keiner kann garantieren, daß lokale und weit entfernte SNe Ia wirklich identisch sind, man könnte z.B. unterschiedliche Metallizität vermuten. Genauere Untersuchungen (Schmidt et al.) ließen jedoch auf eine Populationsabhängigkeit in $m - M$ von nur $0,06\text{mag}$ ($< 3\%$ in r) schließen.
- Die Extinktion ist äußerst problematisch bei späten Galaxientypen. Jedoch wurde bei der bisher fernsten entdeckten SNe Ia keine Beeinflussung von der Muttergalaxie gemessen.
- Auch die Extinktion bei hohen Rotverschiebungen ist nicht gut bekannt.

Abschließend bleibt zu sagen, daß die Methode der fernen SNe Ia noch recht neu ist (was die Betrachtung der Fehlerquellen noch eingrenzt), aber vom Prinzip her bereits gute und teilweise überraschende Ergebnisse liefert.

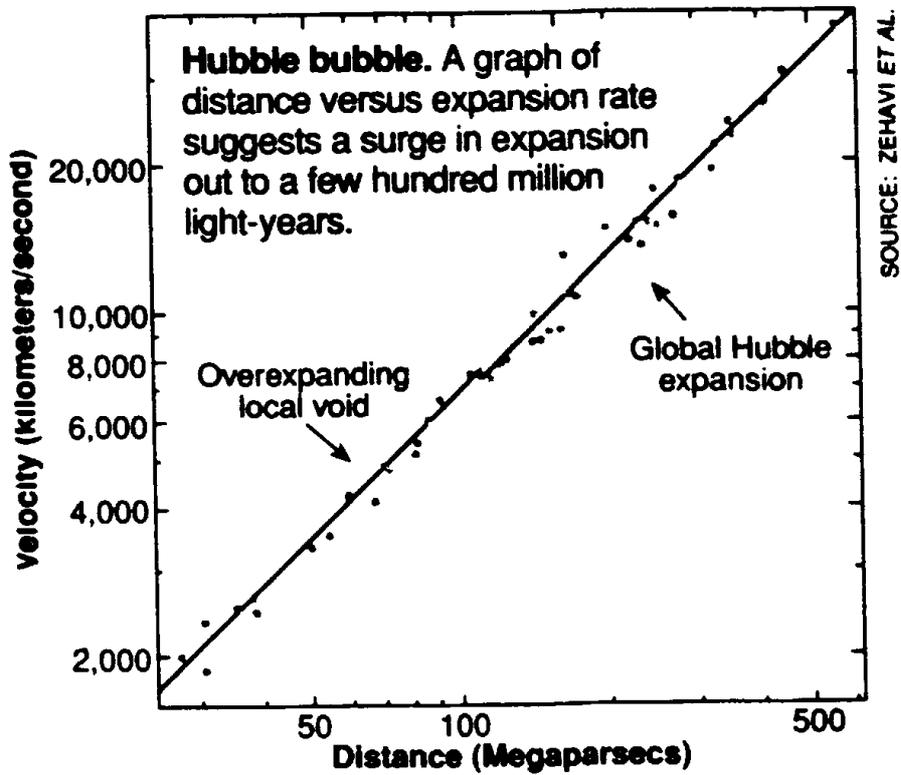
Antwort auf die Frage des Vortrags:

Die Verzögerung läßt sich messen - aber es ist möglicherweise keine Verzögerung, sondern eine Beschleunigung der Expansion im Sinne von $q_0 < 0$.

5 Schluß: Hubble-Bubbles

Als Beispiel für die Leistungsfähigkeit der Methode der SNe Ia mag die jüngste Entdeckung der Hubble-Bubbles dienen.

Die beiden angesprochenen Gruppen entdeckten bei der Auftragung von SNe Ia, daß das Universum in näherer Umgebung um signifikant 6% schneller expandiert als der Rest des (untersuchten) Universums.



Ein erstaunliches Ergebnis, das noch einer weiteren Überprüfung harrt.