

Coriolis-Kräfte

Holger Smolinsky

8. Juni 1998

1 Einleitung

Diese FAQ (Frequently Answered Questions = Häufig beantwortete Fragen) beschäftigt sich mit Trägheitskräften und insbesondere mit der Coriolis-Kraft. Sie will Laien auf dem Gebiet der Physik und Mathematik verdeutlichen, welchen Einfluss die Erddrehung auf alle Bewegungen auf der Erdoberfläche hat, und einige 'urban legends' beseitigen.

2 F: Was sind Trägheitskräfte

A: In einem sich unbeschleunigt bewegenden System verharren alle Körper in ihrem Bewegungszustand, wenn keine äusseren Kräfte auf sie wirken. Das hat Newton schon im 17. Jahrhundert herausgefunden. Wird jetzt der Beobachter beschleunigt, beobachtet er, dass alle Körper (relativ zu ihm) entgegengesetzt beschleunigt werden. Da er aber weiss ;), dass Körper nur dann beschleunigt werden, wenn Kräfte angreifen, führt er diese Beschleunigung auf eine Scheinkraft, die Trägheitskraft, zurück.

3 F: Warum sind rotierende Systeme 'beschleunigt'?

A: Um einen Körper auf eine Kreisbahn zu zwingen, muss er ständig auf den Mittelpunkt der Bahn hin beschleunigt werden. Dabei ändert sich zwar nicht der Betrag, aber die Richtung der Geschwindigkeit. Das ist ebenfalls eine Beschleunigung.

4 F: Welche Kräfte treten in einem rotierenden/beschleunigten System auf?

A: Neben den Kräften, die - wie die Gravitation - aus Feldern resultieren, sind in rotierenden Systemen zwei Scheinkräfte zu beobachten. 1. Die Zentrifugalkraft, die auf alle Körper wirkt, die mit dem Bezugssystem rotieren.

$$F = M \frac{v^2}{r} = M \omega^2 r \quad (1)$$

2. zusätzlich die Coriolis-Kraft, wenn sich der Körper im rotierenden System bewegt.

5 F: Was ist die Coriolis-Kraft?

A: Die Coriolis-Kraft ist eine Kraft die in rotierenden Systemen auftritt, wenn eine Bewegung auf die Drehachse zu / rsp. von ihr weg stattfindet. Bei konstanter Winkelgeschwindigkeit (Umdrehungen/s) und sich änderndem Radius der Rotation muss sich die Geschwindigkeit (m/s) und damit der Impuls anpassen. Wird die dazu notwendige Kraft nicht aufgebracht ($dp = F \cdot dt$), sieht ein rotierender Beobachter eine scheinbare Beschleunigung in tangentialer Richtung. Diese deutet er als Wirkung der Coriolis-Kraft. Bei einer Bewegung auf die Drehachse zu beobachtet man eine scheinbare Beschleunigung in Drehrichtung. Fallende Körper fallen also leicht nach Osten, aufsteigende Raketen fliegen nach Westen. Die Formel für die C-Kraft lautet: $F = 2M\omega v$.

ω : Winkelgeschwindigkeit der Rotation = $2\pi/T$

M : Masse des Körpers

v : radiale Geschwindigkeit des Körpers

6 F: Was ist auf der Erdoberfläche noch zu beachten?

A: Die geographische Breite (θ) spielt bei Bewegungen auf der Erdoberfläche eine zusätzliche Rolle, da sie einerseits den Winkel zwischen der Bewegungsrichtung und der Rotationsachse und andererseits der Abstand zur ihr beeinflusst. Bei 'senkrechter' Bewegung sieht die Formel dann so aus:

$$F = 2M\omega v \cos \theta \quad (2)$$

Bei einer Bewegung auf der Erdoberfläche:

$$F = 2M\omega v \sin \theta \quad (3)$$

7 F: Wie ist die Coriolis-Kraft zu beobachten?

A: Aus der Formel ist ersichtlich, dass die C-Kraft umso besser zu beobachten ist, je grösser die Geschwindigkeiten sind. Bei der Erddrehung ($\omega = 2\pi/86164s = 7.292 \cdot 10^{-5}/s$) muss ein Körper sich schon beachtlich schnell bewegen, um einen Einfluss zu erkennen. Bei grösseren Rotationsgeschwindigkeiten (ca. $0.1/s$), wie z.B. auf einer Drehscheibe ist der Einfluss schon deutlich zu spüren. So gelingt es z.B. kaum zum Zentrum einer solchen Scheibe zu laufen.

8 F: Warum äussert sich die Coriolis-Kraft durch eine Rotation der bewegten Körper?

A: Die Stärke der C-Kraft ist abhängig vom Ort (r, θ) der Bewegung. Körper mit unterschiedlichen Koordinaten erfahren unterschiedliche C-Kräfte. Bei ausgedehnten Körpern oder merhteiligen Systemen werden dessen Teile unterschiedlich stark beschleunigt bzw. erfahren unterschiedliche Scheinkräfte. Dies führt zu einer Rotation. Das Ergebnis ist, dass auf der Nordhalbkugel alle Winde nach rechts (in Windrichtung) abgelenkt werden. Deshalb rotieren Hochdruckgebiete im Uhrzeigersinn und Tiefdruckgebiete entgegengesetzt. Auf der Südhalbkugel ist der Einfluss umgekehrt.

9 F: Hängt die Rotation eines Wasserstrudels auch mit der Coriolis-Kraft zusammen?

A: Nein. Wenn ein Einfluss zu erkennen ist, dann nur im langzeitigen bzw. statistischen Mittel oder bei SEHR grossen Systemen (Bodensee o. ä.).

10 F: Warum nicht?

A: Der Einfluss der C-Kraft ist zu klein. Die beteiligten Geschwindigkeiten sind so klein, dass andere zufällige Einflüsse stärker sind. Die Drehrichtung der Strudels bei einem leerlaufenden Becken wird zum Beispiel eher von den Strömungen, die im Wasser noch vorhanden sind, oder der Geometrie des Abflusses und Beckens bestimmt. Bis sich ein Becken derart beruhigt hat, dass ein Einfluss der C-Kraft zu erkennen wäre, müssten schon einige Monate ohne JEDLICHE Störung vergehen und das Becken müsste eine PERFekte Spiegelsymmetrie aufweisen.

11 F: Warum kann man dann bei Winden, Flüssen etc. die C-Kraft sehen?

A: Ein Teil der Erklärung liegt darin, dass z.B. bei den Winden die beteiligten Geschwindigkeiten sehr gross sind. Ein weiterer Aspekt ist der, dass solch grosse Systeme sich auf grossen Zeitskalen (Tage, Wochen) bewegen. In solch langen Zeiten löschen sich die zufälligen Einflüsse gegenseitig aus. Was danach übrigbleibt, ist der sehr kleine, aber konstante Einfluss der C-Kraft.

12 F: Wie gross sind typische C-Kräfte des Alltags.

A: Hier einige Beispiele:

- * Ein Zug von 1000 t Masse fährt mit 250 km/h nach Norden. In einer geografischen Breite von 52 Grad erfährt er eine Kraft von ca. 8000 N nach rechts/Osten. Fährt der Zug nach Süden erfährt er die gleiche Kraft nach rechts/Westen.
- * Wenn dieser Zug 1000 m lang ist resp. aus 50 Wagen mit jeweils 4 Achsen besteht erfahren muss jedes Rad 20 N zusätzliche Seitenkraft aufbringen um den Zug in der Schiene zu halten.
- * Ein Artilleriegeschoss, welches mit 800 m/s nach Norden fliegt erfährt eine seitliche Beschleunigung von ca 8cm/s^2 . Das bedeutet bei einer Flugzeit von 60 s, dass es bei einer Entfernung von 48 km das Ziel um 150 m (0.3% der Flugstrecke) verfehlt.
- * Die Pendelebene eines frei schwingenden Pendels dreht sich in 23h 56 min 4s um $360^\circ \sin \theta$ "Foucault'sches Pendel". An den Polen ist das anschaulich zu erklären, dort dreht sich die Erde einfach unter dem Pendel her.

13 F: Ist nicht alles in Wirklichkeit komplizierter?

A: Ja, sicherlich. Aber für Bewegungen auf der Erdoberfläche nach Norden/Süden ODER oben/unten sind die oben genannten Formeln genau genug. Für allgemeinere Bewegungen braucht man zumindest Kenntnisse in Vektorrechnung. Bei komplizierter bewegten/rotierenden Systemen ist meistens zusätzlich Hamilton'sche Mechanik notwendig.