

Die evolutionäre Entwicklung
sozio-ökonomischer Systeme
aus dem Blickwinkel der Theoretischen Physik

DENKBAR, FRANKFURT AM MAIN, 11. DEZEMBER 2018

MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

Literaturangaben

- PDF Datei dieses Vortrages
<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hاناuske/Hanauske-Denkbar-2018.pdf>
- Aktuelle Vorlesung: „Physik der sozio-ökonomische Systeme“
<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hاناuske/VPSOC/>
- Online Buch „Network Science“ von Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/>
- Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life, 2006
- Schlee, Walter, Einführung in die Spieltheorie, Vieweg 2004
- Hofbauer, Josef, and Karl Sigmund. Evolutionary games and population dynamics. Cambridge university press, 1998
- Matthias Hanauske, Dissertation: Evolutionäre Quanten-Spieltheorie im Kontext sozio-ökonomischer Systeme, 2011 <http://publikationen.ub.uni-frankfurt.de/frontdoor/index/index/docId/21490>

Literaturangaben

- Sommerkurs 2011: Money, Money, Money
Deutschlands Wirtschafts- und Finanzleben
Eine spieltheoretische Einführung
https://th.physik.uni-frankfurt.de/~harauske/new/HSK_2011/index.html
- Neue Entwicklungen in der Evolutionären Spieltheorie
Vorlesung im Rahmen des MINERVE Dozenten-Austauschprogramms,
Universität 'Lyon 2' in Lyon (Frankreich, 2009). <https://th.physik.uni-frankfurt.de/~harauske/new/Lyon2009/index.html>
- Evolutionäre Quanten-Spieltheorie und wissenschaftliche Kommunikation
Second Brazilian Workshop of the Game Theory Society in honor of JOHN NASH on the occasion of the 60th anniversary of Nash equilibrium in Sao Paulo (Brasilien, 2010)
<https://th.physik.uni-frankfurt.de/~harauske/new/BWGT2010/index.html>

Was sind sozio-ökonomische Systeme?

In sozio-ökonomischen Systemen, wie z.B. bei Finanzmärkten, sozialen Netzwerken, Verkehrssystemen oder wissenschaftlichen Kooperationsnetzwerken, sind die dem System zugrunde liegenden Akteure ständigen Entscheidungssituationen ausgesetzt, wobei der Erfolg und die Auswirkung der individuell gewählten Strategie von den Entscheidungen der anderen beteiligten Akteure abhängt.

Die innerhalb der soziologischen Forschung entwickelte Akteur-Netzwerk-Theorie beschreibt die Gesellschaft bzw. die Welt als ein netzwerkartiges Gebilde aus handelnden Akteuren (Aktanten), die in netzwerkartigen Handlungszusammenhängen agieren.



Die Akteur-Netzwerk-Theorie (ANT, actor-network theory) ist eine Theorie aus der sozialwissenschaftlichen Forschung.



Physik sozioökonomischer Systeme

Innerhalb der theoretischen Physik entwickelte sich seit 1999 ein mathematisch theoretisches Teilgebiet, das sich mit der Erforschung der Physik sozioökonomischer Systeme beschäftigt.

Ist es möglich, das Verhalten einer Gruppe von Entscheidungsträgern mathematisch zu beschreiben und die zeitliche Entwicklung Ihrer Strategiewahl vorherzusagen?

Gibt es eine Art von fundamentaler Theorie des menschlichen Verhaltens, ähnlich der physikalischen Elementarteilchen-Theorie und ihrer fundamentalen Wechselwirkungen?

Deutsche Physikalische Gesellschaft Φ DPG
 Φ ·SOE Physics of Socio-Economic Systems Division

DPG Spring Meeting
Berlin, March 25-30, 2012

SCOPE

- Financial Markets and Risk Management
- Economic Models and Evolutionary Game Theory
- Traffic Dynamics, Urban and Regional Systems
- Social Systems, Opinion and Group Dynamics
- Networks: From Topology to Dynamics

KEYNOTE TALK
H. Eugene Stanley (Boston, USA)
"Interdependent Networks and Switching Phenomena"

YOUNG SCIENTIST AWARD FOR SOCIO- AND ECONOPHYSICS*
Keynote Speaker: **Stefan Thurner** (Wien, A)
"The Role of Agent Based Models in Understanding Human Societies"

* supported by d.fine

TUTORIAL "Scientific Writing"
Hernan Rozenfeld (APS, USA)
Tim Smith (IOP Publishing, UK)

INVITED TALKS

- Thilo Gross** (Bristol, UK) "Adaptive Networks of Opinion Formation in Humans and Animals"
- Marc Hütt** (Bremen) "Common Design Principles of Metabolic Networks and Industrial Production"

FOCUS SESSION: BIG DATA**

- Rosario Mantegna** (Palermo, IT)
"Econophysics and Social Research with Large Sets of Data"
- Philip Treleaven** (London, UK)
"Experimental Computational Finance & Big Data Environment"
- Tiziana Di Matteo** (London, UK)
"Embedding High Dimensional Data on Networks"
- Michael Batty** (London, UK)
"Cities and Complexity"

FOCUS SESSION: MODELS OF WAR, CONFLICT AND REVOLUTIONS

- Neil Johnson** (Miami, USA)
"Escalation, Timing and Severity of Insurgent and Terrorist Events: Robust Patterns and a Generic Model"
- Aaron Clauset** (Boulder, USA)
"Fatality Dynamics and the Limits of Civil and Interstate Wars"
- Ravinder Bhavnani** (Geneva, CH)
"Group Segregation and Urban Violence"

****Sessions are organized with the jDPG**

Registration via <http://berlin12.dpg-tagungen.de/index.html?lang=en>
Conference Languages: English and German
Young Scientist Award: Call for nominations and applications at <http://www.dpg-physik.de/dpg/gliederung/fv/soe/YSA/call.html>
Deadline: December 1st 2011

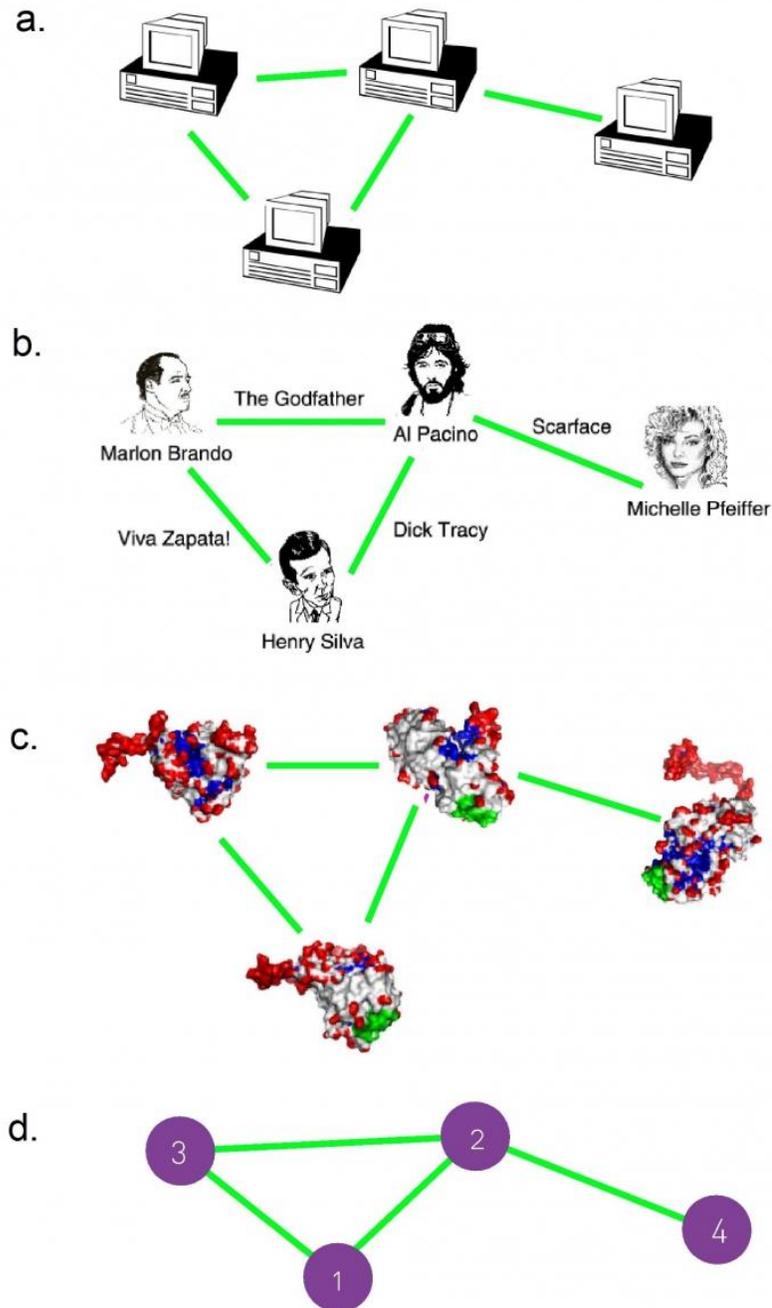
CONTACT
Prof. Dr. Dirk Helbing, Dr. Jörg Reichardt and Dr. Tobias
Chairmen of the Physics of Socio-Economic Systems

Komplexe Netzwerke

Knoten und Kanten

Die Theorie der komplexen Netzwerke ist aus dem mathematischen Zweig der Graphentheorie entstanden. Man spricht z.B. nicht von Akteuren, sondern von Knoten (bzw. Vertices). Die Verbindungen zwischen den Knoten werden als Kanten (bzw. Links) bezeichnet.

Unterschiedlichste Netzwerke können graphentheoretisch beschrieben werden:



(a) Das Internet

(b) Das "Hollywood actor network"

(c) Das Protein-Interaktions Netzwerk

(d) Graphentheoretische Beschreibung

$N = 4$ Knoten und $L = 4$ Kanten

Beispiel eines komplexen Netzwerkes: Das Internet

Im Jahre 1999 untersuchten Albert-Laszlo Barabasi und Mitarbeiter die topologische Struktur des Internets (WWW).

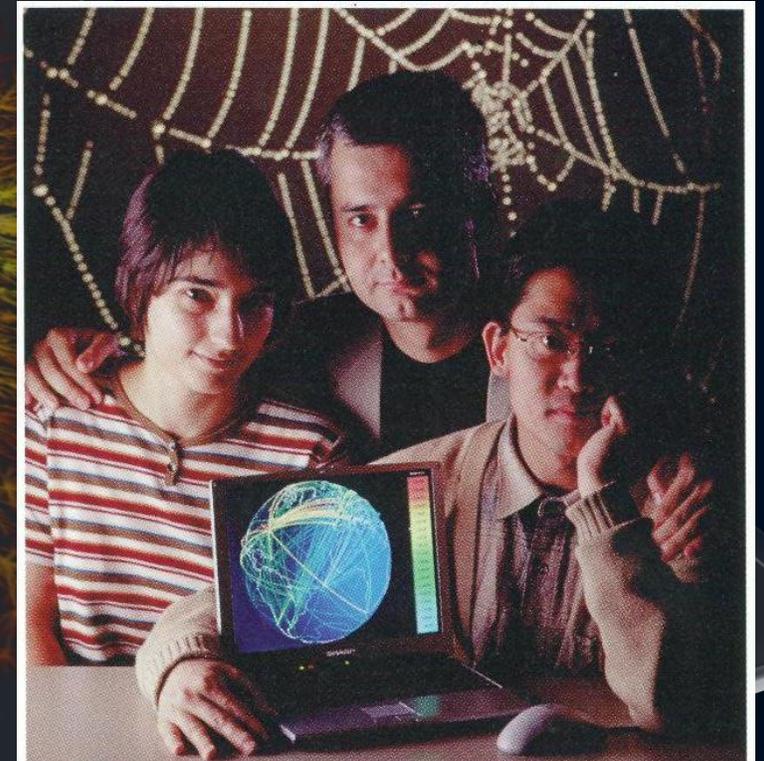


Abbildung aus dem frei zugänglichen Buch „Network Science“ von Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/>

Das Photo von “Business 2.0 magazine” im Jahre 2000 zeigt Reka Albert, Albert-Laszlo Barabasi und Hawoong Jeong kurz nach der Veröffentlichung ihres Artikels über die topologische Struktur des Internets .

Unterschiedliche Netzwerk Klassen

Aufgrund ihrer unterschiedlichen Eigenschaften unterscheidet man die folgenden Netzwerk-Klassen:

i. Zufällige Netzwerke

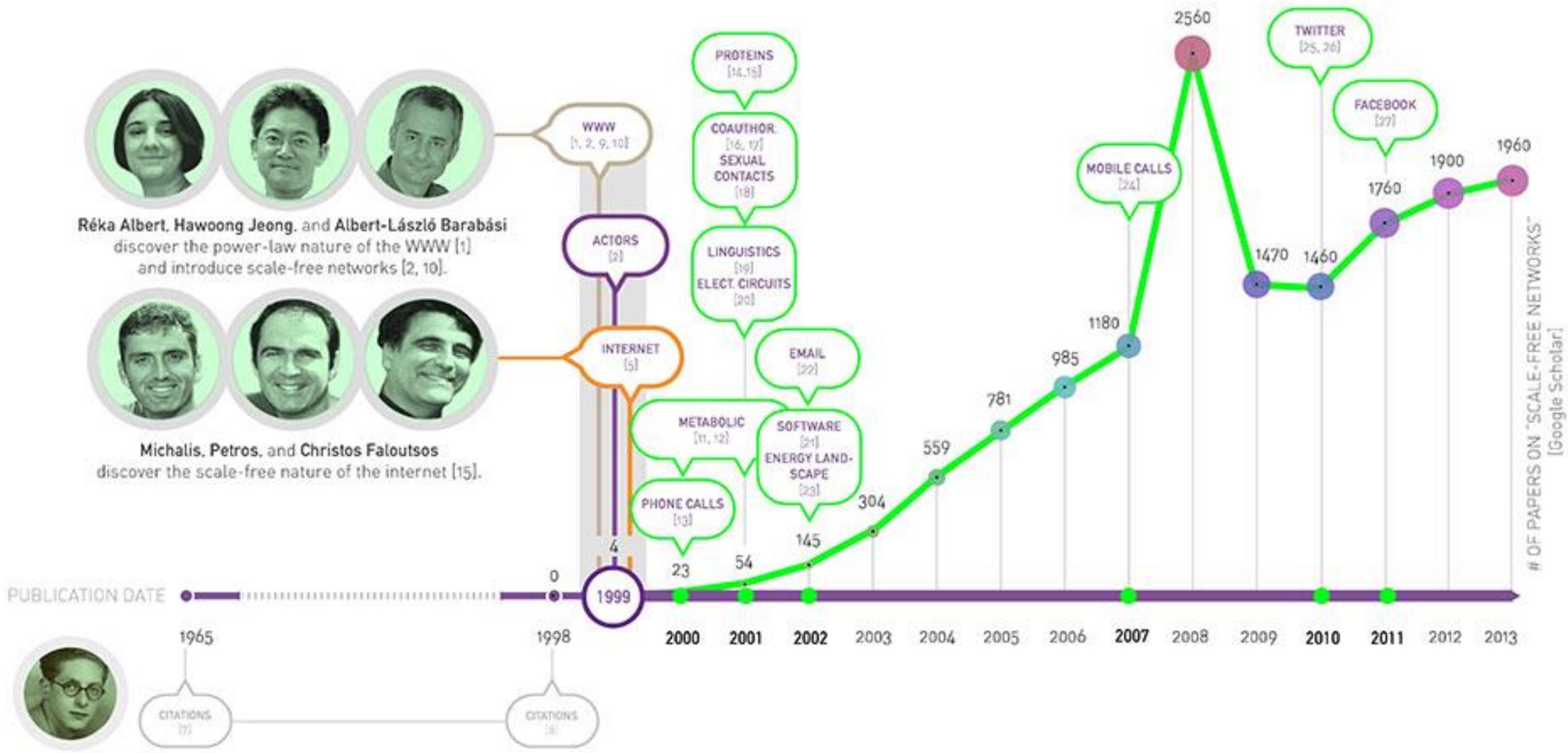
Die einzelnen Kanten bei zufälligen Netzwerke werden von den Knoten (Akteuren, Spielern) nach einem rein zufälligen Muster ausgewählt.

ii. „Kleine Welt“-Netzwerke (small-world networks)

„Kleine Welt“-Netzwerke zeichnen sich durch einen kleinen Wert der durchschnittlichen kürzesten Verbindung zwischen den Knoten des Netzwerkes und einem großen Wert des Clusterkoeffizienten aus.

iii. Exponentielle Netzwerke

iv. Skalenfreie Netzwerke



Derek de Solla Price [1922 - 1983]
 discovers that citations follow a power-law distribution [7], a finding later attributed to the scale-free nature of the citation network [2].

Skalenfreie Netzwerke existieren in vielen sozio-ökonomischen und biologischen Systemen

Fragestellung

Wie können wir die zeitliche Entwicklung des strategischen Entscheidungsverhaltenes einer Gruppe von Akteuren (Spieler, Knoten) theoretisch beschreiben?



Theoretische Modelle:

Evolutionäre Spieltheorie

[von Neumann 1928, Nash 1950, Smith 1972, Weibull 1997, Szabó/Fáth 07]

Theorie der komplexen Netzwerke

[Barabasi/Albert 02, Mendes/Dorogovtsev 02, Jackson 10]

Inhalte des Vortrages

EINFÜHRUNG

SPIELTHEORIE

EVOLUTIONÄRE SPIELTHEORIE

QUANTEN-SPIELTHEORIE

KOMPLEXE NETZWERKE (NETWORK SCIENCE)

EVOLUTIONÄRE QUANTEN-SPIELTHEORIE
AUF KOMPLEXEN NETZWERKEN

ANWENDUNGSFELDER

Die klassische Spieltheorie

- Die Spieltheorie befasst sich mit Entscheidungssituationen, in denen der Erfolg des Einzelnen nicht nur vom eigenen Handeln, sondern auch von den Entscheidungen der anderen beteiligten Spieler (Akteure) abhängt.
- Ökonomische Entscheidungen betreffen in aller Regel nicht nur das Individuum selbst, sondern auch weitere wirtschaftliche Subjekte und deren Entscheidungen.
- Entscheidende Akteure müssen nicht zwangsläufig individuelle Menschen sein, sondern können auch institutionelle Organisationen, Unternehmen, Länder, usw. sein.
- Viele Wirtschaftswissenschaftler betrachten die Spieltheorie als die formale Sprache der ökonomischen Theorie. Sie stellt eine elementare Theorie innerhalb der sozio-ökonomischen Forschung dar und ist vergleichbar mit der Eichtheorie der elementaren physikalischen Wechselwirkungen.

Ursprünge der Spieltheorie

- Johann (John) von Neumann veröffentlichte im Jahre 1928 die erste Arbeit über Spieltheorie (*J. von Neumann Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*, *Mathematische Annalen* 100, 295-300 (1928)). Er war zu dieser Zeit als Privatdozent in Berlin tätig. 1930 übersiedelte er zur Princeton University und wurde dort 1931 Professor.
- Das erste, wegweisende Buch über Spieltheorie und ökonomisches Verhalten wurde 1944 von v. Neumann und Morgenstern veröffentlicht (*J. von Neumann und Oskar Morgenstern Theory of games and economic behaviour*, Princeton University Press, Princeton (1944))

I.1.1 Definition eines Spiels

Die formale mathematische Definition eines *Simultanen (N Spieler)-(m Strategien) Spiels in strategischer Form mit Auszahlung* (siehe z.B. [2,3]) benötigt lediglich die Angabe dreier Größen: Die Menge \mathcal{I} der Spieler, die Menge (der Raum) \mathcal{S} der Strategien der Spieler und ihre Auszahlungsfunktion (Präferenzordnungen) $\$$.

Ein Spiel $\Gamma := (\mathcal{I}, \mathcal{S}, \$)$ in strategischer Form mit Auszahlung ist hinreichend definiert, wenn die folgenden drei Größen bekannt sind:

- Menge der Spieler: $\mathcal{I} = \{1, 2, \dots, N\}$
Die Menge der Spieler \mathcal{I} kann unter Umständen aus unterschiedlichen Teilmengen bestehen, die ihrerseits unterschiedliche Strategiemengen \mathcal{S} besitzen. In sozio-ökonomischen Netzwerken stellen die Spieler die jeweiligen Knoten des Netzwerkes dar (näheres siehe Teil II).
- Menge der reinen Strategien der Spieler: $\mathcal{S} = \mathcal{S}^1 \times \mathcal{S}^2 \times \dots \times \mathcal{S}^N$
Jeder Spieler $\mu \in \mathcal{I}$ besitzt eine eigene Menge an reinen Strategien $\mathcal{S}^\mu = \{s_1^\mu, s_2^\mu, \dots, s_{m_\mu}^\mu\}$, wobei jede dieser m_μ Strategien eine für ihn mögliche Entscheidung darstellt.
- Präferenzordnungen der Spieler, quantifiziert durch eine vektorwertige Auszahlungsfunktion:

$$\$ = (\$,^1, \$^2, \dots, \$^N) : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}^N$$

Nachdem jeder Spieler (ohne die Entscheidung seiner Mitspieler zu kennen) eine Strategie aus seiner Strategiemenge \mathcal{S}^μ ausgewählt hat, beurteilt er die entstehende Strategienkombination \mathcal{S} entsprechend seiner Präferenzordnung (Auszahlungsfunktion) $\$,^\mu$.

Um diese formale Definition im einzelnen zu erklären, beschränken sich die folgenden Darlegungen auf den einfachsten Fall des simultanen

Spielbaum eines simultanen (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels

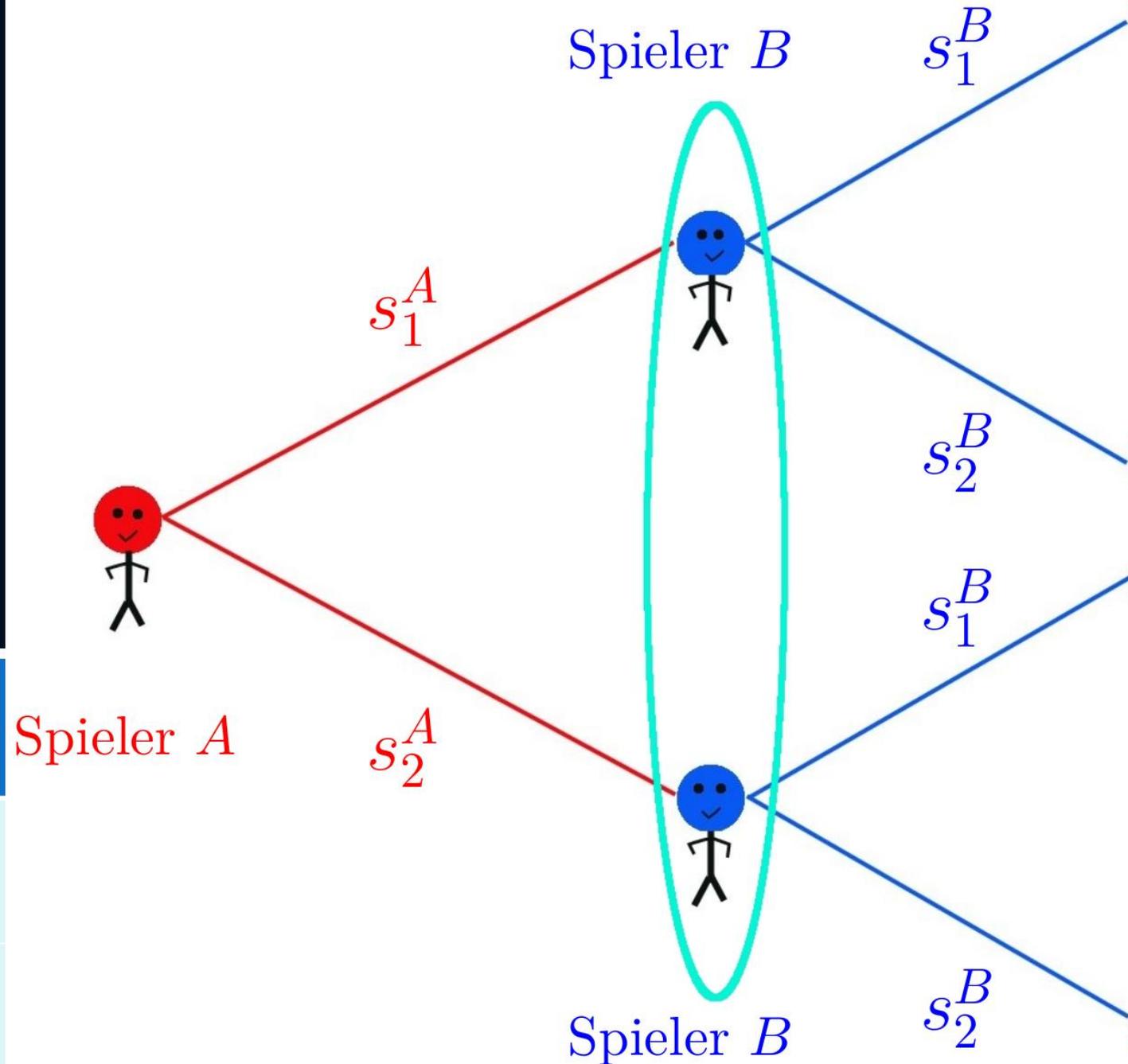
Definition des Spiels:

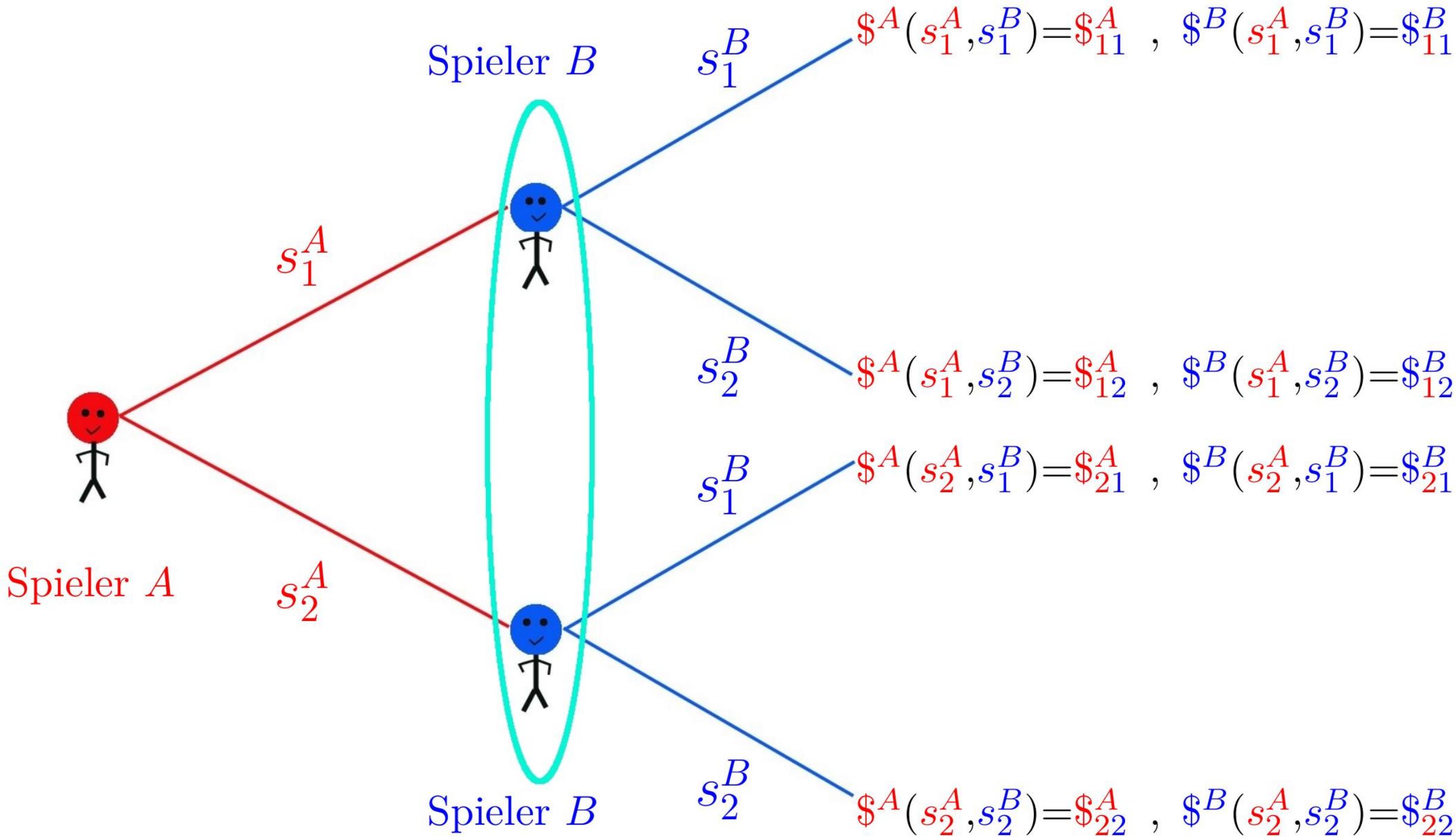
Menge der Spieler: A und B

Menge der Strategien: 1 und 2

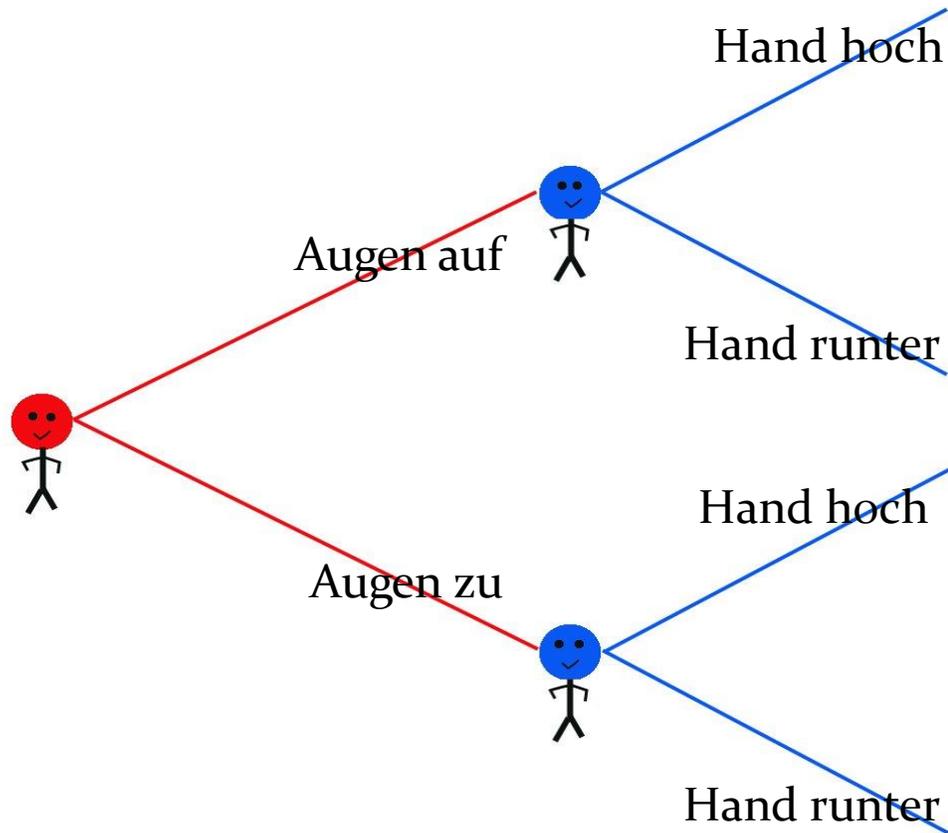
Auszahlungstabelle:

	Spieler B wählt Strategie 1	Spieler B wählt Strategie 2
Spieler A wählt Strategie 1	$(\$_{11}^A, \$_{11}^B)$	$(\$_{12}^A, \$_{12}^B)$
Spieler A wählt Strategie 2	$(\$_{21}^A, \$_{21}^B)$	$(\$_{22}^A, \$_{22}^B)$





Einfaches Beispiel



	$s_1^2 \hat{=} Hh$	$s_1^2 \hat{=} Hr$
$s_1^1 \hat{=} Aa$	(10, 10)	(0, 0)
$s_2^1 \hat{=} Az$	(0, 0)	(0, 0)

(2 – Personen) – (2 – Strategien) – Spiel Γ :

$\Gamma := (A, (S^1, S^2), (\$^1, \$^2))$

Menge der Spieler : $A = \{1, 2\} = \{\text{Alice, Bob}\}$

Strategienmenge des 1 - ten Spielers (Alice):

$S^1 = \{s_1^1, s_2^1\} = \{\text{Augen auf, Augen zu}\}$

Strategienmenge des 2 - ten Spielers :

$S^2 = \{s_1^2, s_2^2\} = \{\text{Hand hoch, Hand runter}\}$

Auszahlungsfunktion des 1 - ten Spielers :

$\$^1 : S^1 \times S^2 \rightarrow \mathfrak{R}$ mit

$\$^1(\text{Augen auf, Hand hoch}) = 10$

$\$^1(\text{Augen auf, Hand runter}) = 0$

$\$^1(\text{Augen zu, Hand hoch}) = 0$

$\$^1(\text{Augen zu, Hand runter}) = 0$

Auszahlungsfunktion des 2. Spielers wie 1.

Beispiel Nr.1

	$s_1^2 \hat{=} Aa$	$s_1^2 \hat{=} Az$
$s_1^1 \hat{=} Aa$	(0, 0)	(2, -1)
$s_2^1 \hat{=} Az$	(-1, 2)	(1, 1)

(2 – Personen) – (2 – Strategien) – Spiel Γ :

$\Gamma := (A, (S^1, S^2), (\$^1, \$^2))$

Menge der Spieler : $A = \{1, 2\} = \{\text{Alice}, \text{Bob}\}$

Strategienmenge des 1-ten Spielers (Alice):

$S^1 = \{s_1^1, s_2^1\} = \{\text{Augen auf}, \text{Augen zu}\} = \{Aa, Az\}$

Strategienmenge des 2-ten Spielers :

$S^2 = \{s_1^2, s_2^2\} = \{\text{Augen auf}, \text{Augen zu}\} = \{Aa, Az\}$

Auszahlungsfunktion des 1. und 2. Spielers :

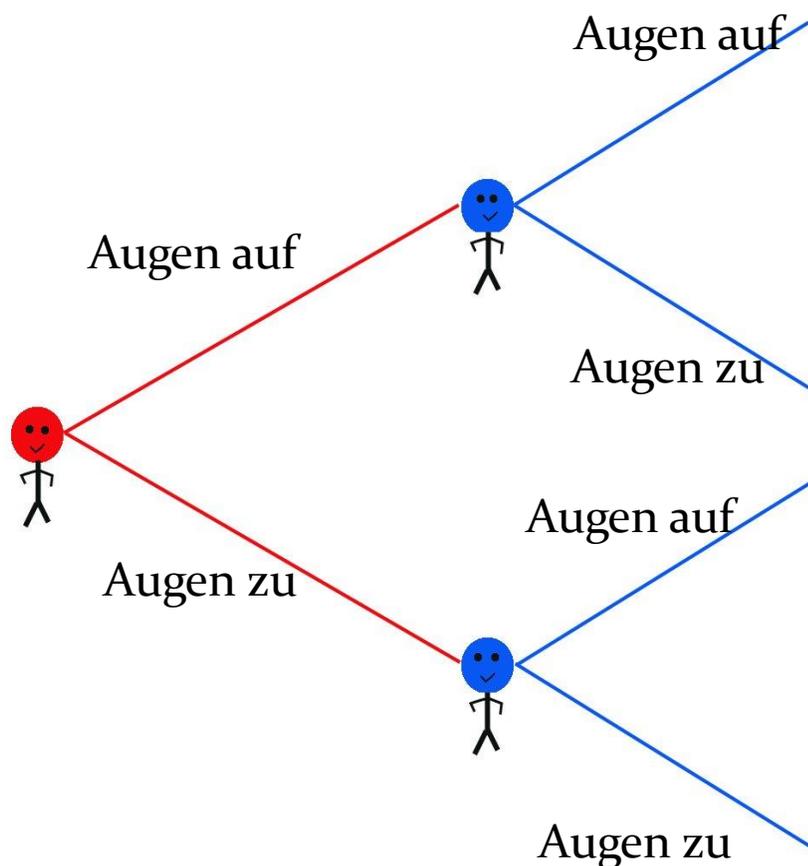
$\$^1 : S^1 \times S^2 \rightarrow \mathbb{R}$ und $\$^2 : S^1 \times S^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$\$^1(Aa, Aa) = 0$ und $\$^2(Aa, Aa) = 0$

$\$^1(Aa, Az) = 2$ und $\$^2(Aa, Az) = -1$

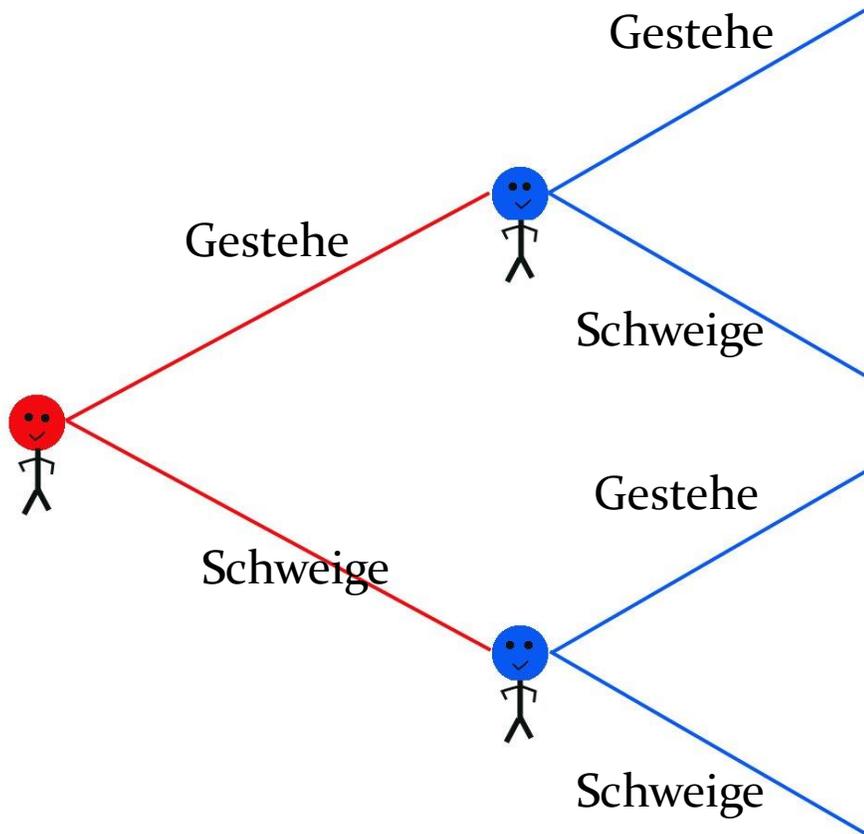
$\$^1(Az, Aa) = -1$ und $\$^2(Az, Aa) = 2$

$\$^1(Az, Az) = 1$ und $\$^2(Az, Az) = 1$



Das Gefangenendilemma

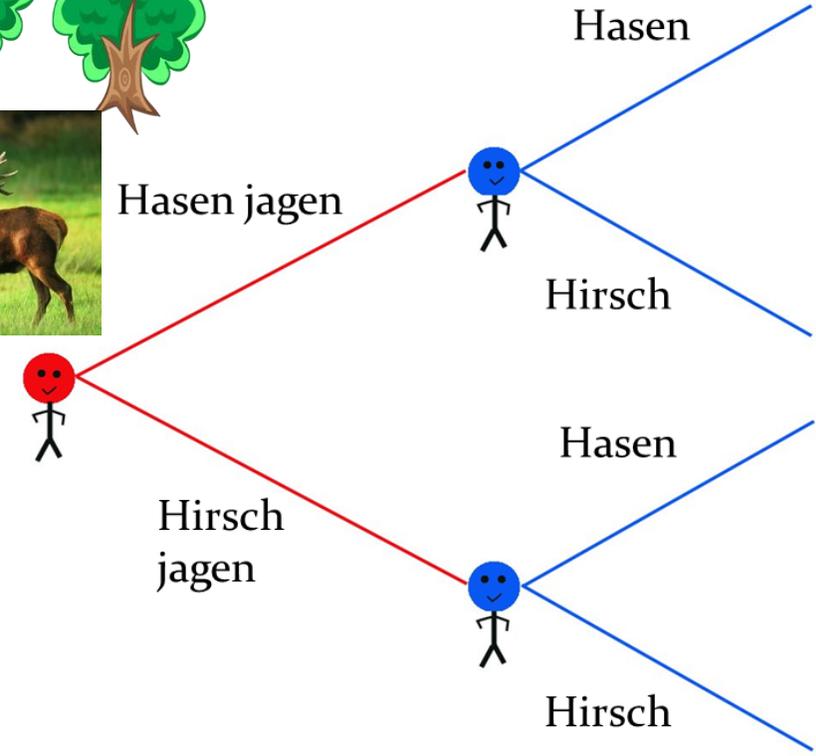
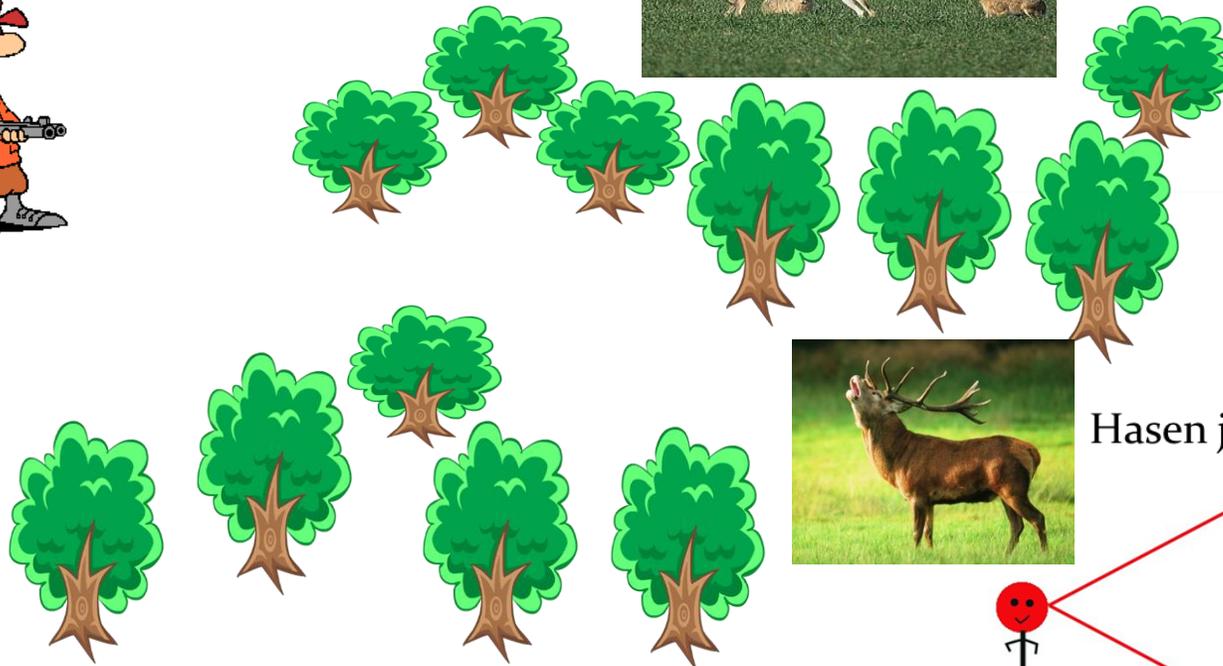
	G	S
G	$(-7, -7)$	$(-1, -9)$
S	$(-9, -1)$	$(-3, -3)$



Bonnie und Clyde werden nach einem missglückten Banküberfall geschnappt und in verschiedenen Zellen untergebracht. Wenn beide schweigen kann der Staatsanwalt sie nur wegen verbotenen Waffenbesitzes für drei Jahre hinter Gitter bringen. Verrät jedoch einer den anderen, dann bekommt der Geständige als Zeuge der Anklage nur für ein Jahr hinter Gitter – der Nichtgeständige muss dann aber für neun Jahre ins Gefängnis. Gestehen beide, so müssen sie sieben Jahre absitzen.



Rousseaus Hirschjagt - Spiel



	Hasen	Hirsch
Hasen	(2, 2)	(4, 0)
Hirsch	(0, 4)	(5, 5)

Das Nash-Gleichgewicht

Ein Nash-Gleichgewicht ist eine Strategienkombination, von der aus kein Spieler einen Vorteil erhalten würde, wenn er von seiner Strategie abweicht. Die Spieler würden keine größere Auszahlung erhalten.

Es gibt ein Nash-Gleichgewicht
in diesem Spiel:

Strategienkombination:
(Aa , Hh)=(Augen auf , Hand hoch)

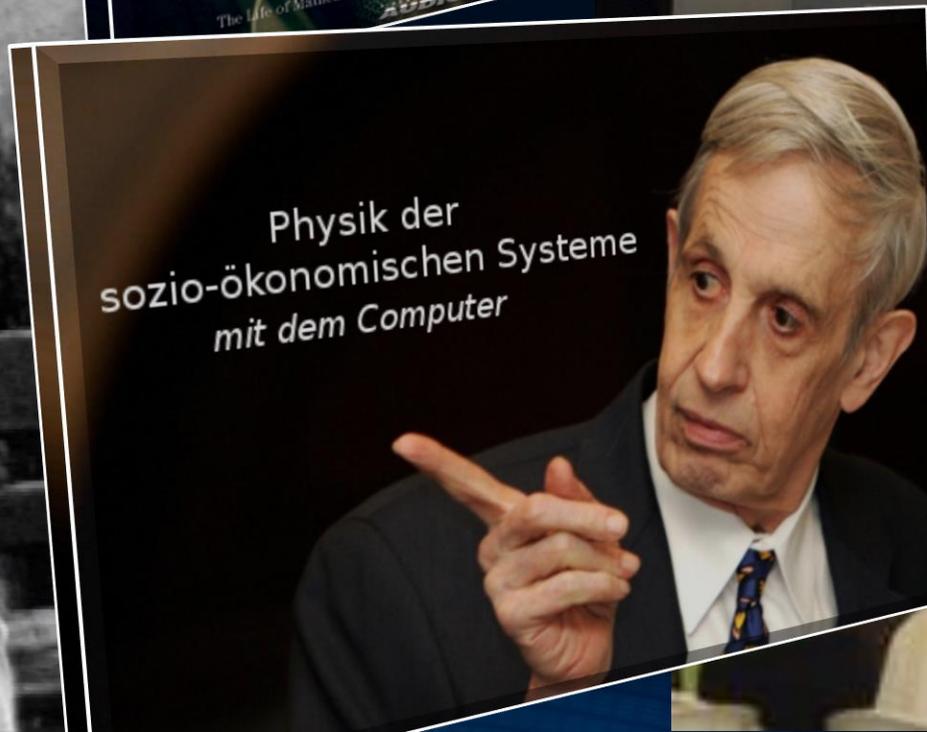
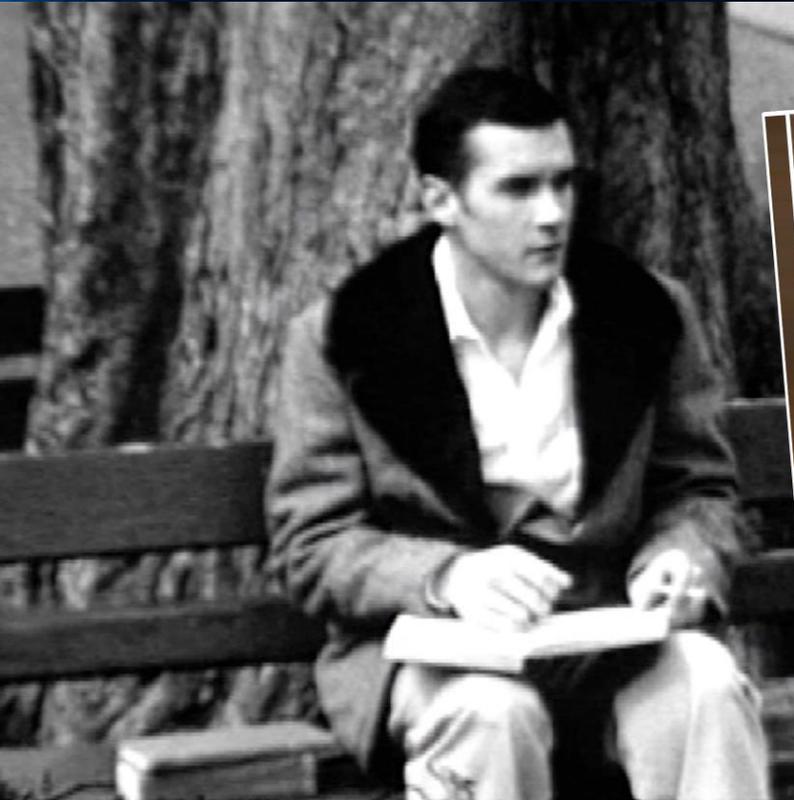
	$s_1^2 \hat{=} Hh$	$s_1^2 \hat{=} Hr$
$s_1^1 \hat{=} Aa$	(10 , 10)	(0 , 0)
$s_2^1 \hat{=} Az$	(0 , 0)	(0 , 0)

John Forbes Nash

John Forbes Nash Jr.
at Princeton university
in 1949



"2nd Brazilian Workshop of the Game Theory Society" in honor of John Nash (27.7. - 04.08.2010, Sao Paulo, Brazil)



Physik der
sozio-ökonomischen Systeme
mit dem Computer



Definition: Nash-Gleichgewicht

Eine Strategienkombination $s^* = (s^{1*}, s^{2*}, \dots, s^{N*})$ nennt man ein Nash-Gleichgewicht, falls die folgende Bedingung für alle $\mu \in \mathcal{I}$ gilt:

Nash-Gleichgewicht:

$$U^\mu (s^{\mu*}, s^{-\mu*}) \geq U^\mu (s^\mu, s^{-\mu*}) \quad \forall \mu \in \mathcal{I} \text{ und } \forall s^\mu \in \mathcal{S}^\mu$$

Ein Nash-Gleichgewicht ist demnach eine Strategienkombination, von der aus kein Spieler einen Vorteil erhalten würde, wenn er von seiner Strategie abweichen würde - er würde keine größere Auszahlung erhalten. Es gilt, dass jedes Gleichgewicht in dominanten Strategien auch ein Nash-Gleichgewicht ist. Im folgenden werden die beiden definierten Gleichgewichtskonzepte am Beispiel zweier simultanen (2 Spieler)-(2 Strategien) Spiele illustriert.

Das Nash-Gleichgewicht im Gefangenendilemma

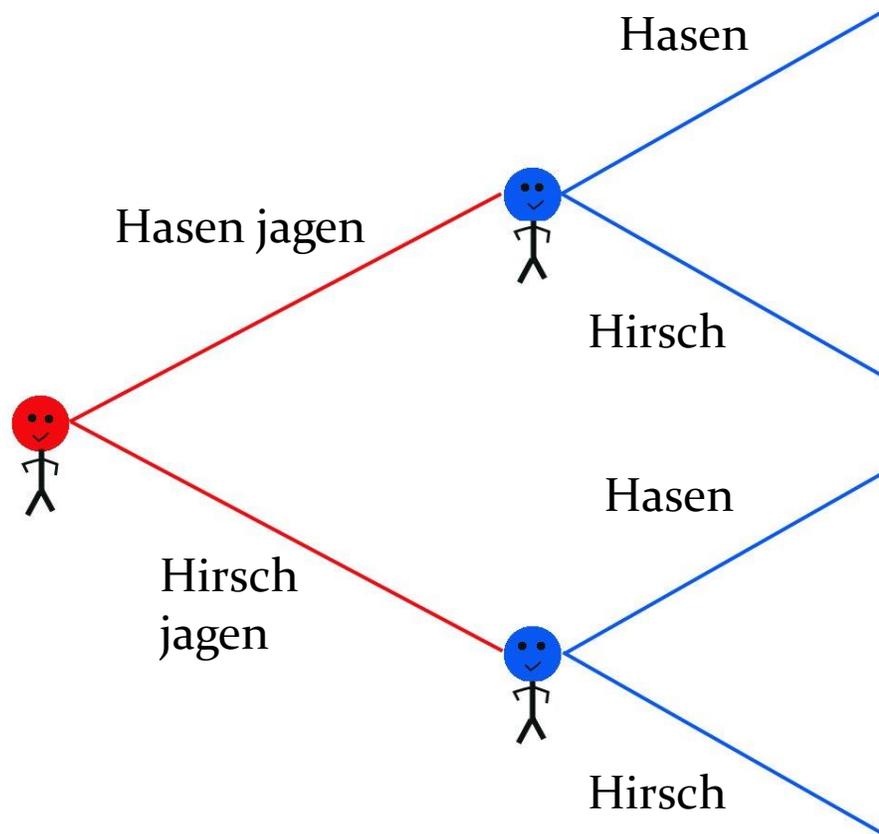
	Spieler B Gestehe	Spieler B Gestehe nicht
Spieler A Gestehe	$(-7, -7)$	$(-1, -9)$
Spieler A Gestehe nicht	$(-9, -1)$	$(-3, -3)$

Das Nash-Gleichgewicht im Gefangenendilemma

	Spieler B Gestehe	Spieler B Gestehe nicht
Spieler A Gestehe	$(-7, -7)$	$(-1, -9)$
Spieler A Gestehe nicht	$(-9, -1)$	$(-3, -3)$

Rousseaus Hirschjagt - Spiel

	Hasen	Hirsch
Hasen	(2, 2)	(4, 0)
Hirsch	(0, 4)	(5, 5)



Zwei Jägern ist es im Laufe der Jagt gelungen einen Hirsch und vier Hasen einzukreisen. Die Jäger stehen nun vor der Entscheidung die Hasen entkommen zu lassen und gemeinsam den Hirsch zu erlegen oder sofort das Feuer auf die Hasen zu eröffnen. Entscheiden sich beide dafür den Hirsch zu erlegen, dann hat der Hirsch keine Chance. Einen Hirsch kann man für 10 Goldmünzen verkaufen. Entscheiden sich beide für die Hasenjagt, dann erschießt jeder Jäger zwei Hasen, für die man jeweils eine Goldmünze bekommt. Entscheidet sich jedoch nur einer für die Hirschjagt, so kann der Hirsch entkommen und derjenige der sich für die Hasenjagt entschieden hat kann alle vier Hasen erlegen.

Nash-Gleichgewichte im Hirschjagt-Spiel

	Spieler B Hasen jagen	Spieler B Hirsch jagen
Spieler A Hasen jagen	$(2, 2)$	$(4, 0)$
Spieler A Hirsch jagen	$(0, 4)$	$(5, 5)$

Gemischte Strategien

Die Menge der gemischten Strategien der Spieler $\tilde{\mathcal{S}} = \tilde{\mathcal{S}}^1 \times \tilde{\mathcal{S}}^2 \times \dots \times \tilde{\mathcal{S}}^N$ setzt sich aus den einzelnen Mengen der gemischten Strategien der Spieler zusammen. Die Menge der gemischten Strategien des Spielers $\mu \in \mathcal{I}$ ($\tilde{\mathcal{S}}^\mu$) kann als eine mathematische Verallgemeinerung der Menge der reinen Strategien \mathcal{S}^μ verstanden werden, wobei die einzelnen Elemente der Menge der gemischten Strategien des Spielers μ aus m_μ reellwertigen Zahlen bestehen, die folgenden Normalisierungsbedingungen unterliegen:

$$\tilde{\mathcal{S}}^\mu = \left\{ (\tilde{s}_1^\mu, \tilde{s}_2^\mu, \dots, \tilde{s}_{m_\mu}^\mu) \mid \sum_{i=1}^{m_\mu} \tilde{s}_i^\mu = 1, \tilde{s}_i^\mu \geq 0, i = 1, 2, \dots, m_\mu \right\}$$

Gemischte Auszahlungsfunktion im (2x2)-Spiel

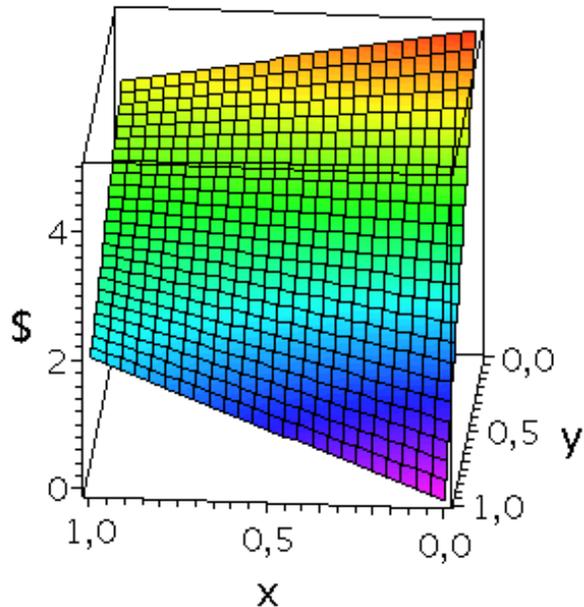
Aufgrund der Normalisierungsbedingung vereinfacht sich die gemischte Auszahlungsfunktion wie folgt:

$$\tilde{\$}^\mu : ([0, 1] \times [0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\tilde{\$}^\mu(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B) = \$_{11}^\mu \tilde{s}^A \tilde{s}^B + \$_{12}^\mu \tilde{s}^A (1 - \tilde{s}^B) + \$_{21}^\mu (1 - \tilde{s}^A) \tilde{s}^B + \$_{22}^\mu (1 - \tilde{s}^A)(1 - \tilde{s}^B)$$

, wobei $\tilde{s}^A := \tilde{s}_1^A$, $\tilde{s}^B := \tilde{s}_1^B$, $\tilde{s}_2^A = 1 - \tilde{s}_1^A$ und $\tilde{s}_2^B = 1 - \tilde{s}_1^B$.

Auszahlung an Spieler A



Auszahlungsfunktionen im Hirschjagt-Spiel

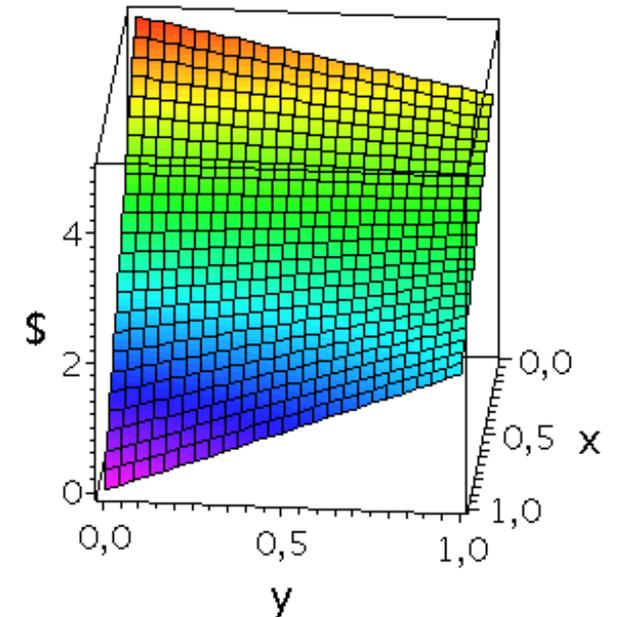
$$\tilde{\$}^A(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B) = \tilde{\$}^A(x, y)$$

$$\tilde{\$}^B(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B) = \tilde{\$}^B(x, y)$$

$$x, y \in [0, 1]$$

	Spieler B Hasen jagen	Spieler B Hirsch jagen
Spieler A Hasen jagen	(2, 2)	(4, 0)
Spieler A Hirsch jagen	(0, 4)	(5, 5)

Auszahlung an Spieler B



Das gemischte Nash-Gleichgewichte im Hirschjagt-Spiel

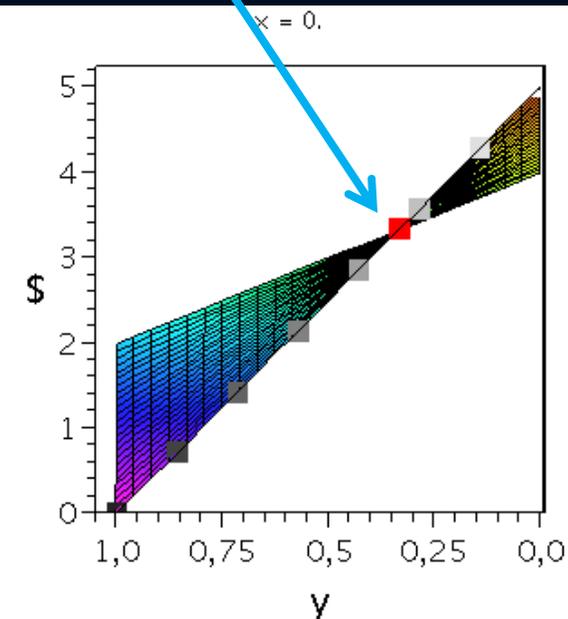
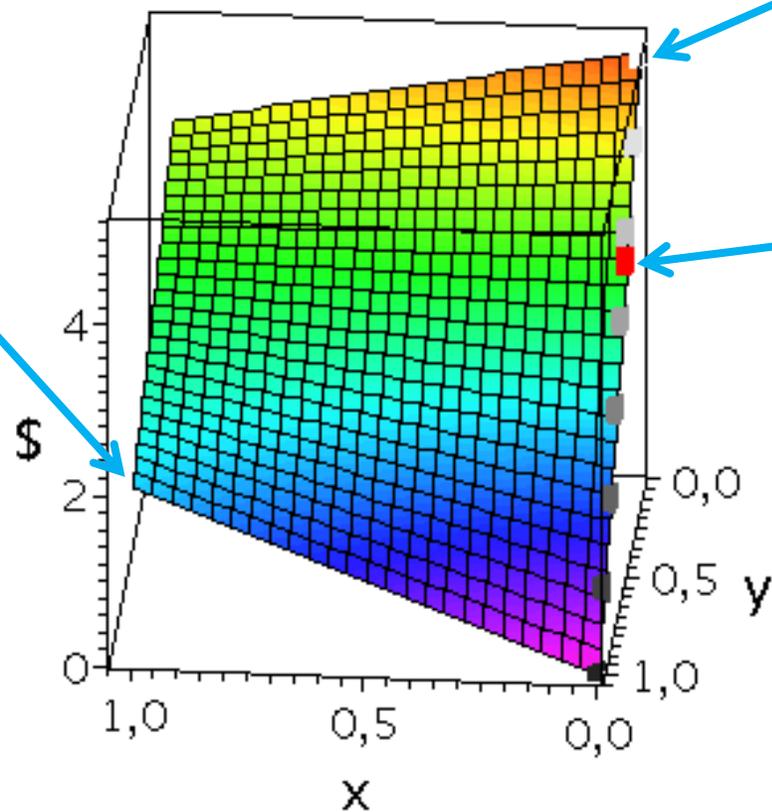
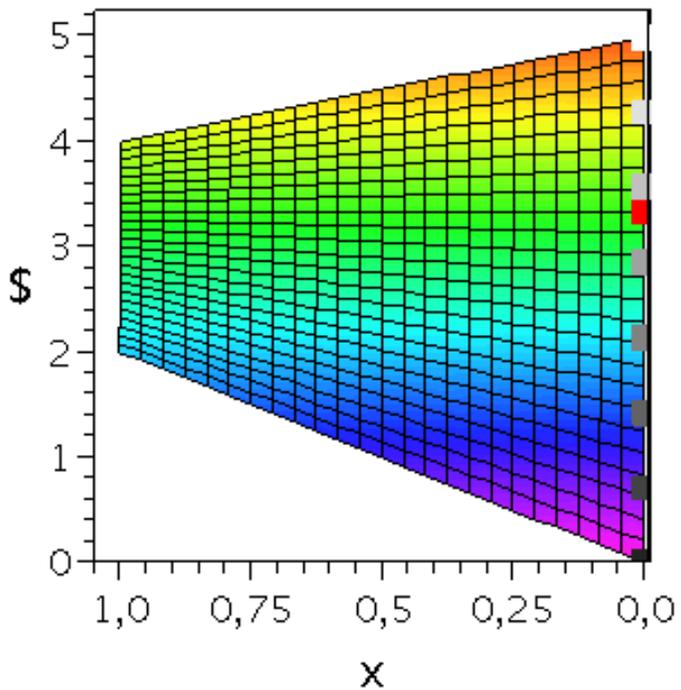
	Hasen	Hirsch
Hasen	(2, 2)	(4, 0)
Hirsch	(0, 4)	(5, 5)

Reines Nash-Gleichgewicht
 $(x,y)=(0,0)=(\text{Hirsch jagen}, \text{Hirsch jagen})$

Reines Nash-Gleichgewicht
 $(x,y)=(1,1)=(\text{Hasen jagen}, \text{Hasen jagen})$

Gemischtes Nash-Gleichgewicht
 $(x,y)=(1/3, 1/3)$

$x = 0.$



Allgemeines (2x2)-Spiel

	Spieler B wählt Strategie 1	Spieler B wählt Strategie 2
Spieler A wählt Strategie 1	$(\$_{11}^A, \$_{11}^B)$	$(\$_{12}^A, \$_{12}^B)$
Spieler A wählt Strategie 2	$(\$_{21}^A, \$_{21}^B)$	$(\$_{22}^A, \$_{22}^B)$

Symmetrisches (2x2)-Spiel

	Spieler B Strategie 1 $y=1$	Spieler B Strategie 1 $y=0$
Spieler A Strategie 1 $x=1$	(a, a)	(b, c)
Spieler A Strategie 2 $x=0$	(c, b)	(d, d)

Die Klasse der dominanten Spiele ($a > c$ und $b > d$ bzw. $a < c$ und $b < d$)

Bei dieser Spielklasse dominiert eine Strategie die andere. Es existiert nur ein reines Nash-Gleichgewicht welches die dominante Strategie des Spiels darstellt. Dieser Fall tritt ein, falls:

$a > c$ und $b > d$: Strategie 1 dominiert Strategie 2; dominante Strategie bei $(x,y)=(1,1)$.

$a < c$ und $b < d$: Strategie 2 dominiert Strategie 1; dominante Strategie bei $(x,y)=(0,0)$.

Koordinationsspiele ($a > c$ und $b < d$)

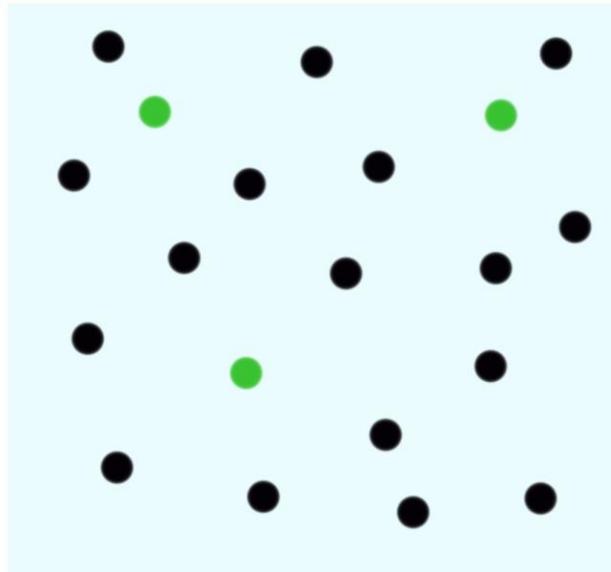
Ein Koordinationsspiel existiert, falls die Parameter a , b , c und d der Auszahlungsmatrix die folgenden Bedingungen erfüllen: $a > c$ und $b < d$. Bei dieser Spielklasse existieren drei Nash-Gleichgewichte, ein gemischtes Nash-Gleichgewicht und zwei reine, symmetrische Nash-Gleichgewicht bei $(x,y)=(0,0)$ und $(x,y)=(1,1)$.

Anti-Koordinationsspiele ($a < c$ und $b > d$)

Ein Anti-Koordinationsspiel existiert, falls die Parameter a , b , c und d der Auszahlungsmatrix die folgenden Bedingungen erfüllen: $a < c$ und $b > d$. Bei dieser Spielklasse existieren drei Nash-Gleichgewichte, ein gemischtes Nash-Gleichgewicht und zwei reine, unsymmetrische Nash-Gleichgewicht bei $(x,y)=(0,1)$ und $(x,y)=(1,0)$.

Evolutionäre Spieltheorie (I)

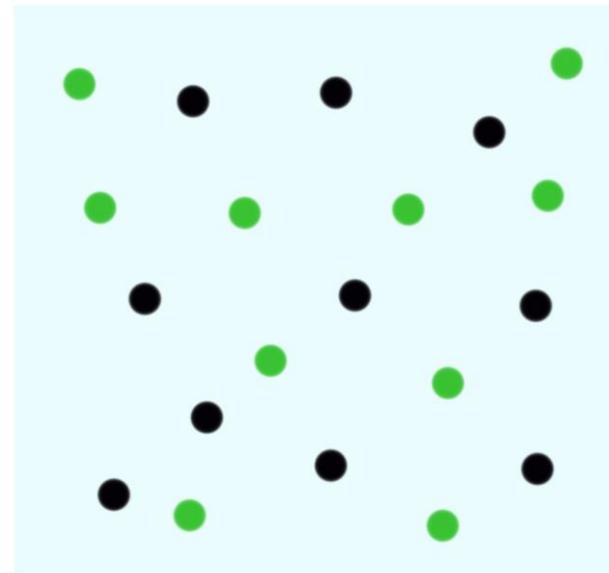
Die evolutionäre Spieltheorie betrachtet die zeitliche Entwicklung des strategischen Verhaltens einer gesamten Spielerpopulation.



$$x(0)=0.15$$



zeitliche
Entwicklung
der
Population

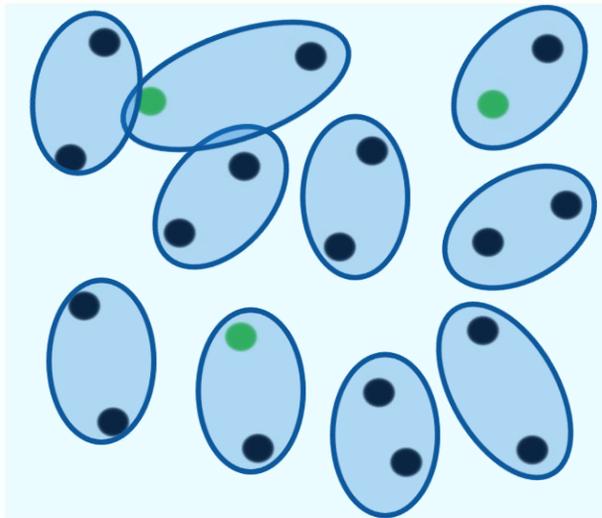


$$x(10)=0.5$$

Mögliche Strategien: (grün , schwarz), Parameter t stellt die „Zeit“ dar.
 $x(t)$: Anteil der Spieler, die im Zeitpunkt t die Strategie „grün“ spielen.

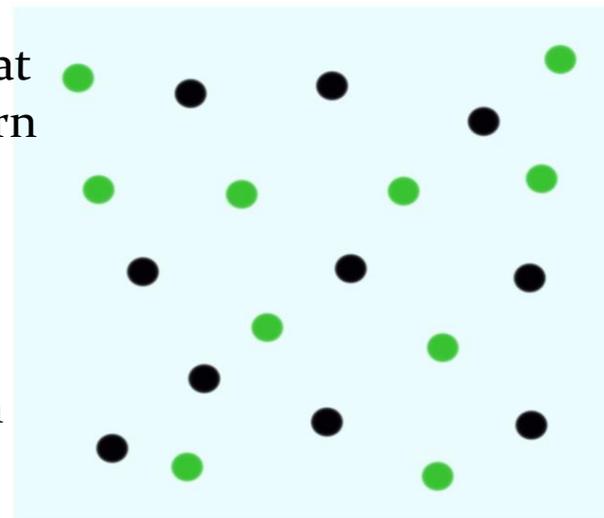
Evolutionäre Spieltheorie (II)

Die einzelnen Akteure innerhalb der betrachteten Population spielen ein andauernd sich wiederholendes Spiel miteinander, wobei sich jeweils zwei Spieler zufällig treffen, das Spiel spielen und danach zu dem nächsten Spielpartner wechseln .



$$x(0)=0.15$$

Die Anfangspopulation von Spielern spielt zum Zeitpunkt $t=0$ das erste Mal das Spiel. Die Spieler wählen im Mittel zu 15% die grüne Strategie.



$$x(10)=0.5$$

Das evolutionäre Spiel schreitet voran und die grüne Strategie wird für die Spieler zunehmend attraktiver. Zum Zeitpunkt $t=10$ spielen schon 50% grün.

$$\begin{aligned}
\frac{dx_i^A(t)}{dt} &= \left[\underbrace{\sum_{l=1}^{m_B} \$_{il}^A x_l^B(t)}_{\text{Fitness der Strategie i}} - \underbrace{\sum_{l=1}^{m_B} \sum_{k=1}^{m_A} \$_{kl}^A x_k^A(t) x_l^B(t)}_{\text{Durchschn. Fitness der Population A}} \right] x_i^A(t) \quad (1) \\
\frac{dx_j^B(t)}{dt} &= \left[\underbrace{\sum_{l=1}^{m_A} \$_{lj}^B x_l^A(t)}_{\text{Fitness der Strategie j}} - \underbrace{\sum_{l=1}^{m_A} \sum_{k=1}^{m_B} \$_{lk}^B x_l^A(t) x_k^B(t)}_{\text{Durchschn. Fitness der Population B}} \right] x_j^B(t) \quad ,
\end{aligned}$$

wobei $x_i^A(t)$, $i = 1, 2, \dots, m_A$ und $x_j^B(t)$, $j = 1, 2, \dots, m_B$ die Anteile der in den Spielergruppen A und B zur Zeit t gewählten Strategien widerspiegeln und in der Soziobiologie den Frequenzen der *Quasispezies* entsprechen.

Replikatorodynamik

Wir beschränken uns zunächst auf symmetrische (2xM)-Spiele, d.h. zwei Personen - M Strategien Spiele. Da es sich um symmetrische Spiele handelt, sind alle Spieler gleichberechtigt und man kann von einer homogenen Population ausgehen. Die Differentialgleichung der Replikatorodynamik beschreibt wie sich die einzelnen Populationsanteile der zur Zeit t gewählten Strategien $x_j(t)$, $j=1,2,\dots,M$ im Laufe der Zeit entwickeln.

$$\dot{x}_j(t) := \frac{dx_j(t)}{dt} = x_j(t) \cdot \left[\underbrace{\sum_{k=1}^M \$_{jk} \cdot x_k(t)}_{\text{Fitness der Strategie j}} - \underbrace{\sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^M \$_{kl} \cdot x_k(t) \cdot x_k(t)}_{\text{Durchschnittliche Fitness (Auszahlung) der gesamten Population}} \right]$$

Wobei die Parameter $\$_{kl}$ die einzelnen Einträge in der Auszahlungsmatrix des 1. Spielers darstellen

$$\hat{\$} = \hat{\$}^1 = \begin{pmatrix} \$_{11} & \$_{12} & \$_{13} & \dots & \$_{1M} \\ \$_{21} & \$_{22} & \$_{23} & \dots & \$_{2M} \\ \$_{31} & \$_{32} & \$_{33} & \dots & \$_{3M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \$_{M1} & \$_{M2} & \$_{M3} & \dots & \$_{MM} \end{pmatrix}$$

Fitness der Strategie j

Durchschnittlicher Erfolg der j-ten Strategie

Durchschnittliche Fitness (Auszahlung) der gesamten Population

Nimmt man zusätzlich ein symmetrisches Spiel an ($\hat{\$} := \hat{\$}^A = \left(\hat{\$}^B \right)^T$), in welchem die

Auszahlungswerte (Fitness-Werte) der Populationsgruppen gleich sind, so kann man die beiden Gruppen von ihrer mathematischen Struktur her als ununterscheidbare Spielergruppen mit identischen Populationsvektoren $x(t) = y(t)$ annehmen. Die Differentialgleichung schreibt sich dann wie folgt:

$$\frac{dx(t)}{dt} = [(\$_{11} - \$_{21})(x - x^2) + (\$_{12} - \$_{22})(1 - 2x + x^2)] x(t) =: g(x) \quad (3)$$

Verallgemeinert man diese Differentialgleichung wieder auf mehr als zwei Strategien, so kann man abkürzend die folgende Formulierung schreiben:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \left(\hat{\$} \vec{x} - \vec{x} \left(\hat{\$} \vec{x} \right) \right) \vec{x}$$

Evolutionär stabile Strategien (ESS)

- Evolutionär stabile Strategien sind die stabilen Endzustände der Häufigkeitsverteilung $x(t)$:

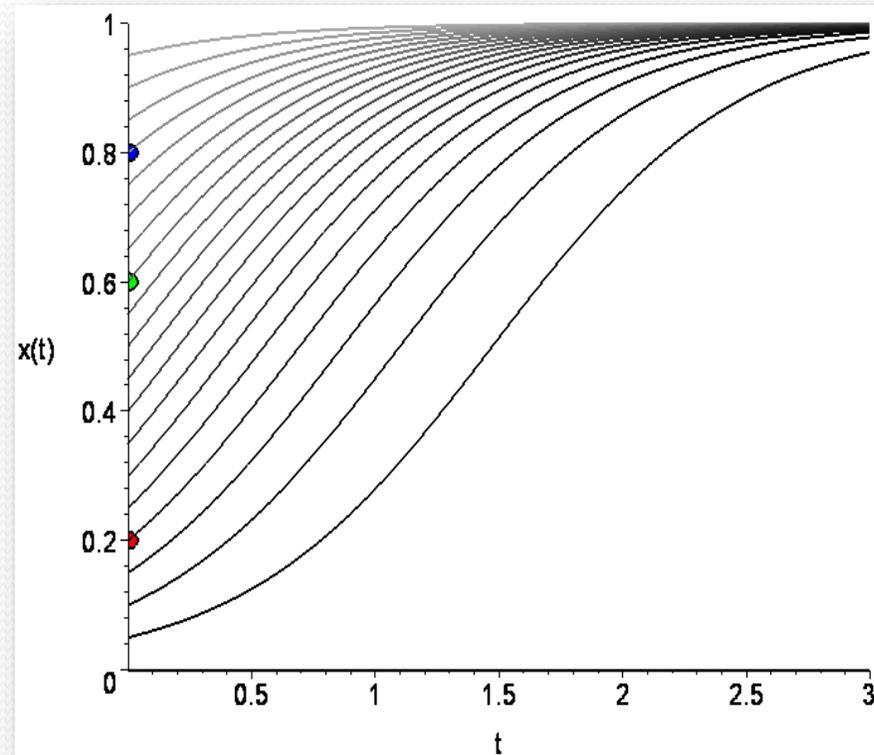
$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t))$$

Eine notwendige (aber nicht hinreichende) Bedingung für die Existenz einer ESS ist, dass diese ein Nash – Gleichgewicht des zugrundeliegenden Spiels ist.

Beispiel:

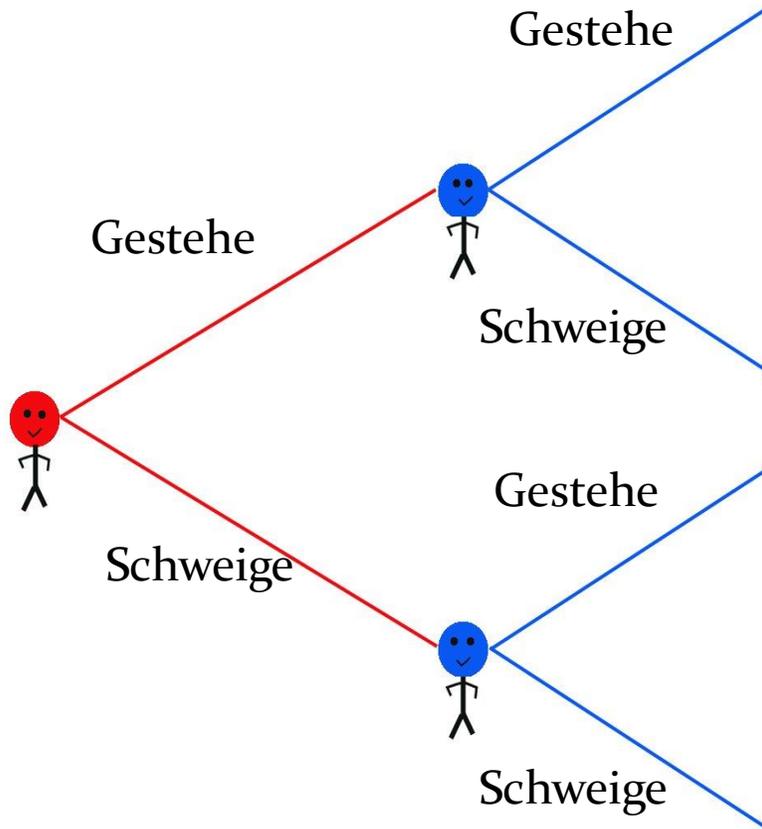
Gefangenendilemma ähnliche Spiele
Für die ESS des evolutionären Gefangenendilemma – Spiels ergibt sich:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t)) = 1 \Rightarrow \text{alle "gestehen"}$$



Das Gefangenendilemma

	Ge	Sc
Ge	$(-7, -7)$	$(-1, -9)$
Sc	$(-9, -1)$	$(-3, -3)$



Bonnie und Clyde werden nach einem missglückten Banküberfall geschnappt und in verschiedenen Zellen untergebracht. Wenn beide schweigen kann der Staatsanwalt sie nur wegen verbotenen Waffenbesitzes für drei Jahre hinter Gitter bringen. Verrät jedoch einer den anderen, dann bekommt der Geständige als Zeuge der Anklage nur für ein Jahr hinter Gitter – der Nichtgeständige muss dann aber für neun Jahre ins Gefängnis. Gestehen beide, so müssen sie sieben Jahre absitzen.

Replikatordynamik

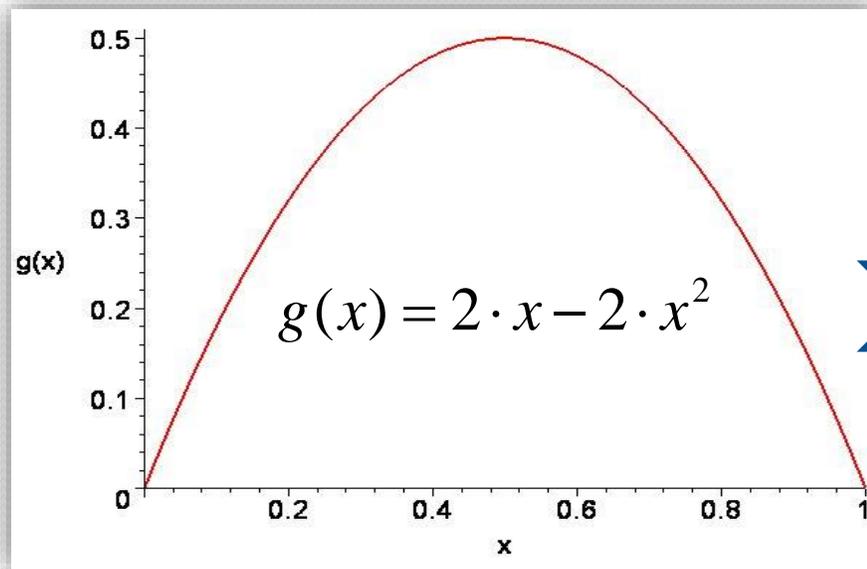
(für das Gefangenendilemma)

Die Differentialgleichung der Replikatordynamik für das Gefangenendilemma lautet:

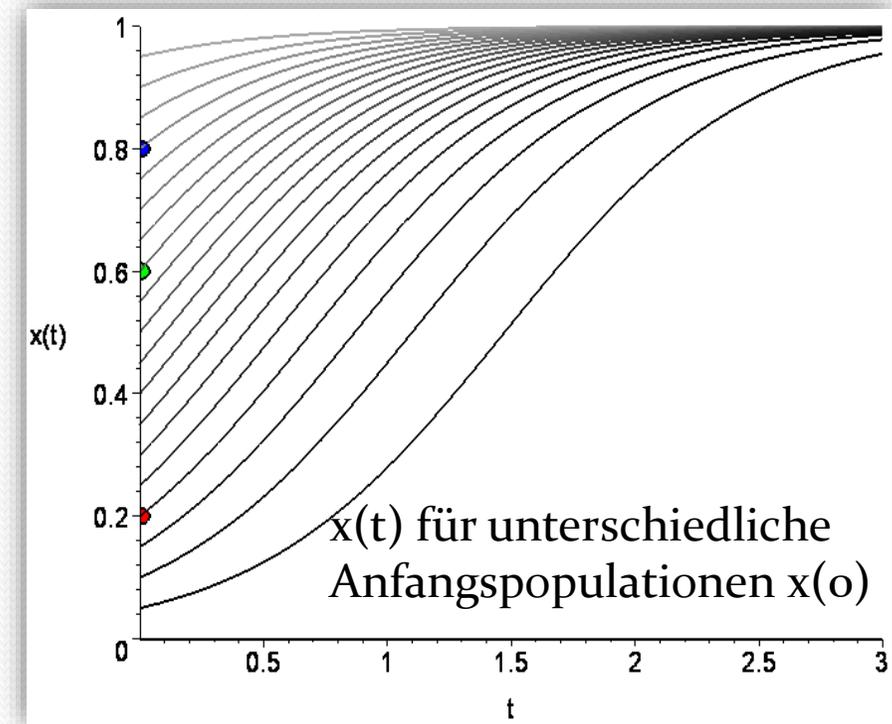
$$\dot{x}(t) := \frac{dx(t)}{dt} = 2 \cdot x(t) - 2 \cdot (x(t))^2 = g(x(t))$$

$$g(x(t)) := x(t) \cdot \left((-7 - (-9)) \cdot (x(t) - x(t)^2) + (-3 - (-1)) \cdot (2 \cdot x(t) - 1 - x(t)^2) \right)$$

	Ge	Sc
Ge	(-7, -7)	(-1, -9)
Sc	(-9, -1)	(-3, -3)

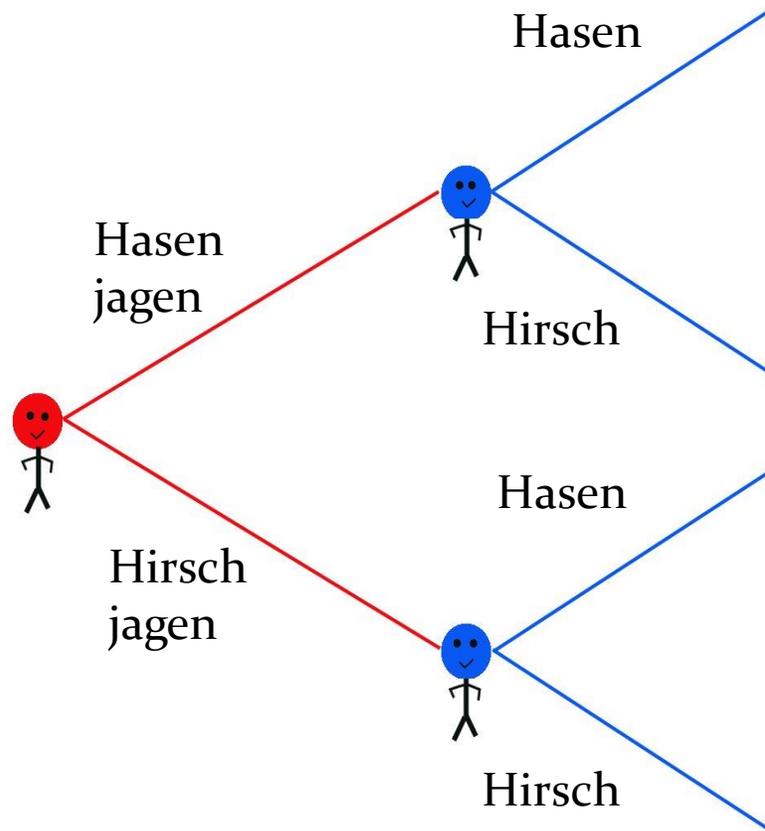


Beispiel: Gefangenendilemma
 $g(x) = g(x(t))$ im Bereich $[0, 1]$ dargestellt



Rousseaus Hirschjagt - Spiel

	Hasen	Hirsch
Hasen	(2, 2)	(4, 0)
Hirsch	(0, 4)	(5, 5)



Zwei Jägern ist es im Laufe der Jagt gelungen einen Hirsch und vier Hasen einzukreisen. Die Jäger stehen nun vor der Entscheidung die Hasen entkommen zu lassen und gemeinsam den Hirsch zu erlegen oder sofort das Feuer auf die Hasen zu eröffnen. Entscheiden sich beide dafür den Hirsch zu erlegen, dann hat der Hirsch keine Chance. Einen Hirsch kann man für 10 Goldmünzen verkaufen. Entscheiden sich beide für die Hasenjagt, dann erschießt jeder Jäger zwei Hasen, für die man jeweils eine Goldmünze bekommt. Entscheidet sich jedoch nur einer für die Hirschjagt, so kann der Hirsch entkommen und derjenige der sich für die Hasenjagt entschieden hat kann alle vier Hasen erlegen.

Replikatorodynamik

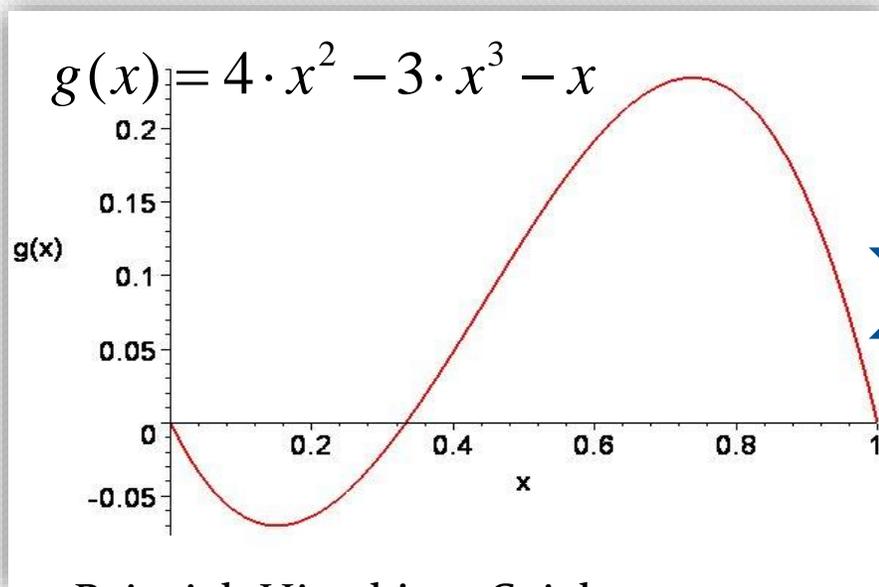
(für das Hirschjagt-Spiel)

Die Differentialgleichung der Replikatorodynamik für das Hirschjagt-Spiel lautet:

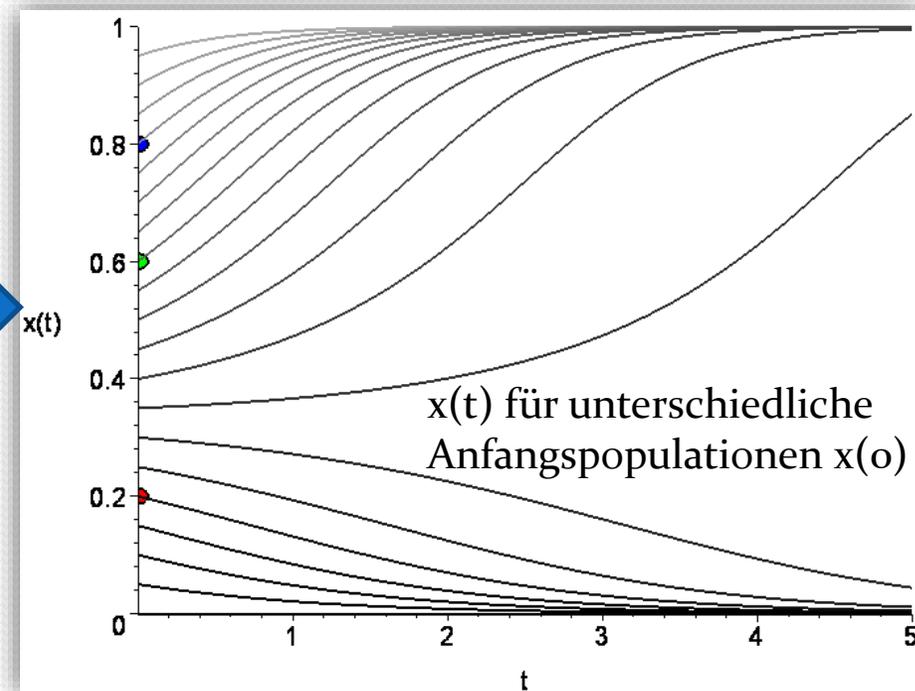
$$\dot{x}(t) := \frac{dx(t)}{dt} = 4 \cdot (x(t))^2 - 3 \cdot (x(t))^3 - x(t) =: g(x(t))$$

$$g(x(t)) := x(t) \cdot \left((2 - 0) \cdot (x(t) - x(t)^2) + (5 - 4) \cdot (2 \cdot x(t) - 1 - x(t)^2) \right)$$

	Hasen	Hirsch
Hasen	(2, 2)	(4, 0)
Hirsch	(0, 4)	(5, 5)

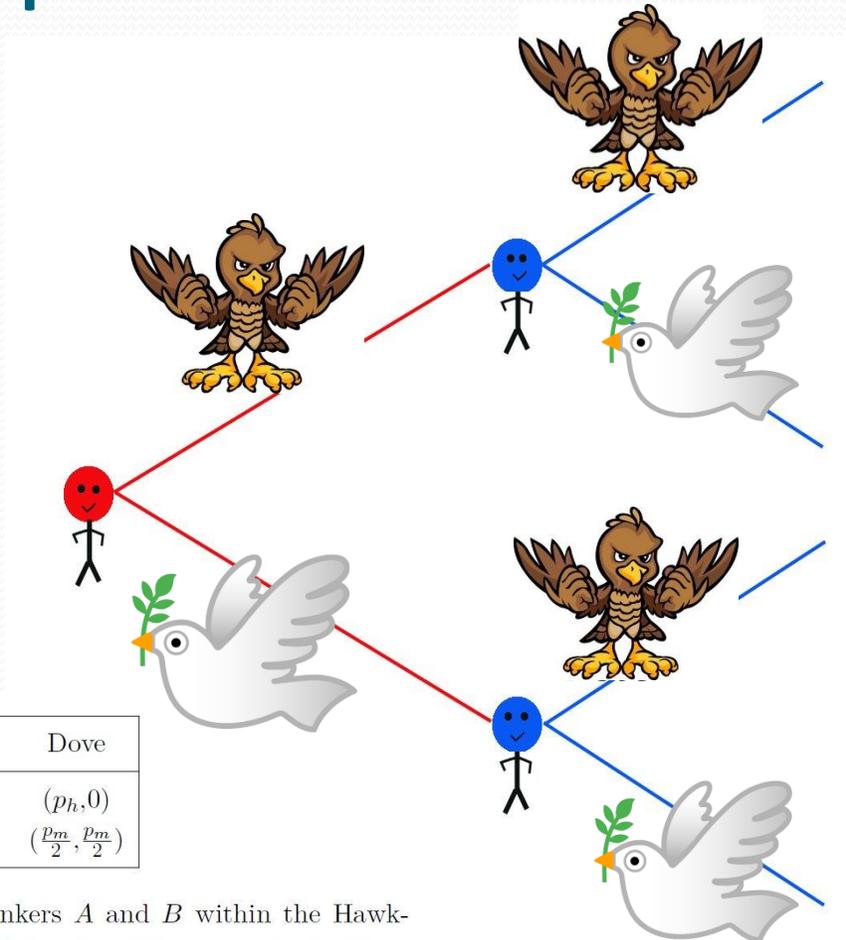


Beispiel: Hirschjagt-Spiel
 $g(x) = g(x(t))$ im Bereich $[0,1]$ dargestellt



Das Falke-Taube Spiel

	Falke	Taube
Falke	$(-1, -1)$	$(2, 0)$
Taube	$(0, 2)$	$(1, 1)$



A \ B	Hawk	Dove
Hawk	$(\frac{p_h-d}{2}, \frac{p_h-d}{2})$	$(p_h, 0)$
Dove	$(0, p_h)$	$(\frac{p_m}{2}, \frac{p_m}{2})$

∴ Payoff matrix for investment bankers A and B within the Hawk-Dove game. The parameters are defined as follows: p_h : high selling premium, d : disutility resulting from fighting and p_m : moderate selling premium.

Physica A 389 (2010) 5084–5102



Contents lists available at ScienceDirect

Physica A

journal homepage: www.elsevier.com/locate/physa



Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory based analysis of financial crises

Matthias Hanauske^{a,*}, Jennifer Kunz^b, Steffen Bernius^a, Wolfgang König^c

^a Institute of Information Systems, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

^b Chair of Controlling & Auditing, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

^c House of Finance, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

ARTICLE INFO

Article history:

Received 14 April 2009

Received in revised form 22 April 2010

Available online 15 June 2010

Keywords:

Evolutionary game theory

Quantum game theory

Hawk-dove game

Financial crisis

ABSTRACT

The last financial and economic crisis demonstrated the dysfunctional long-term effects of aggressive behaviour in financial markets. Yet, evolutionary game theory predicts that under the condition of strategic dependence a certain degree of aggressive behaviour remains within a given population of agents. However, as a consequence of the financial crisis, it would be desirable to change the "rules of the game" in a way that prevents the occurrence of any aggressive behaviour and thereby also the danger of market crashes. The paper picks up this aspect. Through the extension of the well-known hawk-dove game by a quantum approach, we can show that dependent on entanglement, evolutionary stable strategies also can emerge, which are not predicted by the classical evolutionary game theory and where the total economic population uses a non-aggressive quantum strategy.

© 2010 Elsevier B.V. All rights reserved.

Replikatorodynamik

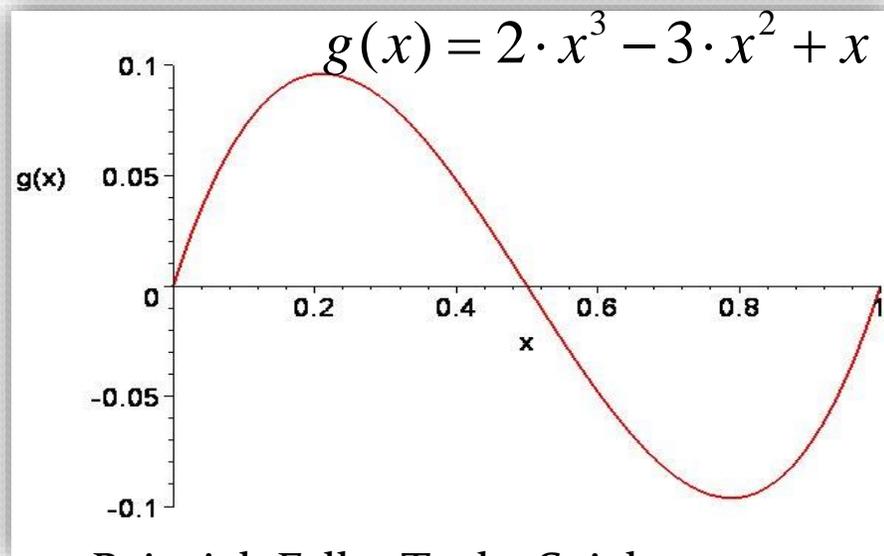
(für das Falke-Taube Spiel)

Die Differentialgleichung der Replikatorodynamik für das Falke-Taube Spiel lautet:

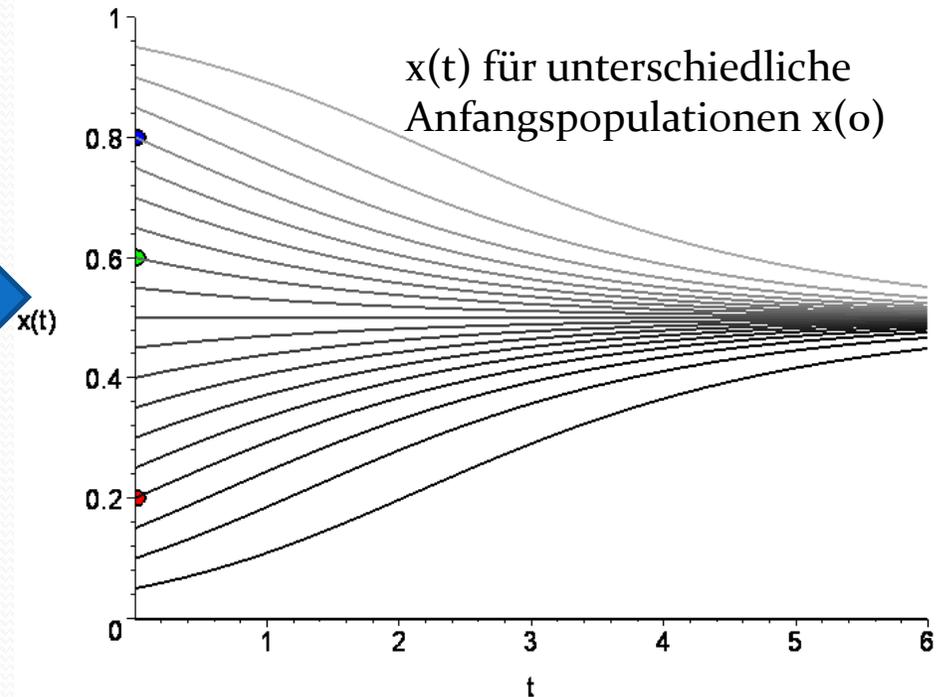
$$\dot{x}(t) := \frac{dx(t)}{dt} = 2 \cdot (x(t))^3 - 3 \cdot (x(t))^2 + x(t) = g(x(t))$$

$$g(x(t)) := x(t) \cdot \left((-1 - 0) \cdot (x(t) - x(t)^2) + (1 - 2) \cdot (2 \cdot x(t) - 1 - x(t)^2) \right)$$

	Falke	Taube
Falke	(-1, -1)	(2, 0)
Taube	(0, 2)	(1, 1)

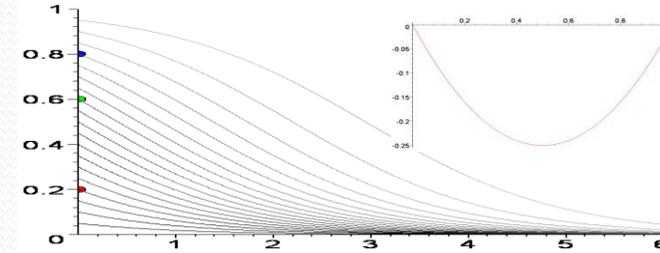


Beispiel: Falke-Taube Spiel
 $g(x)=g(x(t))$ im Bereich $[0,1]$ dargestellt

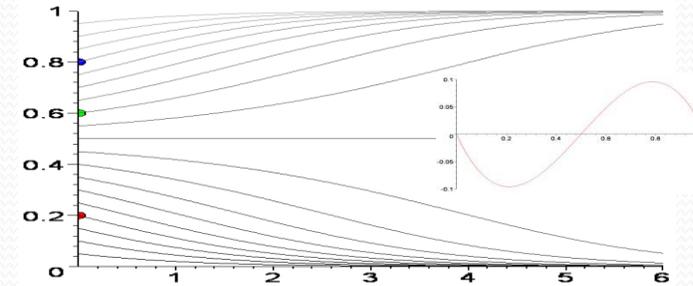


Klassifizierung von evolutionären, symmetrischen (2x2)-Spielen

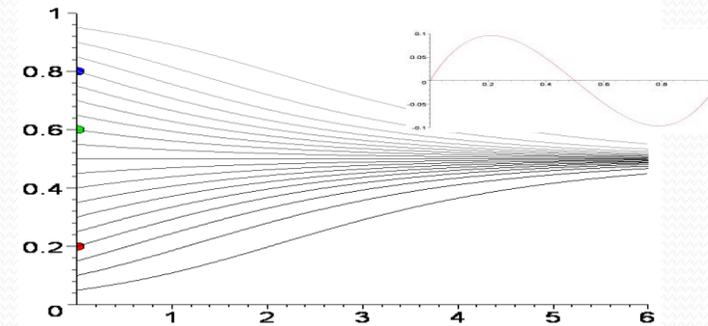
- **Dominante Spiele**
(2. Strategie dominiert 1.Strategie)
Es existiert ein Nash - Gleichgewicht, welches die anderen Strategien dominiert. ESS bei $x=0$.



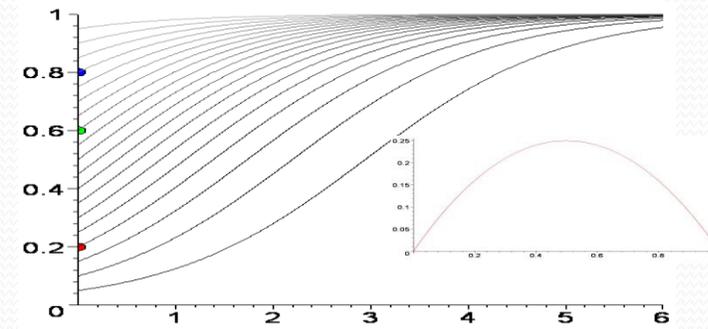
- **Koordinationsspiele**
Es existieren drei Nash - Gleichgewichte und zwei reine ESS, die abhängig von der Anfangsbedingung realisiert werden.



- **Anti - Koordinationsspiele**
Es existieren drei Nash - Gleichgewichte aber nur eine gemischte ESS, die unabhängig von der Anfangsbedingung realisiert wird.



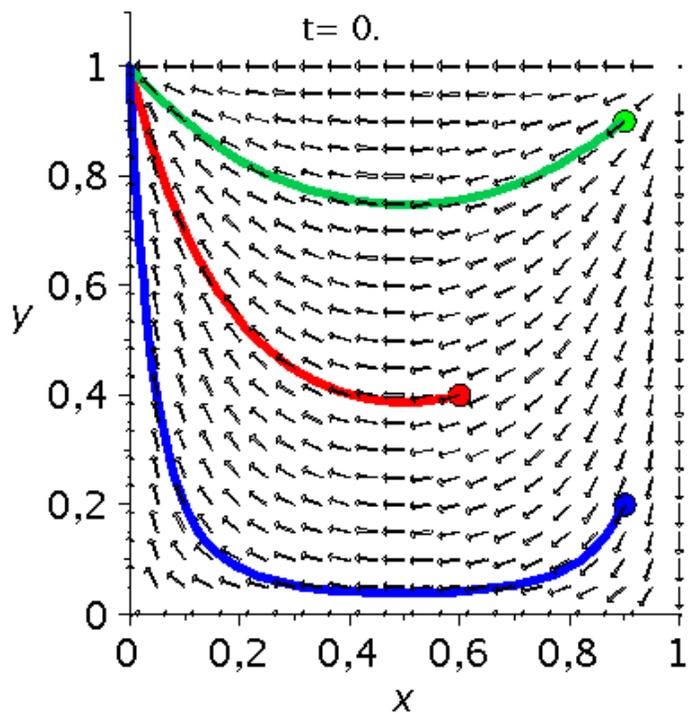
- **Dominante Spiele**
(1. Strategie dominiert 2.Strategie)
Es existiert ein Nash - Gleichgewicht, welches die anderen Strategien dominiert. ESS bei $x=1$.



Klassifizierung von Bi-Matrix Spielen

Eckspiele

Die Spielklasse der Gruppe A oder der Gruppe B ist ein Dominantes Spiel



Sattelspiele

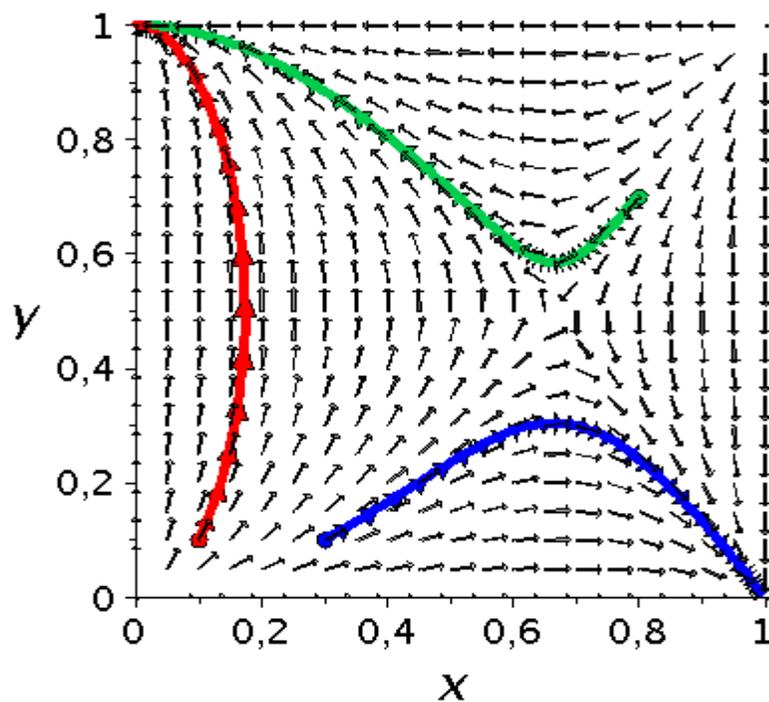
Spiel A: Koordinationsspiel

Spiel B: Koordinationsspiel

oder

Spiel A: Anti-Koordinationsspiel

Spiel B: Anti-Koordinationsspiel



Zentrumsspiele

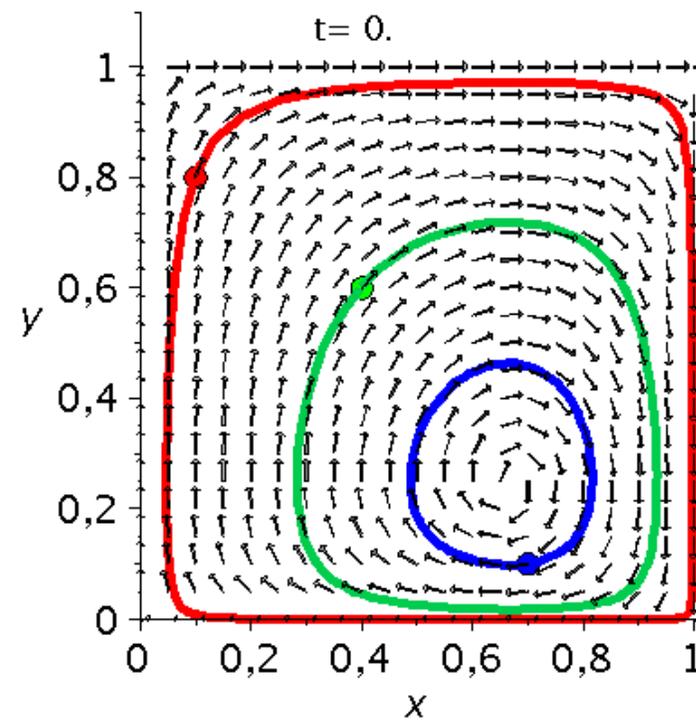
Spiel A: Koordinationsspiel

Spiel B: Anti-Koordinationsspiel

oder

Spiel A: Anti-Koordinationsspiel

Spiel B: Koordinationsspiel



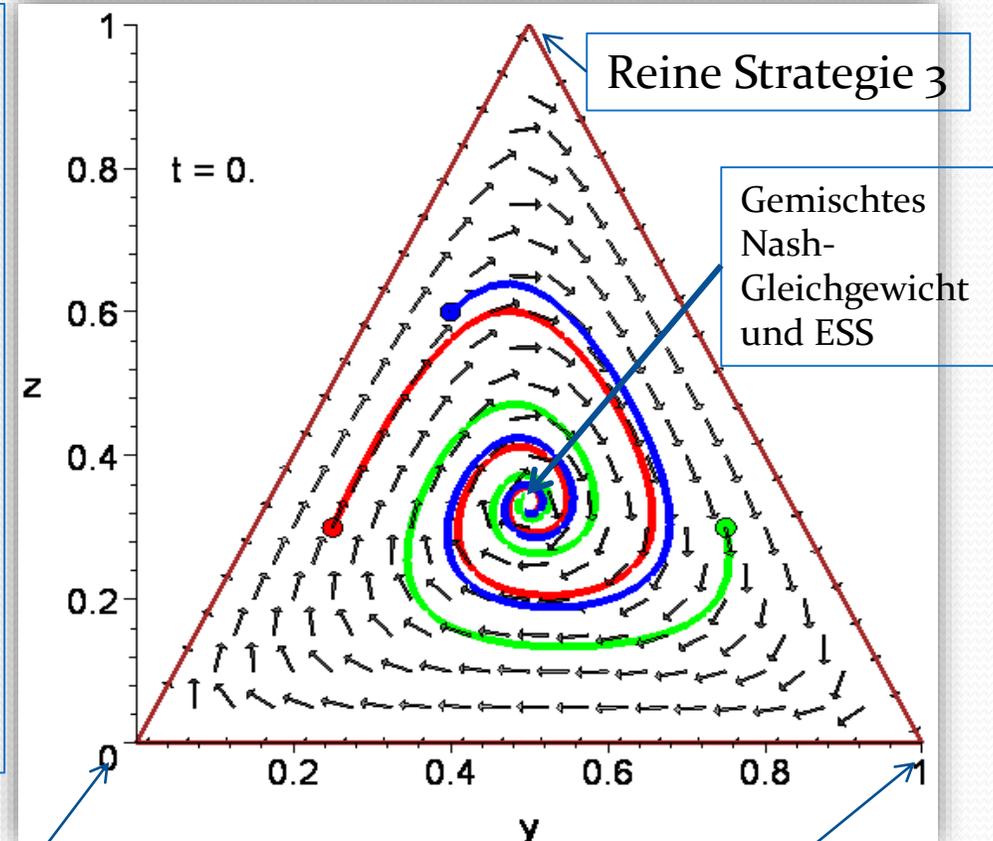
Replikatorodynamik

(für symmetrische (2x3)-Spiele, **Beispiel 1**)

Wir betrachten im Folgenden ein Beispiel eines (2x3)-Spiels mit der rechts angegebenen Auszahlungsstruktur:

	Strategie 1	Strategie 2	Strategie 3
Strategie 1	(0, 0)	(2, -1)	(-1, 2)
Strategie 2	(-1, 2)	(0, 0)	(2, -1)
Strategie 3	(2, -1)	(-1, 2)	(0, 0)

Die rechte Abbildung zeigt die zeitliche Entwicklung der relativen Populationsanteile der gewählten Strategien für drei mögliche Anfangsbedingungen. Die einzige evolutionär stabile Strategie dieses Beispiels befindet sich beim gemischten Nash-Gleichgewicht $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$. Die einzelnen Pfeile im Dreieck veranschaulichen den durch die Spielmatrix bestimmten Strategien-„Richtungswind“, dem die Population zeitlich folgen wird.



Reine Strategie 1

Reine Strategie 2

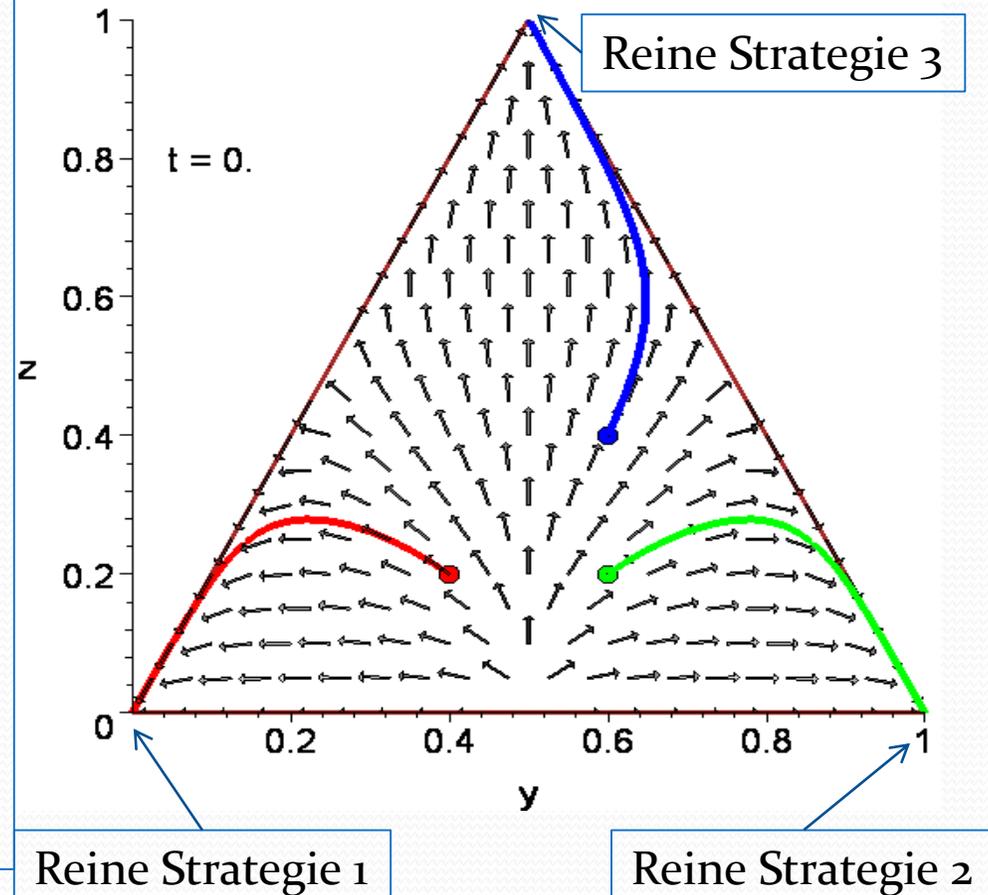
Replikatorodynamik

(für symmetrische (2x3)-Spiele, **Beispiel 2**)

Wir betrachten im Folgenden ein Beispiel eines (2x3)-Spiels mit der rechts angegebenen Auszahlungsstruktur:

	Strategie 1	Strategie 2	Strategie 3
Strategie 1	(0, 0)	(-3, -3)	(-1, -1)
Strategie 2	(-3, -3)	(0, 0)	(-1, -1)
Strategie 3	(-1, -1)	(-1, -1)	(0, 0)

Die rechte Abbildung zeigt die zeitliche Entwicklung der relativen Populationsanteile der gewählten Strategien für drei mögliche Anfangsbedingungen. Das Spiel besitzt drei Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien, die ebenfalls evolutionär stabile Strategien darstellen. Welche der drei ESS die Population realisiert hängt von dem Anfangswert der Populationsanteile ab. Die zeitliche Entwicklung folgt wieder dem Strategien-„Richtungswind“ der zugrundeliegenden Auszahlungsmatrix.

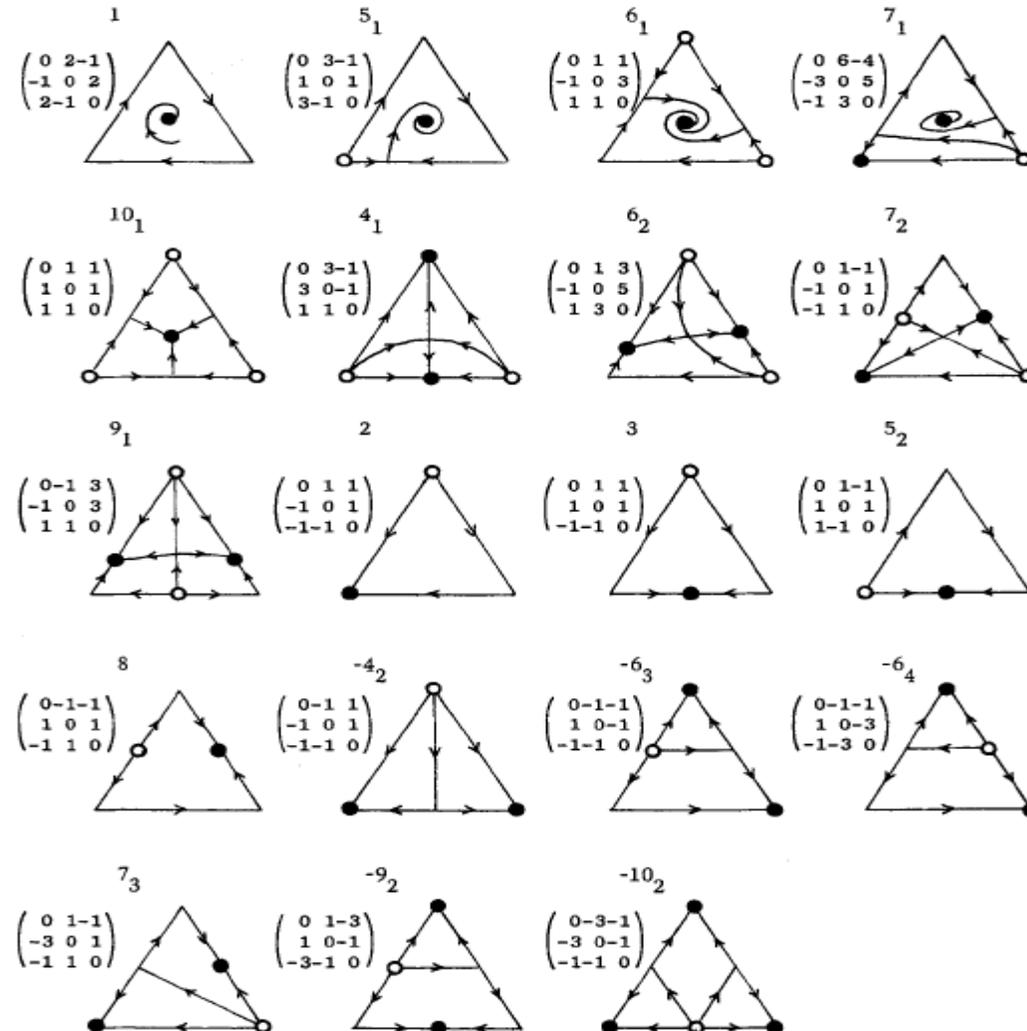


Replikatordynamik

(Klassifizierung symmetrische (2x3)-Spiele)

E. C. Zeeman, *POPULATION DYNAMICS FROM GAME THEORY*,
In: *Global Theory of Dynamical Systems*, Springer 1980

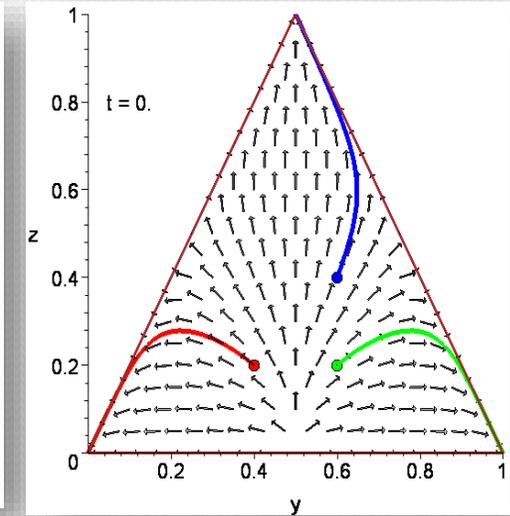
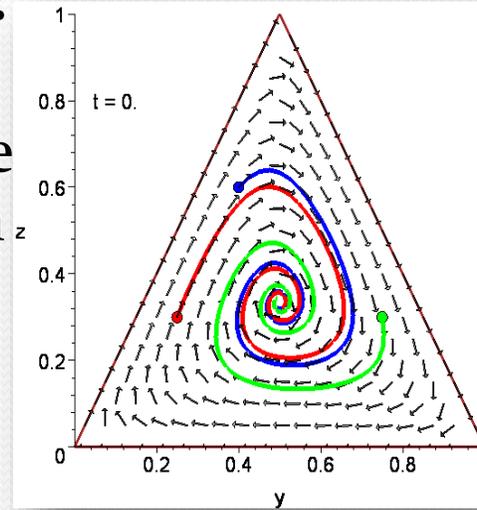
E. C. Zeeman zeigt in seinem im Jahre 1980 veröffentlichten Artikel, dass man evolutionäre, symmetrische (2x3)-Spiele in 19 Klassen einteilen kann. Die Abbildung rechts zeigt das evolutionäre Verhalten dieser 19 Spieltypen. Die ausgefüllten schwarzen Punkte markieren die evolutionär stabilen Strategien der jeweiligen Spiele. Es gibt Spielklassen, die besitzen lediglich eine ESS und Klassen die sogar drei ESS besitzen.



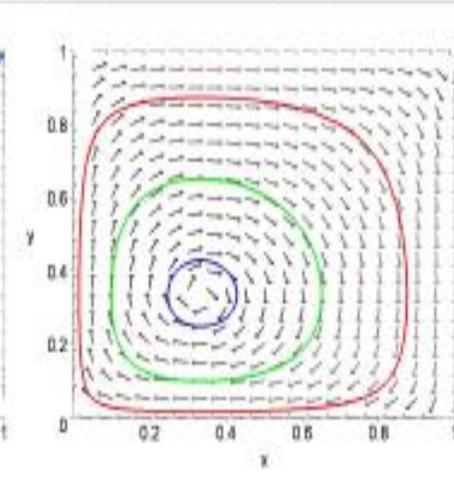
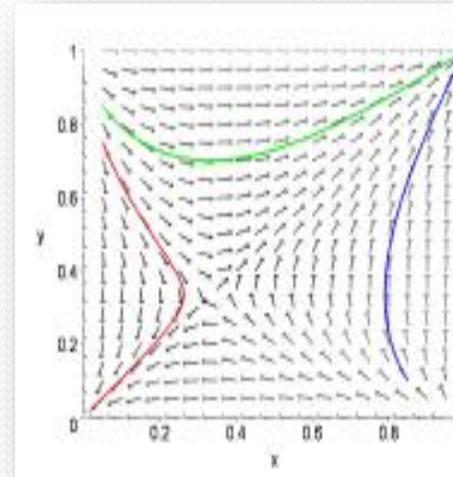
Weitere Arten von Spieltypen

(Ausblick: Vorlesungsteil 5)

- **Mehr als zwei Strategien:**
Schon bei drei Strategien können 19 unterschiedliche Spielklassen unterschieden werden.



- **Bimatrix Spiele**
Unsymmetrische (2x2) Spiele:
Setzt sich die Population aus zwei unterschiedlichen Spielergruppen ($x(t)$ und $y(t)$) zusammen, so spricht man von Bimatrix Spielen.



Evolutionary Game Theory Applications

Biology:

Distribution of bacteria in organisms

See for example: Kerr, Feldmann, Nature 2002

Cooperation of virus populations

See for example: Turner, Chao, Nature 1999

Mating strategies of lizards

See for example: Sinervo, Hazard, Nature 1996

Evolutionary dynamics of macromolecules

See for example: Eigen, Schuster, Naturwissenschaften 64, 1977

Economics:

"Public Goods" - Games

Elinor Ostrom, Trust in Private and Common Property Experiments

C. Clemens and T. M. Perfunke, Evolutionary Dynamics in Public Good Games, Computational Economics (2006) 28: 399-420

M. Kosfeld, A. Okada and A. Riedl, Institution Formation in Public Goods Games, American Economic Review, 2009, 99:4, 1335-1355

Experimental economics

Elinor Ostrom et al., Cooperation in PD games: Fear, greed, and history of play, Public Choice 106: 137-155, 2001.

Behavioral economics (altruism, empathy, ...)

See for example articles by Fehr et al.

Evolution of information networks

S. Bernius, M. Hanauske, B. Dugall, W. König, Exploring the Effects of a Transition to Open Access, Journal of the American Society for Information Science and Technology, accepted for publication (2012)

Social science:

Social learning, Cultural and moral evolution

Evolution of social learning does not explain the origin of human cumulative culture, M. Enquist, S. Ghirlanda, *Journal of Theoretical Biology* 246 (2007)

Evolution of moral norms, W. Harms and B. Skyrms, *Oxford Handbook on the Philosophy of Biology*

Evolution of language

Finite populations choose language at best, C. Pavlovich, *Journal of Theoretical Biology* 249 (2007) 606-616

Evolution of social norms

Collective Action and the Evolution of Social Norms, E. Ostrom, *The Journal of Economic Perspectives*, vol 14, no. 3 (2000), p. 137-158

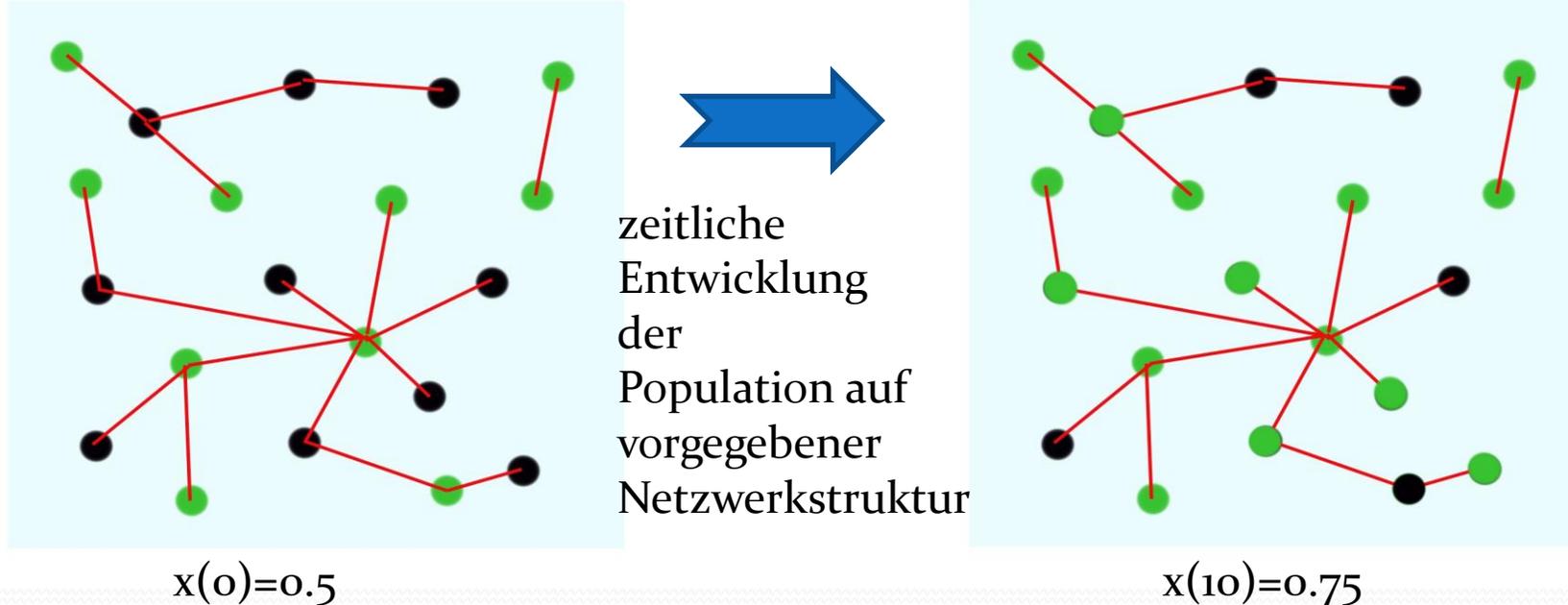
Evolution of social networks

Governing Social-Ecological Systems, M. A. Janssen and E. Ostrom

A General Framework for Analyzing Sustainability of Social-Ecological Systems, E. Ostrom, et al., *Science* 325, 419 (2009)

Evolutionäre Spieltheorie auf komplexen Netzwerken

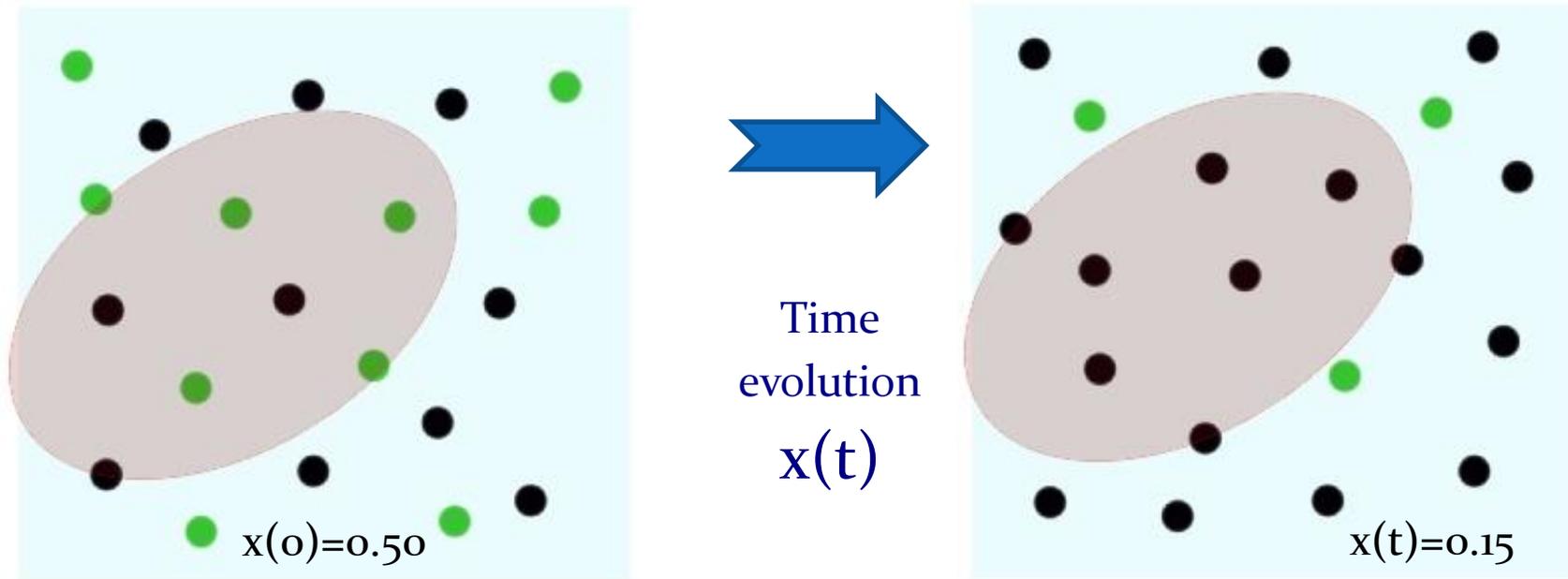
Viele in der Realität vorkommende evolutionäre Spiele werden auf einer definierten Netzwerkstruktur (Topologie) gespielt. Die Spieler der betrachteten Population sind hierbei nicht gleichwertig, sondern wählen als Spielpartner nur mit ihnen durch das Netzwerk verlinkte (verbundene) Partner aus.



Mögliche Strategien: (grün, schwarz), Parameter t stellt die „Zeit“ dar.
 $x(t)$: Anteil der Spieler, die im Zeitpunkt t die Strategie „grün“ spielen.
Die roten Verbindungslinien beschreiben die möglichen Spielpartner des Spielers

Introduction

Die Quanten-Spieltheorie stellt eine mathematische und konzeptuelle Erweiterung der klassischen Spieltheorie dar. Der Raum aller denkbaren Entscheidungswege der Akteure wird vom rein reellen, messbaren Raum in den Raum der komplexen Zahlen (reelle und imaginäre Zahlen) ausgedehnt. Durch das Konzept der möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien können gemeinsame, durch kulturelle oder moralische Normen entstandene Denkrichtungen in die evolutionäre Dynamik mit einbezogen werden.

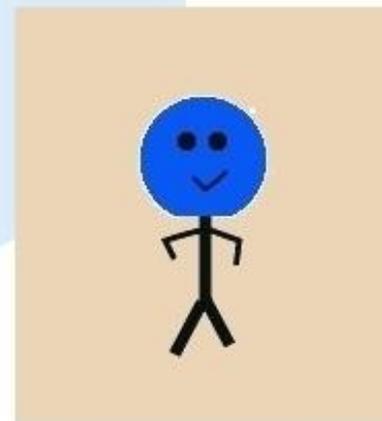


Strategies of each node (of each player): (green , black), $x(t)$: Fraction of player with strategy „green“ as a function of time t
Grey region: Group dependent collective cultural or moral standard

If A betrays me it is better
if I also betray A.

If A is silent, it is better
if I betray A

Complex space
of all possible ways of thinking



If B betrays me it is better
if I also betray B

If B is silent, it is better
if I betray B

Denkwege im
Gefangenendilemma



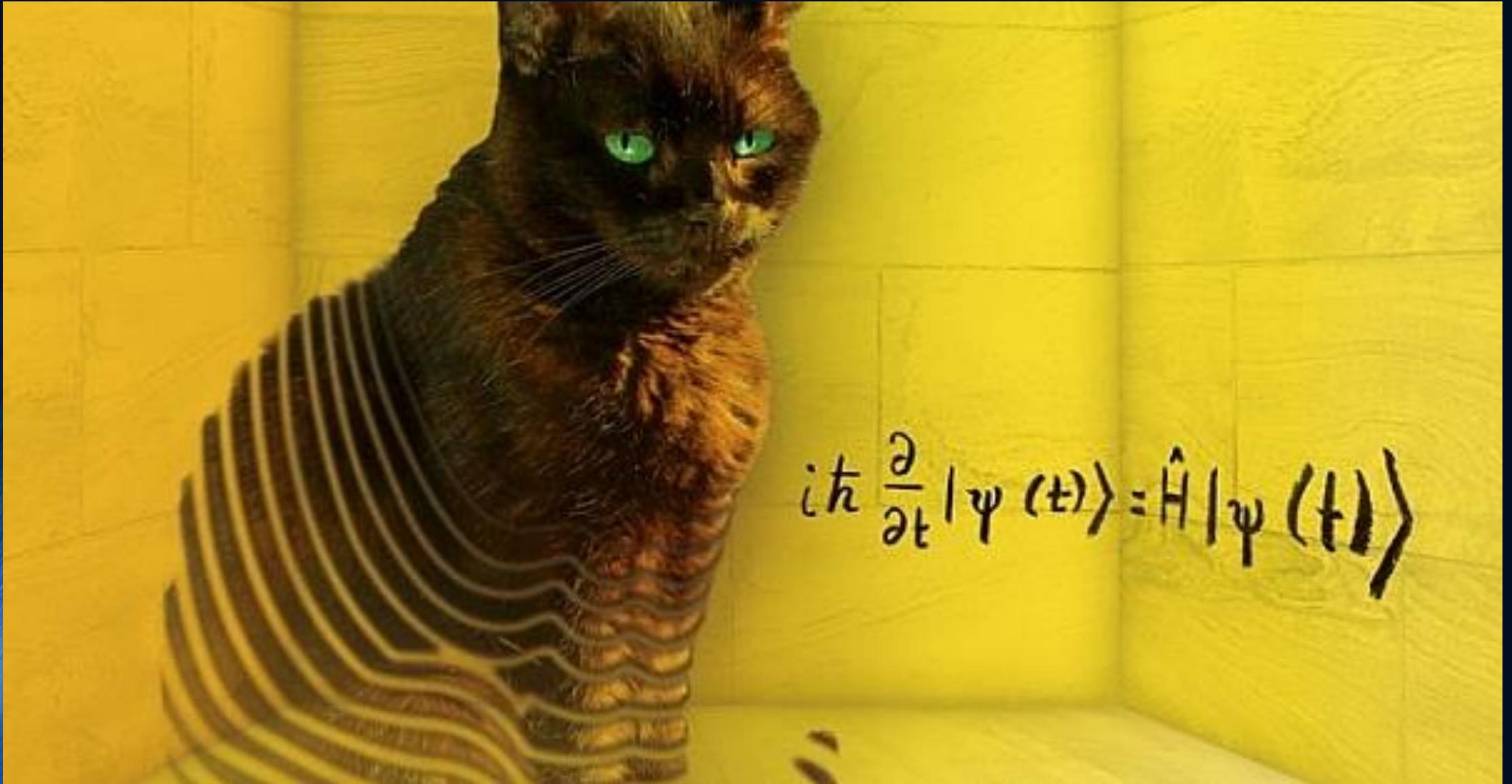
be silent

be silent

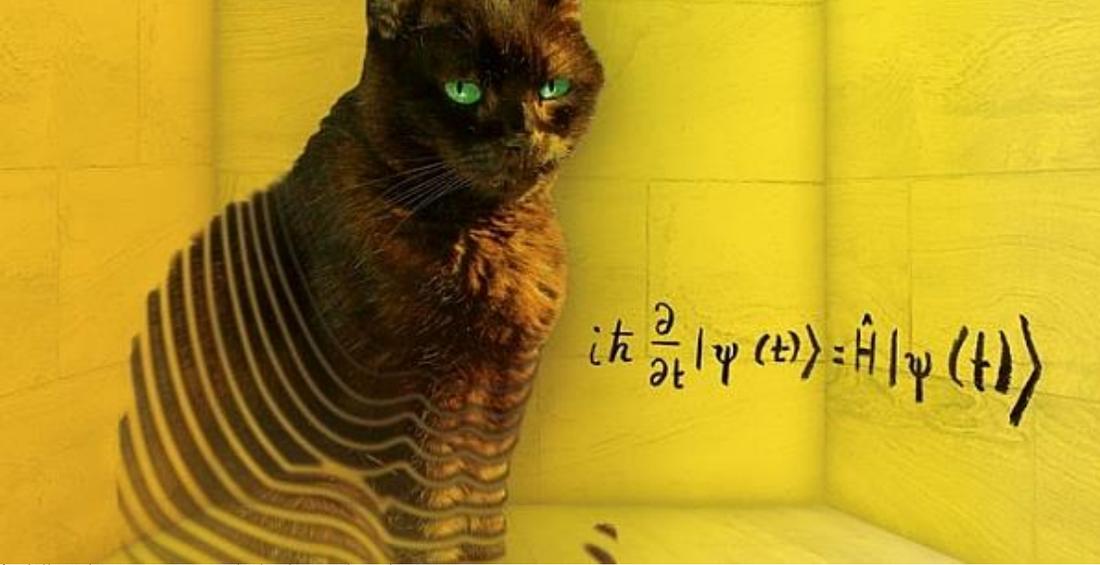
betray A

A\B	C	D
C	$(-1, -1)$	$(-5, 0)$

Einführung in die Quantentheorie



Der Quantenzustand und die Schrödinger-Gleichung



Die Quantentheorie stellt eine gänzlich neue Formulierung der Physik dar. Bei der mathematischen Konstruktion dieser neuen Theorie stand man vor dem Dilemma, dass man einerseits daran gebunden ist, jedes physikalische Experiment in den Begriffen der klassischen Physik zu beschreiben, andererseits benötigte man neue, nicht klassische Elemente innerhalb der Theorie, um z.B. den Welle-Teilchen-Dualismus oder nichtlokale Eigenschaften von Teilchen äquivalent zu beschreiben. Am Ende dieser Entwicklung stand ein vollkommen neues Gerüst einer mathematischen Beschreibung, welches z.B. mittels der "Kopenhagener Deutung der Quantentheorie" interpretiert und verstanden wurde.

2) Die Schrödinger-Gleichung

Wie in der Einleitung erläutert, wird in der quantenmechanischen Beschreibung ein apriorischer Zustand Ψ des Teilchens definiert. Wie beschreibt man nun diesen Zustand eines Quantenobjektes mathematisch? Einerseits soll die zeitliche Entwicklung dieses Zustandes keine wirkliche, reale Abfolge von Ereignissen darstellen - eher eine Tendenz der Entwicklung. Der Zustand soll einer Wahrscheinlichkeitsbeschreibung von meßbaren Ereignissen dienen aber paradoxerweise selbst nicht real und empirisch fassbar sein. Die mathematische Beschreibung einer solchen Zustandsfunktion benutzt neben der realen Zahlenwelt auch die imaginären Zahlen und beschreibt den Zustand des Teilchens in einem komplexwertigen sog. Hilbertraum $\Psi \in \mathcal{H}$. Im Moment der Messung kollabiert dieser Zustand zu einer beobachtbaren Eigenschaft des Teilchens und diese observable Größe des Zustandes wird real. In diesem Unterpunkt wird die wichtigste Gleichung der nichtrelativistischen Quantenmechanik (die sog. Schrödinger-Gleichung) vorgestellt und diversen Beispielen erläutert. Die Schrödinger-Gleichung beschreibt wie sich die Zustandsfunktion eines Quantenobjektes $\Psi(\vec{r}, t)$ zeitlich verändert und bestimmt zusätzlich ihr räumliches Verhalten unter Einwirkung einer Kraft, die durch ein Potential $V(\vec{r}, t)$ hervorgerufen wird. Sie besitzt das folgende Aussehen:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(\vec{r}, t) \quad \text{wobei:} \quad \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{r}, t)$$

\hat{H} ist der sog. Hamiltonoperator und $\Delta = \vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ der Laplace-Operator.

Unter der Annahme, dass das Potential nicht von der Zeit abhängt ($V(\vec{r}, t) = V(\vec{r})$), lässt sich die Schrödinger-Gleichung mittels des Produktansatzes $\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \cdot f(t)$ in die sog. stationäre (zeitunabhängige) Schrödinger-Gleichung umschreiben:

$$\hat{H} \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}) \quad \text{mit:} \quad \Psi(\vec{r}, t) = \underbrace{\psi(\vec{r})}_{f(t)} e^{-\frac{iE}{\hbar} t},$$

wobei E die Energie des Zustandes darstellt.

Superpositionen von Eigenzuständen

Schrödingers Katze



Figure: Theoretische Versuchsanordnung des Gedankenexperiments.

In einem geschlossenen Kiste befindet sich ein instabiler Atomkern, der innerhalb einer bestimmten Zeitspanne mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zerfällt. Im Falle eines Zerfalls werde Giftgas freigesetzt, was eine im Raum befindliche Katze tötet. Bevor ein Beobachter die Kiste öffnet, schwebt der Zustand ψ der Katze zwischen den Eigenzuständen ' $\psi_1 := \text{Lebend}$ ' und ' $\psi_2 := \text{Tot}$ '.

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1 + \psi_2)$$

Das Doppelspaltexperiment

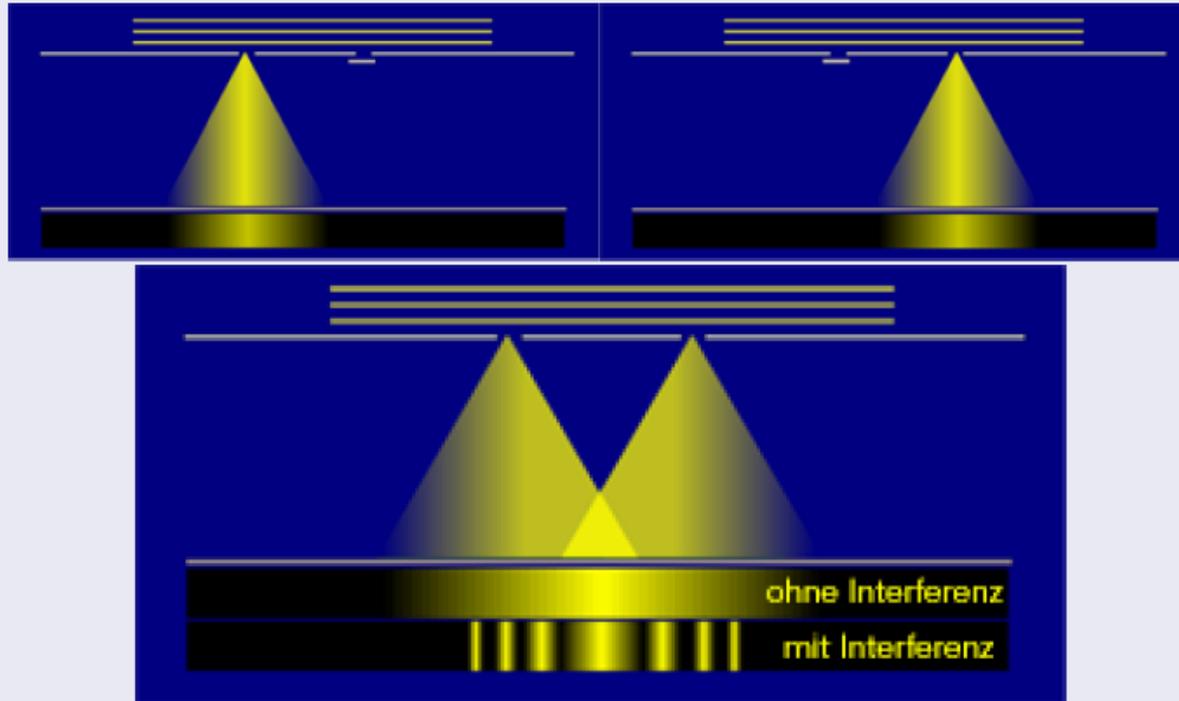


Figure: Beim Doppelspaltexperiment offenbaren Teilchen ihre Welleneigenschaften. Quelle: Michael Craiss

1961 wurde das Doppelspaltexperiment mit Elektronen durch Claus Jönsson durchgeführt und im September 2002 in einer Umfrage der englischen physikalischen Gesellschaft in der Zeitschrift 'Physics World' zum schönsten physikalischen Experiment aller Zeiten gewählt.

Beispiel: Das Wasserstoffatom

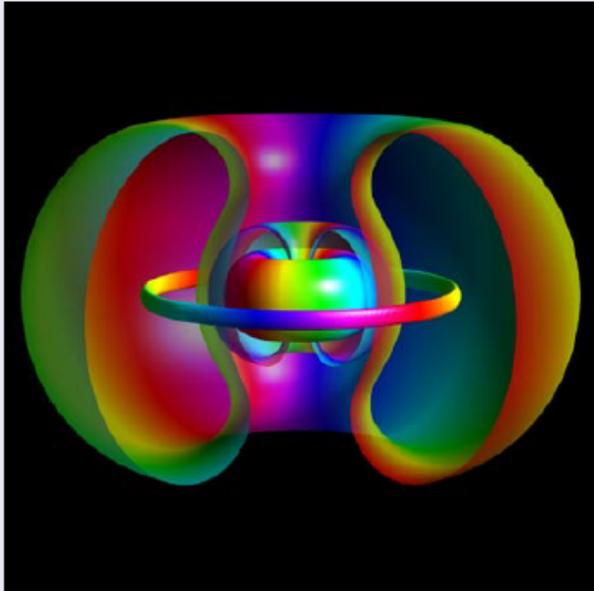


Figure:

Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons im Wasserstoffatom

($n=4, l=2, m=2$). Quelle: Bernd Thaller,

Visual Quantum Mechanics

Der Zustand eines Elektrons im Wasserstoffatom wird mit Hilfe der stationären Schrödingergleichung berechnet. Die messbaren Eigenzustände des Elektrons ($\psi_{nlm}(\vec{r})$) sind durch ihre Quantenzahlen (n, l, m) quantisiert, d.h. Messgrößen wie z.B. die Energie können nur diskrete Werte annehmen. Der allgemeine Elektronenzustand ergibt sich durch Überlagerung (Superposition) der Eigenzustände ($a_{nlm} \in \mathbb{C}$).

$$\psi = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=-l}^l a_{nlm} \psi_{nlm}$$

Verschränkte 2-Niveau-Quantensysteme

Zwei Teilchen (A,B) haben die Möglichkeit zwischen zwei Zuständen (\uparrow , \downarrow) zu wählen. Die Basisvektoren der jeweiligen Hilberträume der Teilchen seien wie folgt definiert:

Zustand des Teilchens A: $\psi_A \in \mathcal{H}_A \equiv \mathbb{C}^2$, Basis: $\{\uparrow_A, \downarrow_A\}$

Zustand des Teilchens B: $\psi_B \in \mathcal{H}_B \equiv \mathbb{C}^2$, Basis: $\{\uparrow_B, \downarrow_B\}$

Der Hilbertraum des zusammengesetzten Systems ist ein komplexer vierdimensionaler Raum ($\mathcal{H} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$). Der Gesamtzustand des 2-Teilchen Systems Ψ kann unter Umständen nicht in die jeweiligen Einzelzustände separiert werden.

Verschränkter Zustand (z.B.): $\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow_A \downarrow_B - \downarrow_A \uparrow_B)$

Das Einstein-Podolsky-Rosen Paradoxon

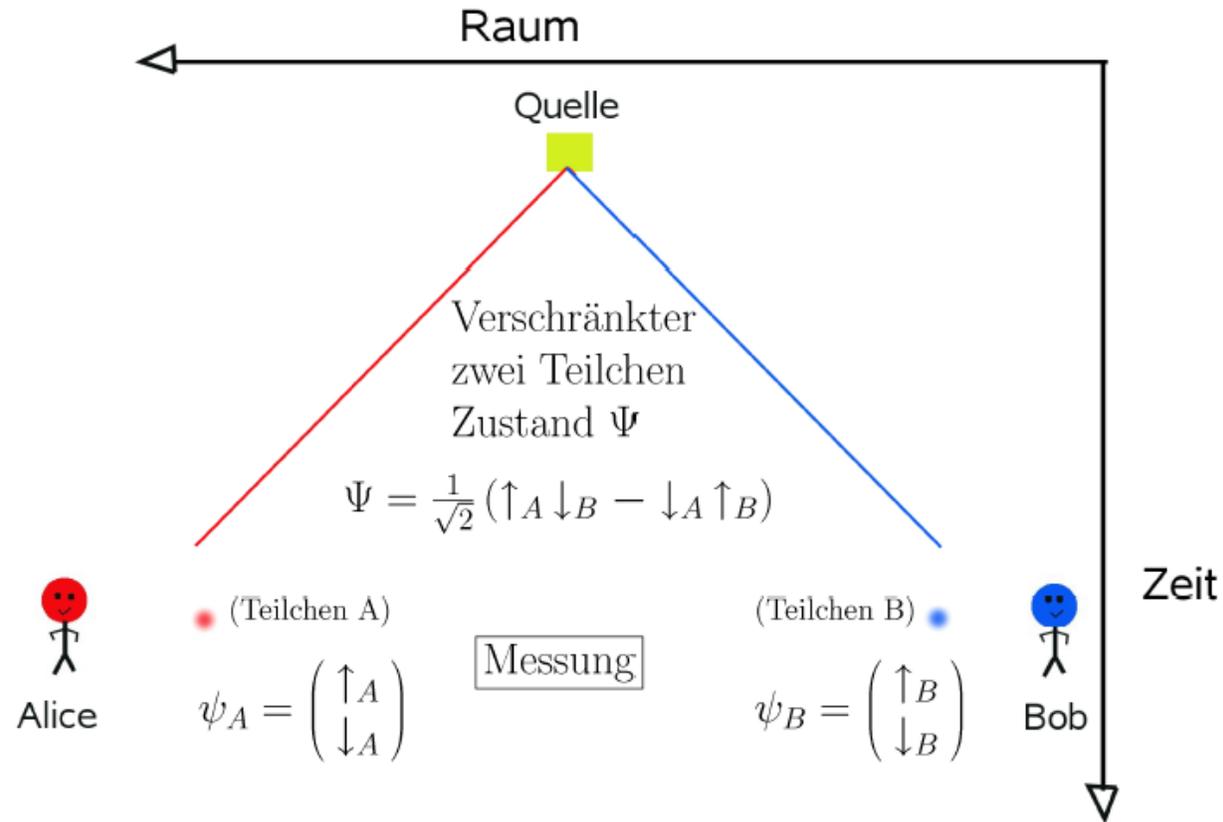
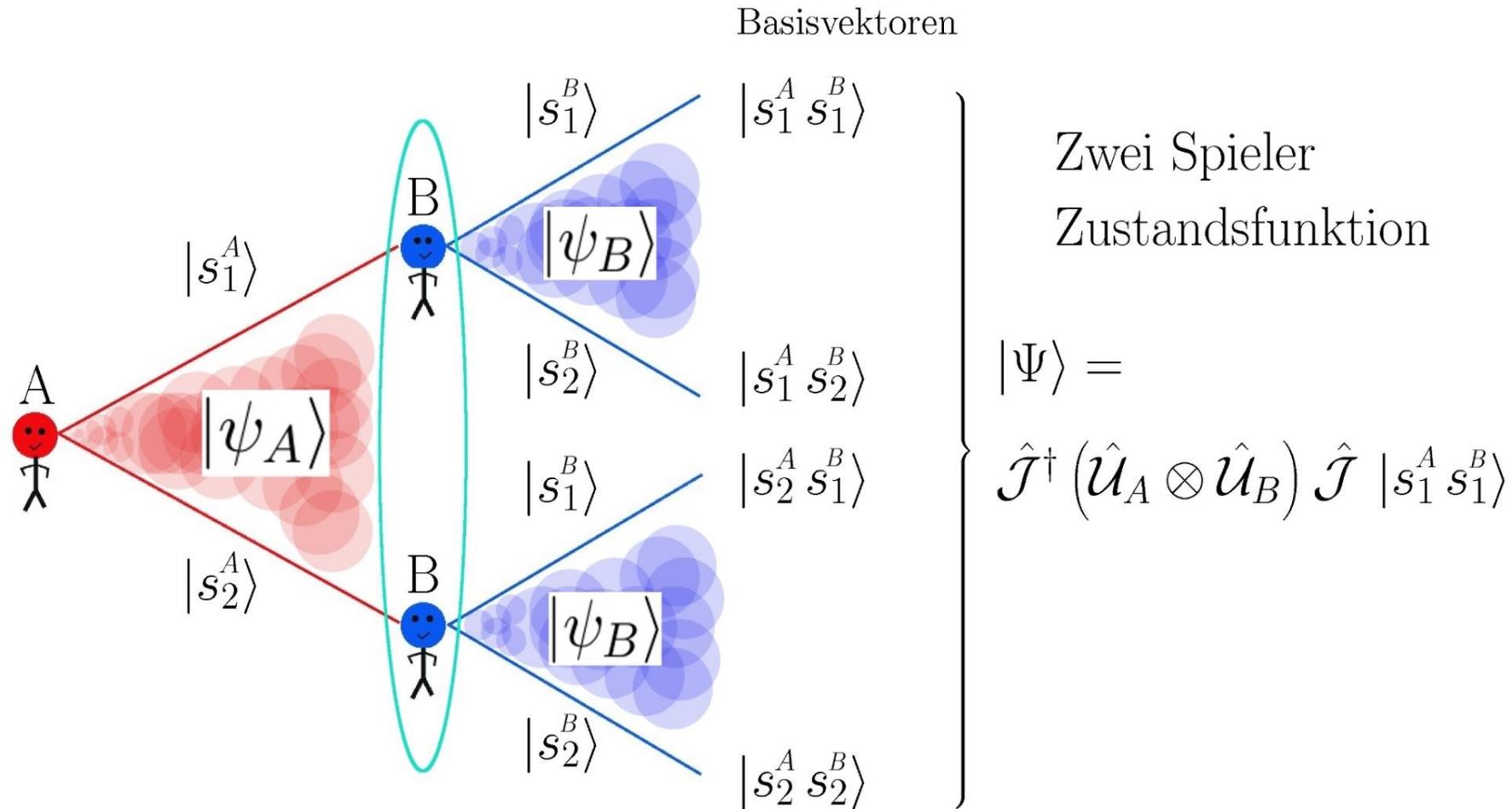


Figure: EPR Gedankenexperiment: Obwohl es keine messbare Wechselwirkung zwischen den Teilchen A und B gibt, sind diese dennoch mittel einer Quantenverschränkung verbunden.



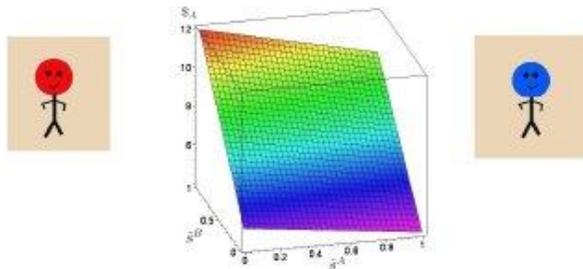
Beyond Homo Economicus

Quantum Game Theory
Entanglement Quantum Strategies
Homo Sociologicus Homo Transcendentalis

$|\Psi\rangle$

Extended models of classical evolutionary game theory (e.g. [10, 9])

Homo Economicus
Classical Game Theory



Homo Afectualis

The final 2-player quantum state:

$$|\Psi\rangle = \hat{\mathcal{J}}^\dagger (\hat{U}_A \otimes \hat{U}_B) \hat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle$$

$\hat{\mathcal{J}}(\gamma)$: Entangling operator

$\hat{\mathcal{J}}^\dagger(\gamma)$: Disentangling operator

$\gamma \in [0, \pi]$: Strength of entanglement

\hat{U}_A : Decision Operator for player A

\hat{U}_B : Decision Operator for player B



The 2-player state $|\Psi\rangle$ and the entangling operator $\hat{\mathcal{J}}(\gamma)$

$$|\Psi\rangle = \hat{\mathcal{J}}^\dagger (\hat{U}_A \otimes \hat{U}_B) \hat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle$$
$$\hat{\mathcal{J}} := e^{i \frac{\gamma}{2} (\hat{s}_1 \otimes \hat{s}_1)} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\gamma}{2}) & 0 & 0 & i \sin(\frac{\gamma}{2}) \\ 0 & \cos(\frac{\gamma}{2}) & -i \sin(\frac{\gamma}{2}) & 0 \\ 0 & -i \sin(\frac{\gamma}{2}) & \cos(\frac{\gamma}{2}) & 0 \\ i \sin(\frac{\gamma}{2}) & 0 & 0 & \cos(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix}$$

$$\gamma \in [0, \frac{\pi}{2}], \quad |s_1^A s_1^B\rangle := |s_1^A\rangle \otimes |s_1^B\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

The extended payoff $\$_{\mu}(\theta_A, \varphi_A, \theta_B, \varphi_B)$ of player $\mu = A, B$

The extended payoff $\$_{\mu}(\theta_A, \varphi_A, \theta_B, \varphi_B, \gamma)$ of player $\mu = A, B$ is an amplification of the classical mixed strategy payoff function $\tilde{\$}^{\mu}(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B)$:

$$\$A = \$_{11}^A P_{11} + \$_{12}^A P_{12} + \$_{21}^A P_{21} + \$_{22}^A P_{22}$$

$$\$B = \$_{11}^B P_{11} + \$_{12}^B P_{12} + \$_{21}^B P_{21} + \$_{22}^B P_{22}$$

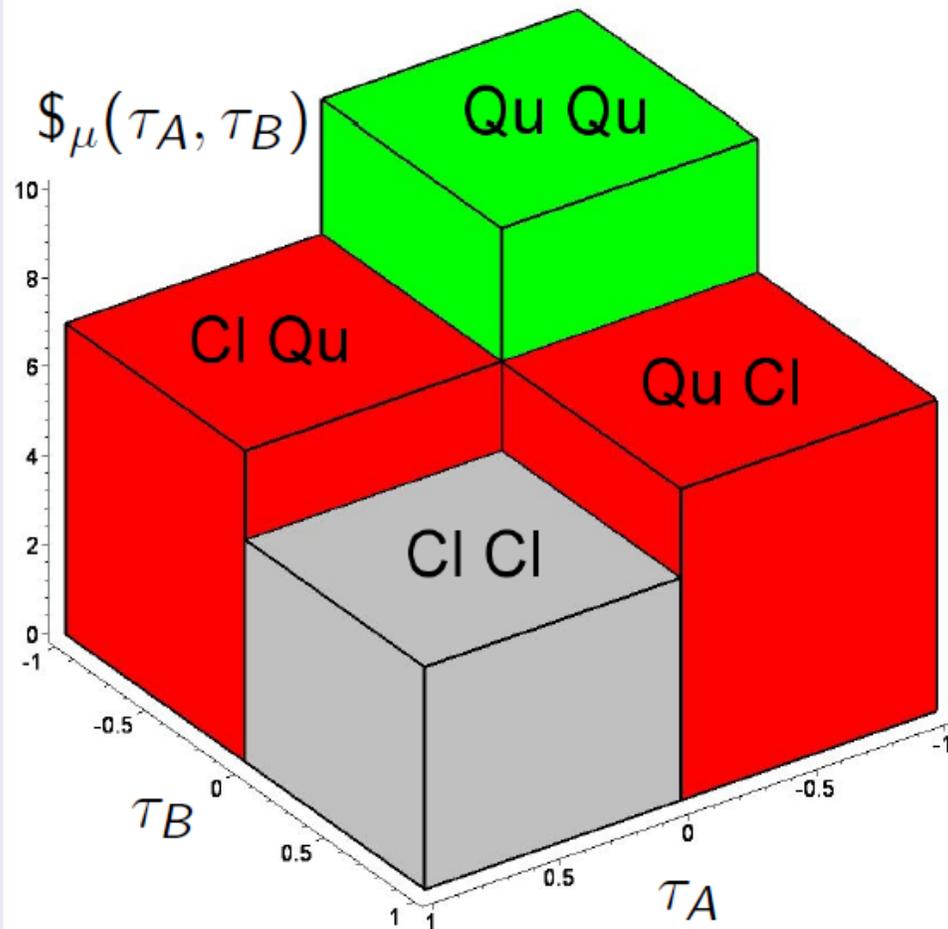
$$\text{with: } P_{\sigma\sigma'} = |\langle \sigma\sigma' | \Psi \rangle|^2, \quad \sigma = \{s_1^A, s_2^A\} \text{ and } \sigma' = \{s_1^B, s_2^B\}$$

$P_{\sigma\sigma'}$ are the real valued probabilities of finding the two player state $|\Psi\rangle$ in the pure strategy Eigenstate $|\sigma\sigma'\rangle$, e.g.

$$P_{12} := P_{s_1^A s_2^B} = \left| \langle s_1^A s_2^B | \Psi \rangle \right|^2$$

The extended payoff $\$_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$ of player $\mu = A, B$

Visualisationspace of $\$_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$



The expected payoff within a quantum version of a general 2-player game:

$$\$A = \$_{11}^A P_{11} + \$_{12}^A P_{12} + \$_{21}^A P_{21} + \$_{22}^A P_{22}$$

$$\$B = \$_{11}^B P_{11} + \$_{12}^B P_{12} + \$_{21}^B P_{21} + \$_{22}^B P_{22}$$

$$\text{with: } P_{\sigma\sigma'} = |\langle \sigma\sigma' | \Psi \rangle|^2, \quad \sigma, \sigma' = \{s_1, s_2\}$$

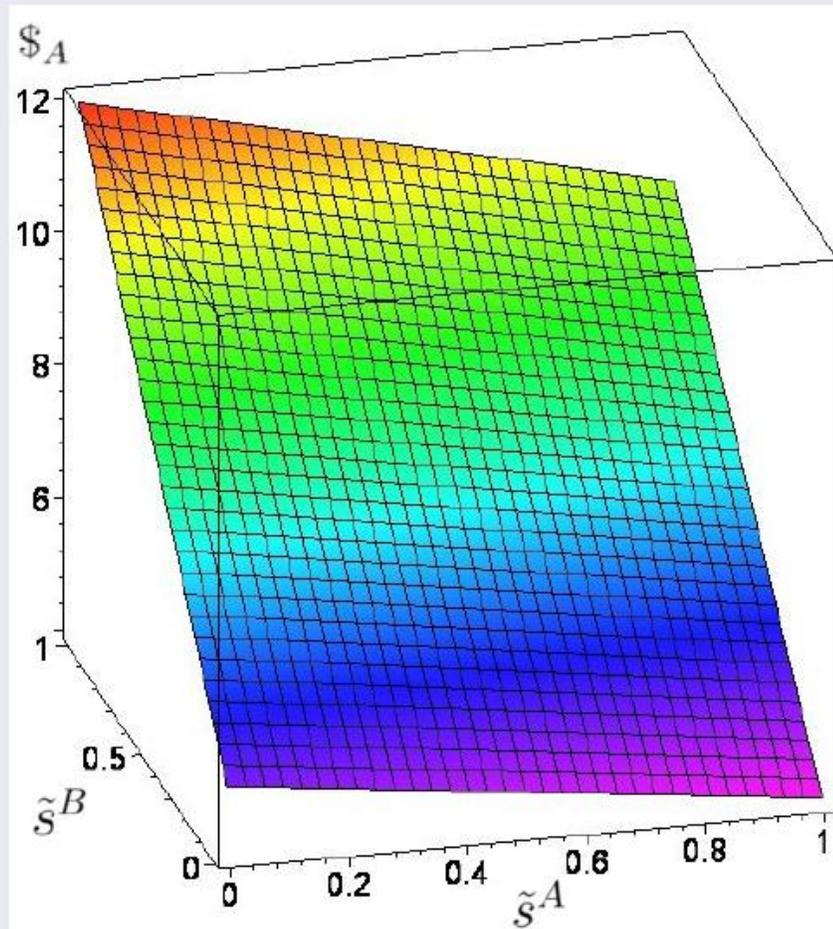
Reduction of quantum strategies:

$$|\Psi\rangle = |\Psi(\theta_A, \varphi_A, \theta_B, \varphi_B)\rangle \rightarrow |\Psi(\tau_A, \tau_B)\rangle$$

$$\underbrace{\{(\tau\pi, 0) \mid \tau \in [0, 1]\}}_{\text{classical region } Cl} \wedge \underbrace{\{(0, \tau\frac{\pi}{2}) \mid \tau \in [-1, 0]\}}_{\text{quantum region } Qu}$$

Quantum extension of dominant class games

Classical payoff for player A



A \ B	s_1^B	s_2^B
s_1^A	(10,10)	(4,12)
s_2^A	(12,4)	(5,5)

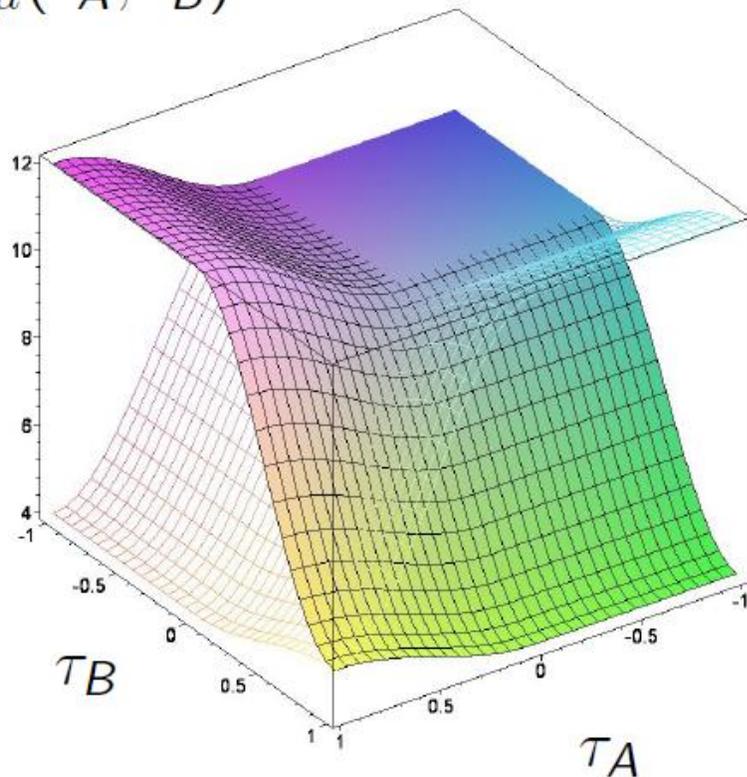
Table: Payoffmatrix of a dominant, prisoners dilemma like game.

This dominant, prisoners dilemma like game has only one pure, symmetric Nash equilibrium (s_2^A, s_2^B) which is the only ESS of the evolutionary game.

Quantum extension of dominant class games

Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = 0$ (no entanglement)

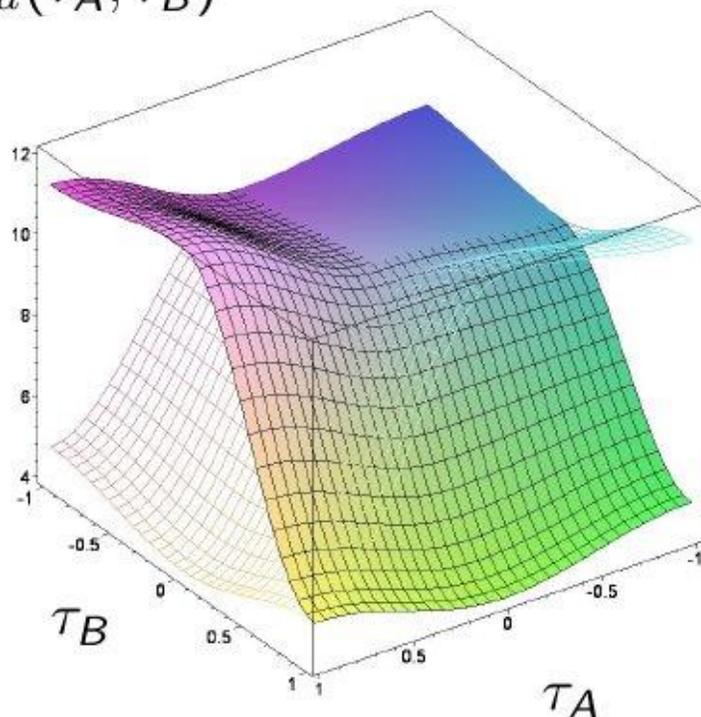
$$\$_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$$



The diagram clearly exhibits that the non-entangled quantum game simply describes the classical version of the prisoner's dilemma game. For the case, that both players decide to play a quantum strategy ($\tau_A < 0 \wedge \tau_B < 0$) their payoff is equal to the case where both players choose the classical pure strategy s_1 ($\$A(\tau_A = 0, \tau_B = 0) = 10$). The classical Nash equilibrium $((s_2^A, s_2^B)$, the dominant strategy) corresponds to the following τ -values: $(s_2^A, s_2^B) \hat{=} (\tau_A = 1, \tau_B = 1)$.

Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{10} \approx 0.31$

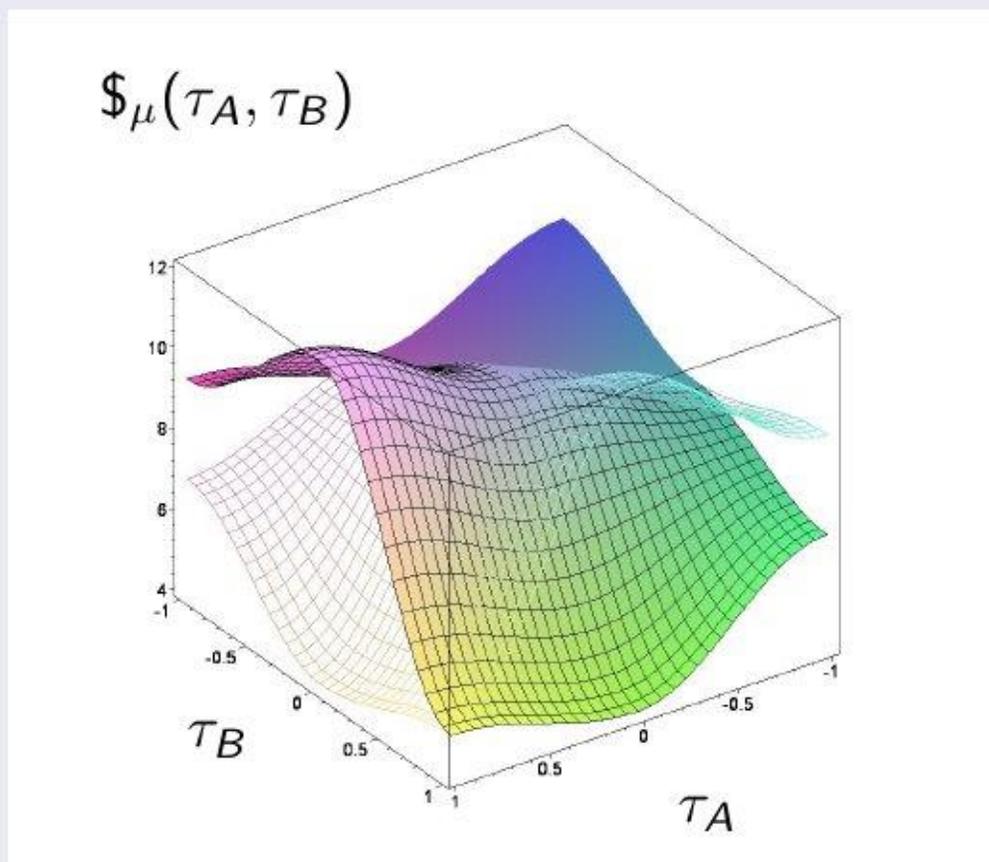
$$\mathcal{S}_\mu(\tau_A, \tau_B)$$



For the absolute classical region $CI|C|$ the shape of the surfaces does not change, whereas for the partially classical-quantum ($CIQu$ and $QuCI$) and absolute quantum region regions $QuQu$ the payoff structure changes due to a possible interference of quantum strategies within Hilbertspace. The structure of Nash-equilibria does not change for the left picture, whereas for the following pictures the previously present dominant strategy of the prisoner's dilemma game has disappeared and a new, advisable quantum Nash-equilibrium will appear at $(\hat{Q}, \hat{Q} \hat{=} (\tau_A = -1, \tau_B = -1))$. During the transition from this figure to the next picture two separate phenomena occur. At first, for an entanglement value $\gamma_1 \approx 0.37$, the best response for player A to the strategy $s_2^B \hat{=} \tau_B = 1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\mathcal{S}_A(\tau_A = -1, \tau_B = 1) \approx 5.05$ is now higher than $\mathcal{S}_A(\tau_A = 1, \tau_B = 1) = 5$. Secondly, for an entanglement value $\gamma_2 \approx 0.53$, the best response for player A to the strategy $\hat{Q}_B \hat{=} \tau_B = -1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\mathcal{S}_A(\tau_A = 1, \tau_B = -1) \approx 9.96$ is for $\gamma_2 = 0.53$ lower than $\mathcal{S}_A(\tau_A = -1, \tau_B = -1) = 10$.



Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{8} \approx 0.52$

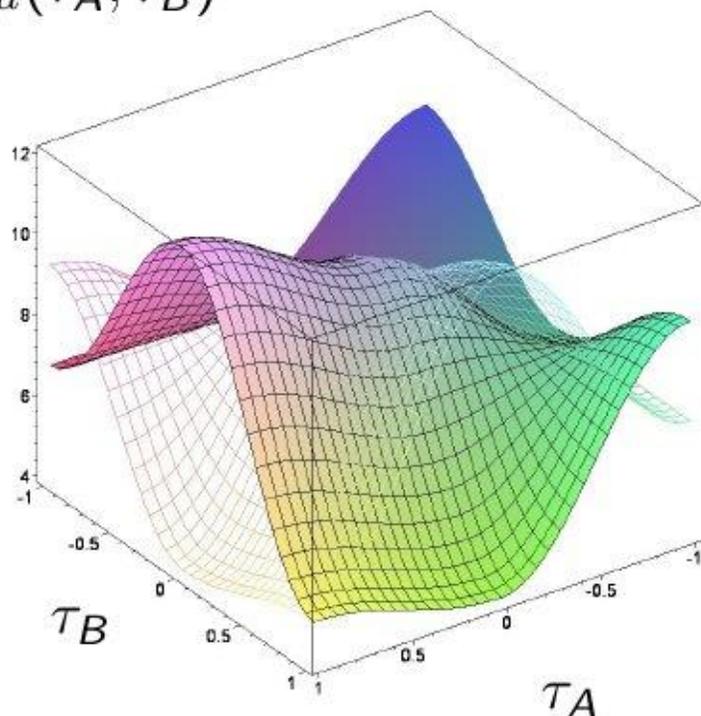


For the absolute classical region $CICI$ the shape of the surfaces does not change, whereas for the partially classical-quantum ($CIQu$ and $QuCI$) and absolute quantum region regions $QuQu$ the payoff structure changes due to a possible interference of quantum strategies within Hilbertspace. The structure of Nash-equilibria did not change for the last figure, whereas for this and the following pictures the previously present dominant strategy of the prisoner's dilemma game has disappeared and a new, advisable quantum Nash-equilibrium has appeared ($\hat{Q}, \hat{Q} \hat{=} (\tau_A = -1, \tau_B = -1)$). During the transition from the last picture to this figure two separate phenomena occurred. At first, for an entanglement value $\gamma_1 \approx 0.37$, the best response for player A to the strategy $s_2^B \hat{=} \tau_B = 1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\$_A(\tau_A = -1, \tau_B = 1) \approx 5.05$ is now higher than $\$_A(\tau_A = 1, \tau_B = 1) = 5$. Secondly, for an entanglement value $\gamma_2 \approx 0.53$, the best response for player A to the strategy $\hat{Q}_B \hat{=} \tau_B = -1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\$_A(\tau_A = 1, \tau_B = -1) \approx 9.96$ is for $\gamma_2 = 0.53$ lower than $\$_A(\tau_A = -1, \tau_B = -1) = 10$.



Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{6} \approx 0.94$

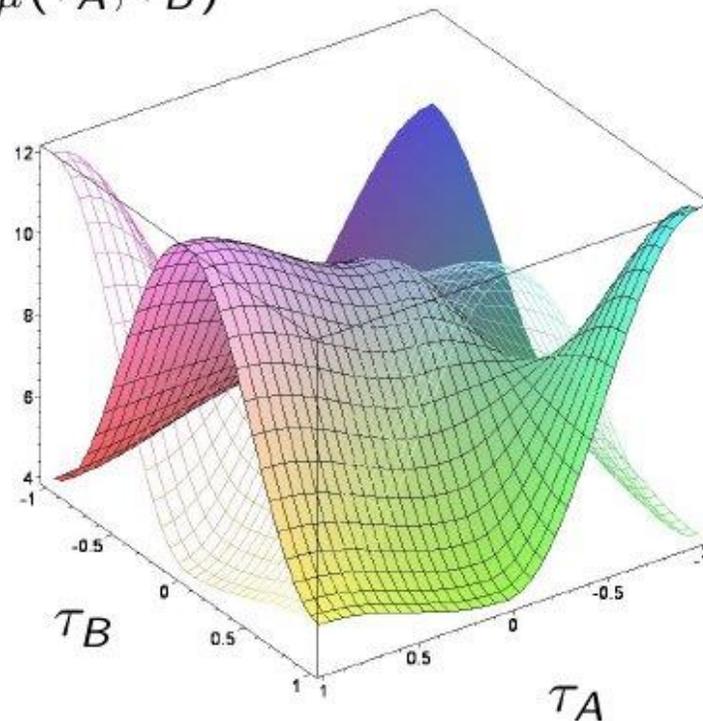
$$S_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$$



The results show, that a quantum extension of a classical prisoner's dilemma game is able to change the structure of Nash-equilibria, and even previously present dominant strategies could become nonexistent, if the value of entanglement increases further than a defined γ -threshold. Players with a higher strategic entanglement value γ escape the dilemma as they see the advantage of the quantum strategy combination (\hat{Q}_A, \hat{Q}_B) , which is measured as if both are playing the classical strategy s_2 .

Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{2} \approx 1.57$

$$S_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$$



The results show, that a quantum extension of a classical prisoner's dilemma game is able to change the structure of Nash-equilibria, and even previously present dominant strategies could become nonexistent, if the value of entanglement increases further than a defined γ -threshold. Players with a higher strategic entanglement value γ escape the dilemma as they see the advantage of the quantum strategy combination (\hat{Q}_A, \hat{Q}_B) , which is measured as if both are playing the classical strategy s_2 .

Quantum Game Theory and Financial Crises

M. Hanauske, J. Kunz, S. Bernius und W. König "Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory-based analysis of financial crises" (in Physica A 389 (2010) 5084 – 5102)

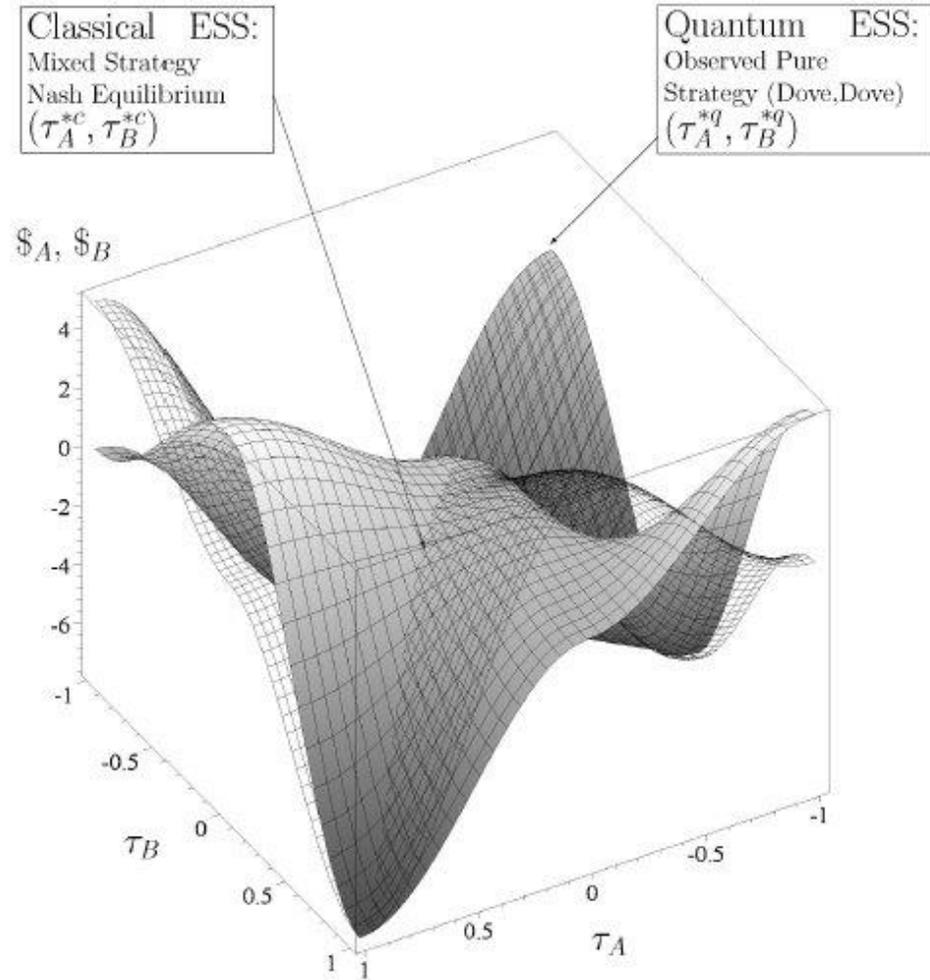


Figure 5.10.: Same description as Figure 5.7, whereas the results were calculated within a maximally entangled quantum game ($\gamma = \frac{\pi}{2}$) using parameter set $P3$.

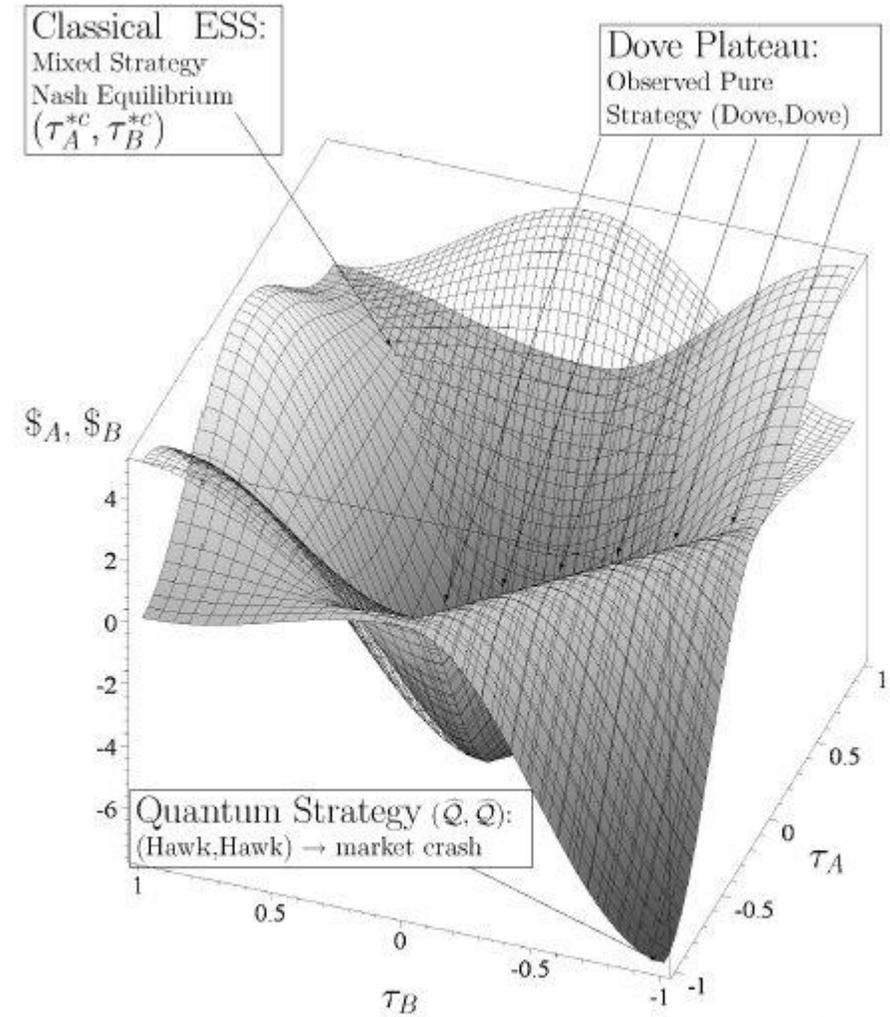


Figure 5.13.: Same description as Figure 5.12, whereas the results were calculated within a maximally entangled quantum game ($\gamma = \frac{\pi}{2}$) using parameter set $P3$.



Symmetric (2x2) quantum games

For vanishing values of entanglement ($\gamma=0$) quantum games are identical to classical games.

Dominant Class:

Games with a dilemma: The dilemma resolves if the value of entanglement is above a defined γ -barrier.

Games without a dilemma: No further Nash-equilibria, dominant strategy remains.

Class of coordination games:

The coordination problem resolves if the value of entanglement is above a defined γ -barrier.

Class of anti-coordination games:

An additional Nash-Equilibrium appears if the value of entanglement is above a defined γ -barrier.

In General: If the strategy entanglement is large enough, then additional Nash equilibria can occur, previously present, not favorable dominant or evolutionary stable strategies could become nonexistent and new, favorable evolutionary stable strategies do appear for some game classes.

Related Literature (I): Different Quantum Games

- The *Quantum* Penny Flip Game
1999, D. A. Meyer, *Quantum strategies*, PRL 82 (1052)
- The *Quantum* Prisoner's Dilemma
1999, J. Eisert, M. Wilkens and M. Lewenstein, *Quantum Games and Quantum Strategies*, PRL 83 (3077)
- The *Quantum* Battle of Sexes
2001, L. Marinatto and T. Weber, *A Quantum Approach To Static Games Of Complete Information*, Physics Letters A 272
- The *Quantum* Coordination Game
2003, B. A. Huberman and T. Hogg, *Quantum Solution of Coordination Problems*, Quantum Information Processing 2(6)
- The *Quantum* Ultimatum Game
2005, R. Vilela Mendes, *The Quantum Ultimatum Game*, Quantum Information Processing 4(1)

- Economics and Quantum Game Theory

2002, E. W. Piotrowski and J. Sladkowski, *Quantum Market Games*, Physica A (312) 208

2002, Kay-Yut Chen, T. Hogg and R. Beaulsoleil *A Quantum Treatment of Public Goods Economics*, Quantum Information Processing 1(6)

2004, E. W. Piotrowski and J. Sladkowski *Quantum Game Theory in Finance*, Quantitative Finance 4 (1-7)

2007, T. Hogg, P. Harsha and Kay-Yut Chen *Quantum Auctions*, Int. J. of Quantum Information 5:751-780

2007, M. Hanauske, S. Bernius and B. Dugall, *Quantum Game Theory and Open Access Publishing*, Physica A, Vol.382 (2007), p.650-664 (physics/0612234)

Related Literature (III)

- Quantum Computer and Quantum Game Theory
2002, J. Du, H. Li, X. Xu, M. Shi, J. Wu, X. Zhou and R. Han
Experimental realization of quantum games on a quantum computer, PRL 88 (137902)
2007, R. Prevedel, A. Stefanov, P. Walther and A. Zeilinger
Experimental realization of a quantum game on a one-way quantum computer, New Journal of Physics 9 (205)
2008, P. Benicio, Melo de Sousa, R. V. Ramos *Multiplayer Quantum Games and its Application as Access Controller in Architecture of Quantum Computers*, arXiv:0802.3684v2
- Extensions of Quantum Game Theory
2001, S. C. Benjamin and P. M. Hayden, *Multi-Player Quantum Games*, PRA 64 (030301) ...

Related Literature (IV)

- Experimental Economics and Quantum Game Theory
2006, Kay-Yut Chen and Tad Hogg *How well do people play a quantum prisoner's dilemma?*, Quantum Information Processing 5(43)
2007, Kay-Yut Chen and Tad Hogg *Experiments with Probabilistic Quantum Auctions*, arXiv:0707.4195v1
2007, M. Hanauske, S. Bernius, W. König and B. Dugall *Experimental Validation of Quantum Game Theory*, Accepted Paper at the Conference *LOFT 2008*
- and reviews in Physics World and Nature ...

Quantum Game Theory and Scientific Communication

M. Hanauske, S. Bernius und B. Dugall “Quantum Game Theory and Open Access Publishing” (in *Physica A* 382 (2007) 650-664)

Matthias Hanauske, Wolfgang König und Berndt Dugall “Evolutionary Quantum Game Theory and Scientific Communication” (Beitrag auf der Konferenz “Second Brazilian Workshop of the Game Theory Society” (2010))

Matthias Hanauske “Evolutionary Game Theory and Complex Networks of Scientific Information” (Chapter in the Springer Book “Models of science dynamics—Encounters between complexity theory and information science” (2011))

Quantum Game Theory and Financial Crises

M. Hanauske, J. Kunz, S. Bernius und W. König “Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory-based analysis of financial crises” (in *Physica A* 389 (2010) 5084 – 5102)

Quantum Game Theory and Experimental Economics

M. Hanauske, S. Bernius, W. König und B. Dugall “Experimental Validation of Quantum Game Theory” (Beitrag auf der Konferenz “Logic and the Foundations of Game and Decision Theory” (2008))

Quantum Game Theory and Networks of Software Firms

Quantum Game Theory and Social Norms in Firms



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

Journal of Mathematical Psychology 50 (2006) 220–241

Journal of
Mathematical
Psychology

www.elsevier.com/locate/jmp

Quantum dynamics of human decision-making

Jerome R. Busemeyer*, Zheng Wang, James T. Townsend

Indiana University, USA

Received 10 December 2004; received in revised form 11 January 2006

Available online 15 March 2006

Abstract

A quantum dynamic model of decision-making is presented, and it is compared with a previously established Markov model. Both the quantum and the Markov models are formulated as random walk decision processes, but the probabilistic principles differ between the two approaches. Quantum dynamics describe the evolution of complex valued probability amplitudes over time, whereas Markov models describe the evolution of real valued probabilities over time. Quantum dynamics generate interference effects, which are not possible with Markov models. An interference effect occurs when the probability of the union of two possible paths is smaller than each individual path alone. The choice probabilities and distribution of choice response time for the quantum model are derived, and the predictions are contrasted with the Markov model.

© 2006 Elsevier Inc. All rights reserved.

Keywords: Quantum; Markov; Dynamics; Decision-making; Random-walk; Diffusion; Choice; Response-time

A Brief Introduction to Quantum Formalism
Emmanuel Haven and Andrei Khrennikov

**Quantization in Financial Economics:
An Information-Theoretic Approach**
Raymond J. Hawkins and B. Roy Frieden

Quantum Game Theoretical Frameworks in Economics
Edward W. Piotrowski and Jan Sładkowski

The Intrinsic Quantum Nature of Classical Game Theory
Y. Pelosse

**Decision-Making and Cognition Modeling from the
Theory of Mental Instruments**
Irina Basieva and Andrei Khrennikov

Adaptive Dynamics and an Optical Illusion
Masanori Ohya and Yoshiharu Tanaka

Strategic Choice in Hilbert Space
Charles E. Smith Jr. and Christopher Zorn

1 **Voters' Preferences in a Quantum Framework**
Polina Khrennikova and Emmanuel Haven 141

19 **Quantum Structure in Cognition Origins, Developments,
Successes, and Expectations**
Diederik Aerts and Sandro Sozzo 157

39 **Quantum Cognition, Neural Oscillators, and Negative Probabilities**
J. Acacio de Barros and Gary Oas 195

59 **Quantum-Like Type Indeterminacy: A Constructive
Approach to Preferences à la Kahneman and Tversky**
A. Lambert-Mogiliansky 229

Quantum Models of Human Causal Reasoning
Jennifer S. Trueblood and Percy K. Mistry 251

**A Quantum Probability Model for the Constructive
Influence of Affective Evaluation**
Lee C. White, Emmanuel M. Pothos, and Jerome R. Busemeyer 267

**Is there Room in Quantum Ontology for a Genuine
Causal Role for Consciousness?**
Paavo Pyllkkänen 293

Big Challenges Section 319

Why Quantum?
Andrei Khrennikov 321

**Quantum Principles and Mathematical Models
in Physics and Beyond**
Arkady Plotnitsky 335

Emmanuel Haven • Andrei Khrennikov
Editors

The Palgrave Handbook of Quantum Models in Social Science

Applications and Grand Challenges

Quantum cognition: a new theoretical approach to psychology

Peter D. Bruza¹, Zheng Wang², and Jerome R. Busemeyer³

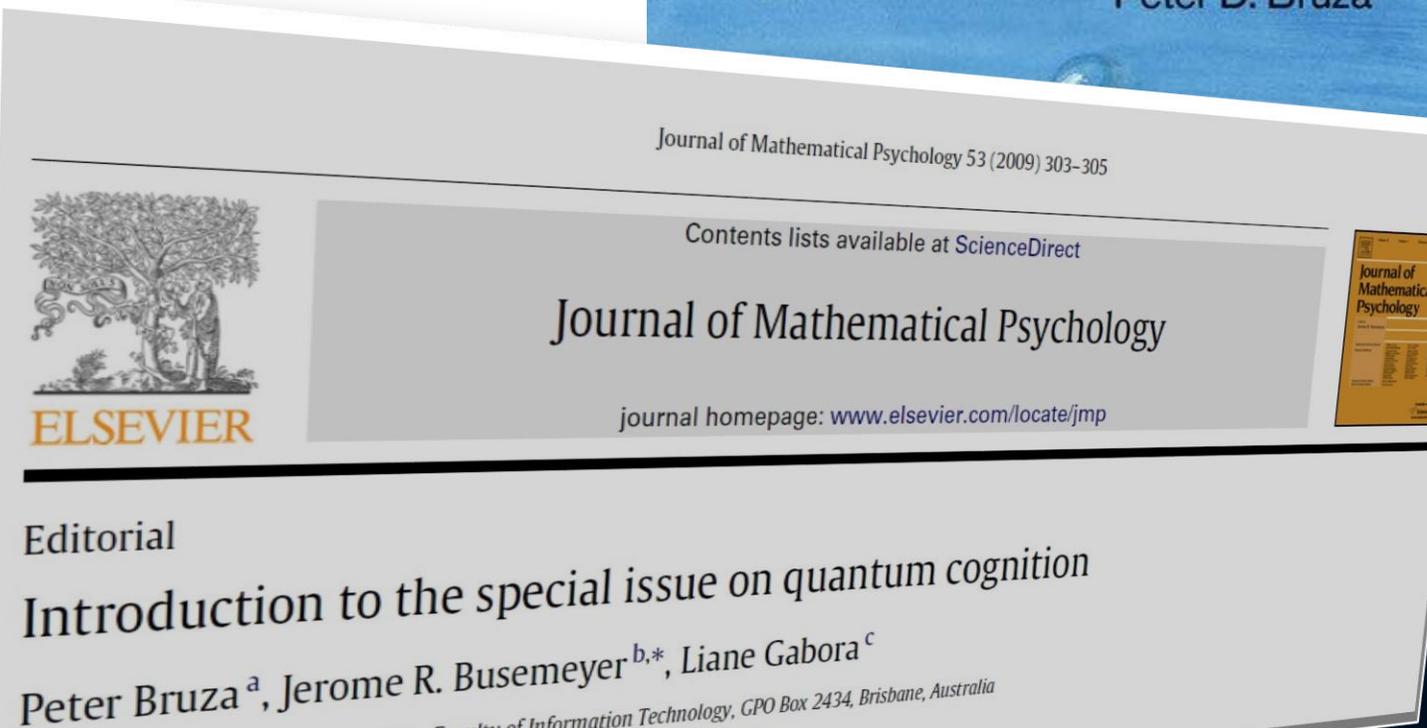
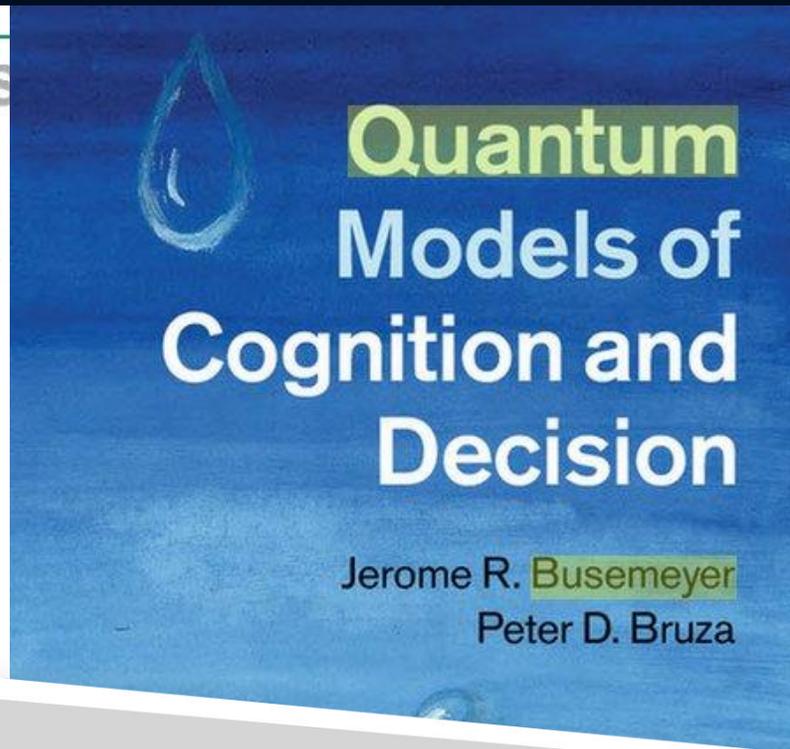
¹Information Systems School, GPO Box 2434, Queensland University of Technology, Brisbane 4001, Australia

²School of Communication, 3145 Derby Hall, 154 North Oval Mall, The Ohio State University, Columbus, OH 43210, USA

³Department of Psychological and Brain Sciences, 1101 East 10th Street, Indiana University, Bloomington, IN 48705, USA

What type of probability theory best describes the way humans make judgments under uncertainty and decisions under conflict? Although rational models of cognition have become prominent and have achieved much success, they adhere to the laws of classical probability theory despite the fact that human reasoning does not always conform to these laws. For this reason we have seen the recent emergence of models based on an alternative probabilistic framework drawn from quantum theory. These quantum models show promise in addressing cognitive phenomena that have proven recalcitrant to modeling by means of classical probability theory. This review compares and contrasts probabilistic models based on Bayesian or classical versus quantum principles, and highlights the advantages and disadvantages of each approach.

maker is rational and derived from. However, the Bayesian model does not describe the way humans make decisions. To what extent can quantum theory be used to describe human decision-making? This review compares and contrasts probabilistic models based on Bayesian or classical versus quantum principles, and highlights the advantages and disadvantages of each approach.





ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Mathematical Psychology

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jmp



Quantum structure in cognition

Diederik Aerts*

Center Leo Apostel for Interdisciplinary Studies, Vrije Universiteit Brussel, 1160 Brussels, Belgium
Department of Mathematics, Vrije Universiteit Brussel, 1160 Brussels, Belgium
Department of Psychology, Vrije Universiteit Brussel, 1160 Brussels, Belgium

ARTICLE INFO

Article history:

Received 27 May 2008

Received in revised form

17 April 2009

Available online 31 May 2009

Keywords:

Concept theories

Concept conjunction

Guppy effect

Overextension

Quantum mechanics

Interference

Superposition

Hilbert space

Fock space

ABSTRACT

The broader scope of our investigations is the search for the way in which concepts and their combinations carry and influence meaning and what this implies for human thought. More specifically, we examine the use of the mathematical formalism of quantum mechanics as a modeling instrument and propose a general mathematical modeling scheme for the combinations of concepts. We point out that quantum mechanical principles, such as superposition and interference, are at the origin of specific effects in cognition related to concept combinations, such as the guppy effect and the overextension and underextension of membership weights of items. We work out a concrete quantum mechanical model for a large set of experimental data of membership weights with overextension and underextension of items with respect to the conjunction and disjunction of pairs of concepts, and show that no classical model is possible for these data. We put forward an explanation by linking the presence of quantum aspects that model concept combinations to the basic process of concept formation. We investigate the implications of our quantum modeling scheme for the structure of human thought, and show the presence of a two-layer structure consisting of a classical logical layer and a quantum conceptual layer. We consider connections between our findings and phenomena such as the disjunction effect and the conjunction fallacy in decision theory, violations of the sure thing principle, and the Allais and Elsborg paradoxes in economics.

© 2009 Elsevier Inc. All rights reserved.

Wie geht man in der Physik vor?

Wie beschreibt man in der Physik das Verhalten der untersuchten Dinge?

Nehmen wir z.B. das Elektron als das Ding (der Aktant (Akteur, Knoten, Spieler)) des zu untersuchenden Systems. Mit welcher Theorie beschreiben wir das Verhalten dieses Elektrons?

des Elektrons und seines zugehörigen Antiteilchens als Zustand eines Diracspinors zusammen:

$$\psi_A = \begin{pmatrix} e_L \\ e_R \\ \tilde{e}_L \\ \tilde{e}_R \end{pmatrix} \hat{=} \begin{pmatrix} \text{Linkshändiges Elektron} \\ \text{Rechtshändiges Elektron} \\ \text{Linkshändiges Positron} \\ \text{Rechtshändiges Positron} \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Man kann dann mit ein und derselben Gleichung sowohl das Teilchen als auch das Antiteilchen beschreiben. Die zutreffende Gleichung nennt man Diracgleichung; sie besitzt die folgende Form:⁶

$$i \gamma^\mu_A{}^B \partial_\mu \psi_B - \frac{m_0 c}{\hbar} \psi_A = 0 \quad (1.2)$$

- $i = \sqrt{-1}$: Imaginäre Einheit
- c : Lichtgeschwindigkeit
- $\hbar = \frac{h}{2\pi}$: Plank'sches Wirkungsquantum
- m_0 : Ruhemasse des Fermions
- μ : Raumzeitindex 0...3
- A, B : Diracindex 1..4
- $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$: Partielle Ableitung
- ψ_A : Fermionischer Diracspinor
- $\gamma^\mu_A{}^B$: Dirac Matrizen

Wie geht es weiter?

Über die evolutionären Dilemmata unserer Population

Das aktuelle Verhalten der Menschheit (unserer Population) ist geprägt von unterschiedlichsten, dilemma-artigen Entscheidungssituationen (wieder aufflammendes Dilemma des Wettrüstens, Tragik der Almende am Beispiel von klimapolitischen Entscheidungen, ...). Die ursächliche aggressive Natur des Menschen wird in Spielen auf sozio-ökonomischen Netzwerken meist durch eine höhere Auszahlung gefördert. Der aktuelle Vertrauensverlust in internationalen politischen Entscheidungssituationen ist in der Theorie der Quantenspiele als eine Abnahme der Verschränkung zu sehen. Sich dadurch herausbildende aggressive „Quasi-Spezies“ handeln nur nach dem selbstbezogenen Prinzip des „Homo Ökonomikus“. Um eine langfristige, friedvolle Entwicklung unserer Population zu garantieren und dilemma-artigen Entscheidungssituationen zu entfliehen ist ein gewisses Maß an Verschränkung erforderlich.

Matthias Hanauske: *Gravitationswellen*
Sternwarte Hofheim am 07.02.2019
(<https://www.sternwarte-hofheim.de/>)

Matthias Hanauske: *Tanz der Neutronensterne*
Volkssternwarte Darmstadt am 16.02.2019
(<https://www.vsda.de/>)