

Evolutionary Quantum Game Theory on complex socio-economic networks

*FACHBEREICH WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT*

BROWN BAG SEMINAR 01.01.2020

DR.PHIL.NAT. DR.RER.POL. MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

Inhalte

TEIL 1: GRUNDLAGEN

SPIELTHEORIE

EVOLUTIONÄRE SPIELTHEORIE

EVOLUTIONÄRE SPIELTHEORIE AUF KOMPLEXEN
NETZWERKEN

SPATIAL GAMES

TEIL 2: QUANTEN-SPIELTHEORIE

KOMPLEXE ZAHLEN

QUANTEN THEORIE

QUANTEN STRATEGIEN

DER VERSCHRÄNKTE ZWEI-SPIELER-ZUSTAND

TEIL 3: ANWENDUNGSFELDER

Grundlagen

LITERATUR:

Schlee, Walter, Einführung in die Spieltheorie, Vieweg
2004

Hofbauer, Josef, and Karl Sigmund. Evolutionary games
and population dynamics. Cambridge university press,
1998

Albert-Laszlo Barabasi, Network science, Cambridge
university press, 2016

Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the
Equations of Life, 2006 (siehe Kapitel 9: Spatial Games)

Dissertation: Matthias Hanauske, Evolutionäre Quanten-
Spieltheorie im Kontext sozio-ökonomischer Systeme, 2011

(Evolutionary) Game Theory

[von Neumann 1928, Nash 1950, Smith 1972, Weibull 1997,
Szabó/Fáth 07]

Theory of complex networks

[Barabasi/Albert 02, Mendes/Dorogovtsev 02, Jackson 10]

Physik der sozio-ökonomischer Systeme mit dem Computer von Dr.phil.nat.Dr.rer.pol.
Matthias Hanauske

[Home](#) [Research](#) [Contact](#)

[Einführung](#)

[Teil I](#)

[Teil II](#)

[Teil III](#)

[E-Learning](#)

Physik der
sozio-ökonomischen Systeme
mit dem Computer



Physik sozio-ökonomischer Systeme mit dem Computer
(Physics of Socio-Economic Systems with the Computer)
Vorlesung WS 2017/2018, Fr. 15-17.00 Uhr, PC-Pool 01.120

Zusätzlich zur Vorlesung werden ab dem 27.10.2017 freiwillige
Übungstermine eingerichtet, die jeweils freitags, eine Stunde vor der
Vorlesung im PC-Pool 01.120 stattfinden (Fr. 14-15.00 Uhr).

Diese Vorlesung gibt eine Einführung in das interdisziplinäre
Forschungsfeld der *Physik sozio-ökonomischer Systeme*. In sozio-
ökonomischen Systemen, wie z.B. bei Finanzmärkten, sozialen
Netzwerken, Verkehrssystemen oder wissenschaftliche
Kooperationsnetzwerken, sind die dem System zugrunde liegenden
Akteure ständigen Entscheidungssituationen ausgesetzt, wobei der
Erfolg und die Auswirkung der individuell gewählten Strategie von
den Entscheidungen der anderen beteiligten Akteuren abhängt. Die
(evolutionäre) Spieltheorie und die Physik komplexer Netzwerke
stellen die beiden Grundsäulen der theoretischen Beschreibung und
mathematischen Formulierung solcher Systeme dar. Im ersten Teil des
Kurses werden die grundlegenden Konzepte der Spieltheorie
thematisiert und die Studierenden erlernen, unter Verwendung von
Computeralgebra-Systemen (Maple und Mathematica) deren
Anwendung auf diverse Spielklassen. Neben den endlichen
Zweipersonen-Spielen und N-Personen-Spielen wird auch auf die
evolutionäre Entwicklung ganzer Spieler-Populationen eingegangen

Spielbaum eines simultanen (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels

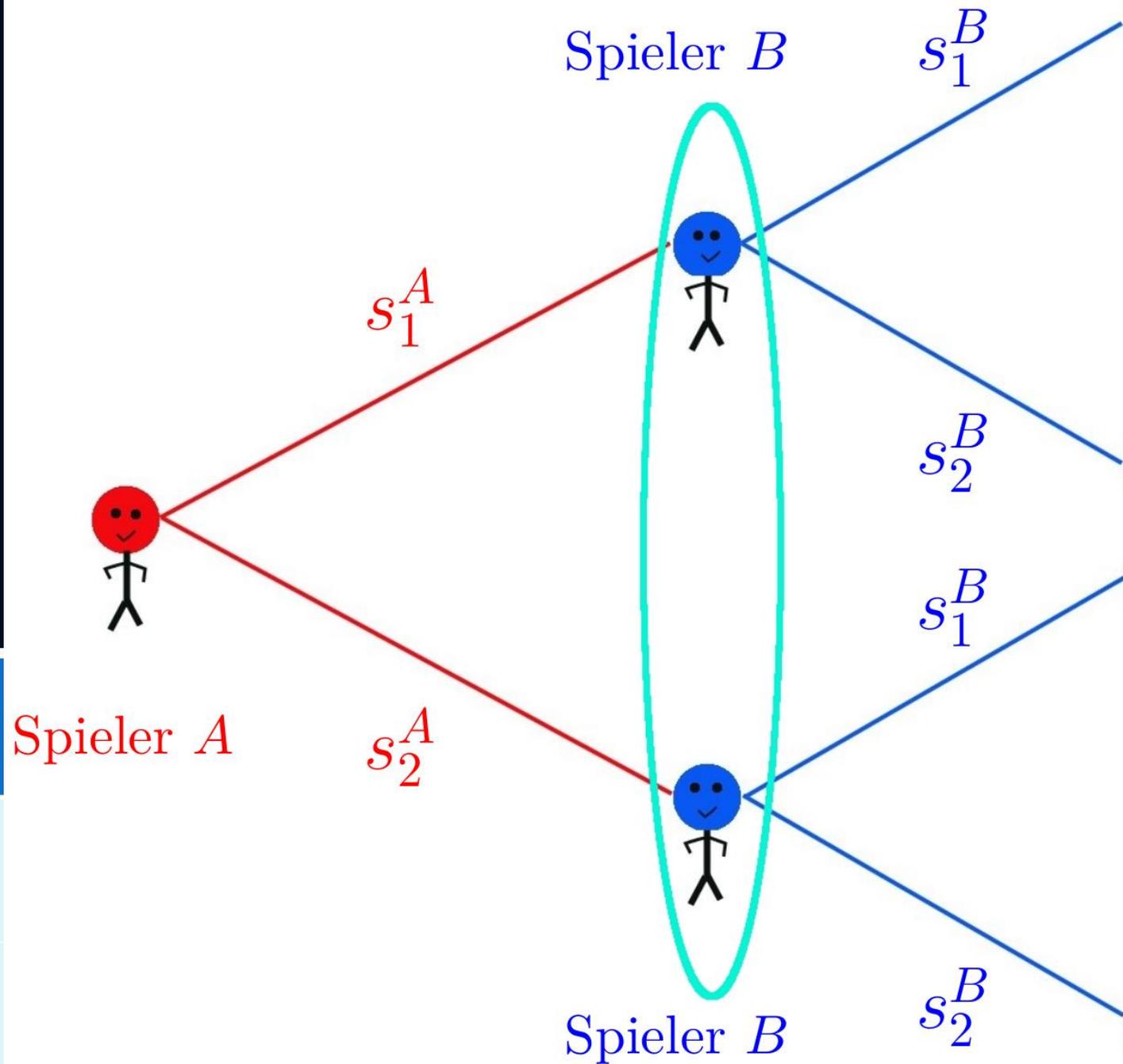
Definition des Spiels:

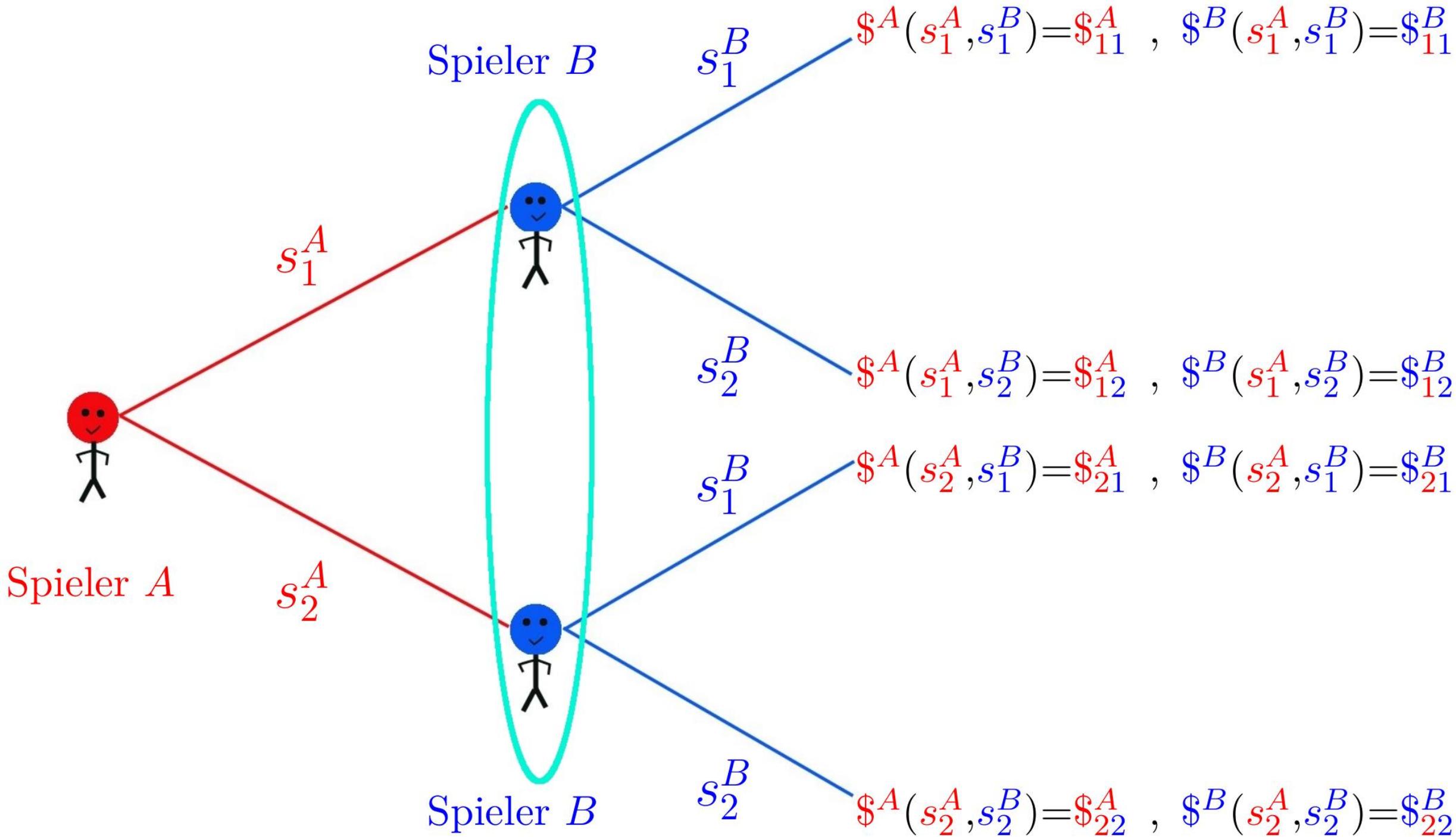
Menge der Spieler: A und B

Menge der Strategien: 1 und 2

Auszahlungstabelle:

	Spieler B wählt Strategie 1	Spieler B wählt Strategie 2
Spieler A wählt Strategie 1	$(\$_{11}^A, \$_{11}^B)$	$(\$_{12}^A, \$_{12}^B)$
Spieler A wählt Strategie 2	$(\$_{21}^A, \$_{21}^B)$	$(\$_{22}^A, \$_{22}^B)$





Das Nash-Gleichgewicht im Gefangenendilemma

Ein Nash-Gleichgewicht ist eine Strategienkombination, von der aus kein Spieler einen Vorteil erhalten würde, wenn er von seiner Strategie abweicht. Die Spieler würden keine größere Auszahlung erhalten.

	Spieler B Gestehe	Spieler B Gestehe nicht
Spieler A Gestehe	$(-7, -7)$	$(-1, -9)$
Spieler A Gestehe nicht	$(-9, -1)$	$(-3, -3)$

Die Strategien-Kombination (Gestehe, Gestehe) ist das einzige Nash-Gleichgewicht des Spiels – die sogenannte dominante Strategie

Nash-Gleichgewichte im Hirschjagt-Spiel

	Spieler B Hasen jagen	Spieler B Hirsch jagen
Spieler A Hasen jagen	$(2, 2)$	$(4, 0)$
Spieler A Hirsch jagen	$(0, 4)$	$(5, 5)$

Gemischte Strategien

Die Menge der gemischten Strategien der Spieler $\tilde{\mathcal{S}} = \tilde{\mathcal{S}}^1 \times \tilde{\mathcal{S}}^2 \times \dots \times \tilde{\mathcal{S}}^N$ setzt sich aus den einzelnen Mengen der gemischten Strategien der Spieler zusammen. Die Menge der gemischten Strategien des Spielers $\mu \in \mathcal{I}$ ($\tilde{\mathcal{S}}^\mu$) kann als eine mathematische Verallgemeinerung der Menge der reinen Strategien \mathcal{S}^μ verstanden werden, wobei die einzelnen Elemente der Menge der gemischten Strategien des Spielers μ aus m_μ reellwertigen Zahlen bestehen, die folgenden Normalisierungsbedingungen unterliegen:

$$\tilde{\mathcal{S}}^\mu = \left\{ (\tilde{s}_1^\mu, \tilde{s}_2^\mu, \dots, \tilde{s}_{m_\mu}^\mu) \mid \sum_{i=1}^{m_\mu} \tilde{s}_i^\mu = 1, \tilde{s}_i^\mu \geq 0, i = 1, 2, \dots, m_\mu \right\}$$

Auszahlungsfunktion in gemischten Strategien

Die einzelnen Werte \tilde{s}_i^μ können als die Wahrscheinlichkeit des Spielers μ zur Wahl der Strategie i interpretiert werden.

Unter Verwendung der gemischten Strategien lässt sich eine gemischte Auszahlungsfunktion der Spieler wie folgt definieren:

$$\tilde{\$} = (\tilde{\$}^1, \tilde{\$}^2, \dots, \tilde{\$}^N) : \tilde{\mathcal{S}} \rightarrow \mathbb{R}^N, \text{ wobei } \tilde{\$}^\mu(\tilde{s}^1, \tilde{s}^2, \dots, \tilde{s}^N) = \sum_{i_1=1}^{m_1} \sum_{i_2=1}^{m_2} \dots \sum_{i_N=1}^{m_N} \$^\mu(s_{i_1}^1, s_{i_2}^2, \dots, s_{i_N}^N) \prod_{\nu=1}^N \tilde{s}_{i_\nu}^\nu$$

Im folgenden wird das Konzept der gemischten Erweiterung für den Fall eines (2 Spieler)-(2 Strategien) Spiels illustrieren.

Die Menge der gemischten Strategien des Spielers A ($\tilde{\mathcal{S}}^A$) und B ($\tilde{\mathcal{S}}^B$) kann als eine mathematische Verallgemeinerung der Menge der reinen Strategien (\mathcal{S}^A und \mathcal{S}^B) verstanden werden. Die einzelnen Elemente der Menge der gemischten Strategien eines Spielers $\mu = A, B$ ($\tilde{s}^\mu = (\tilde{s}_1^\mu, \tilde{s}_2^\mu) \in \mathcal{S}^\mu$) besteht aus zwei reellwertigen Zahlen ($\tilde{s}_1^\mu \in [0, 1]$ und $\tilde{s}_2^\mu \in [0, 1]$) und kann als die Wahrscheinlichkeit des Spielers μ zur Wahl der Strategie 1 (\tilde{s}_1^μ) bzw. der Strategie 2 (\tilde{s}_2^μ) interpretiert werden. Desweiteren gilt die folgende Normalisierungsbedingung: $\tilde{s}_1^\mu + \tilde{s}_2^\mu = 1 \forall \mu = A, B$. Unter

Verwendung der Auszahlungsmatrizen des Spielers A ($\hat{\A) und B ($\hat{\B) schreibt sich die gemischte Auszahlungsfunktion des Spielers $\mu = A, B$ wie folgt:

$$\tilde{\$}^\mu : (\tilde{\mathcal{S}}^A \times \tilde{\mathcal{S}}^B) \rightarrow \mathbb{R}$$

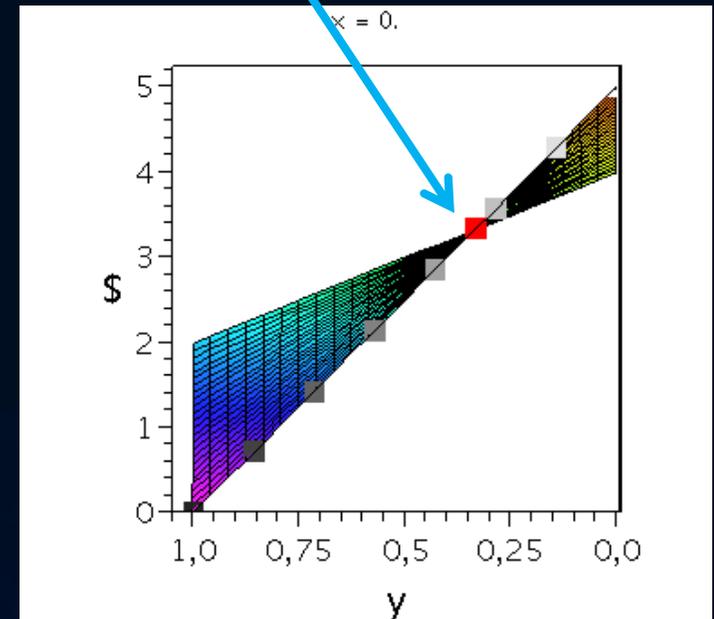
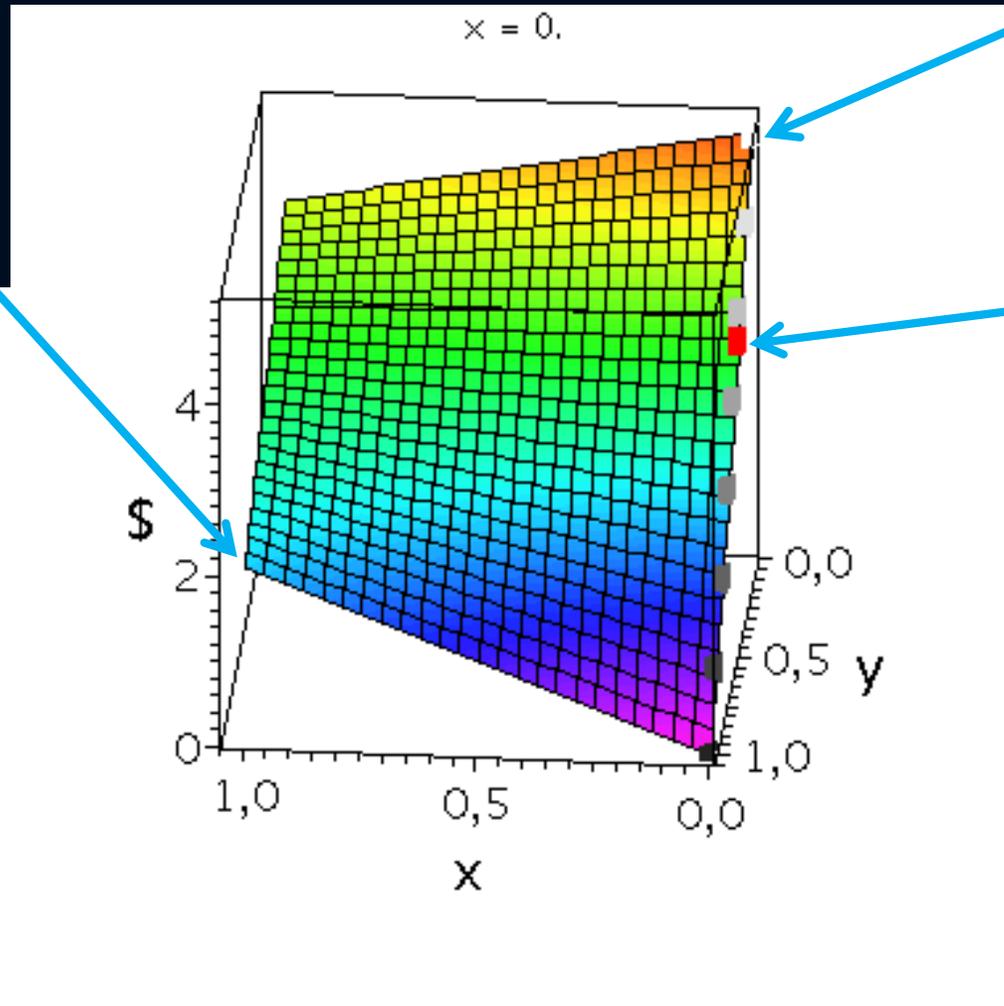
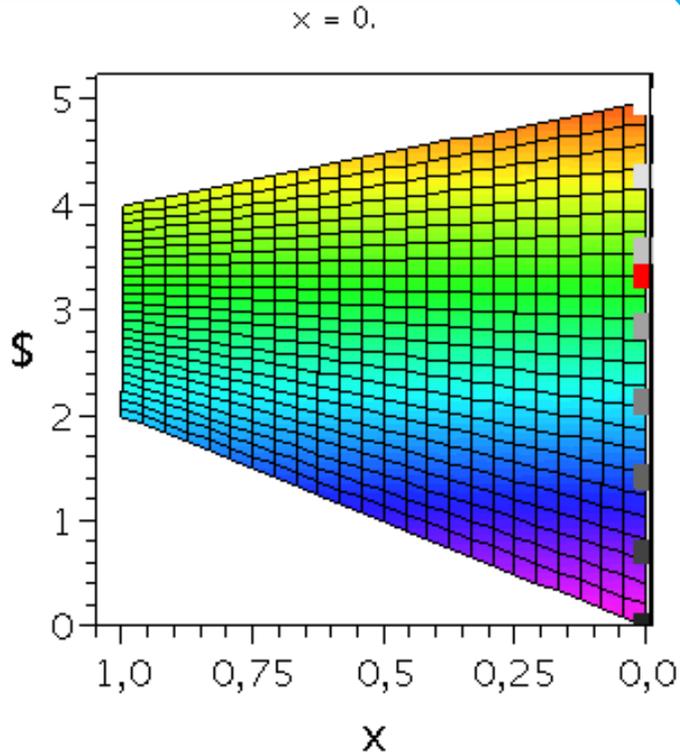
$$\tilde{\$}^\mu((\tilde{s}_1^A, \tilde{s}_2^A), (\tilde{s}_1^B, \tilde{s}_2^B)) = \$_{11}^\mu \tilde{s}_1^A \tilde{s}_1^B + \$_{12}^\mu \tilde{s}_1^A \tilde{s}_2^B + \$_{21}^\mu \tilde{s}_2^A \tilde{s}_1^B + \$_{22}^\mu \tilde{s}_2^A \tilde{s}_2^B$$

Das Nash-Gleichgewichte im Hirschjagt-Spiel

Reines Nash-Gleichgewicht
 $(x,y)=(1,1)=$
(Hasen jagen, Hasen jagen)

Reines Nash-Gleichgewicht
 $(x,y)=(0,0)=($ Hirsch jagen,Hirsch jagen)

Gemischtes Nash-Gleichgewicht
 $(x,y)=(1/3, 1/3)$

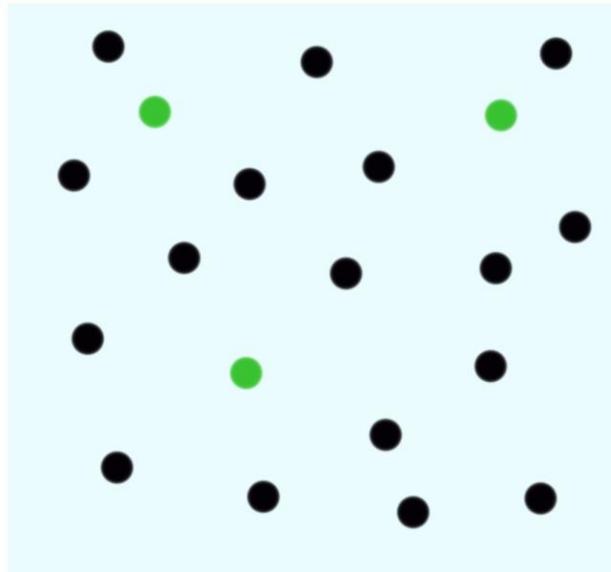


Ursprünge der evolutionären Spieltheorie

- Der von Maynard Smith im Jahre 1972 veröffentlichte Artikel (*J. Maynard Smith Game theory and the evolution of fighting*, In “*On Evolution*”, Seiten 8-28. Edinburgh University Press, Edinburgh, 1972) gilt allgemein als der erste spieltheoretische Ansatz der **Evolutionären Spieltheorie**. Smith beschreibt in dem Artikel, wie man die biologische, evolutionäre Entwicklung von Organismen aus den Nash-Gleichgewichten von symmetrischen (2x2)-Spielen ablesen kann. Er zeigt, wie die dynamische Entwicklung der Häufigkeitsverteilung der Organismen in einem stabilen Zustand endet – der sogenannten *evolutionär stabilen Strategie*.

Evolutionäre Spieltheorie (I)

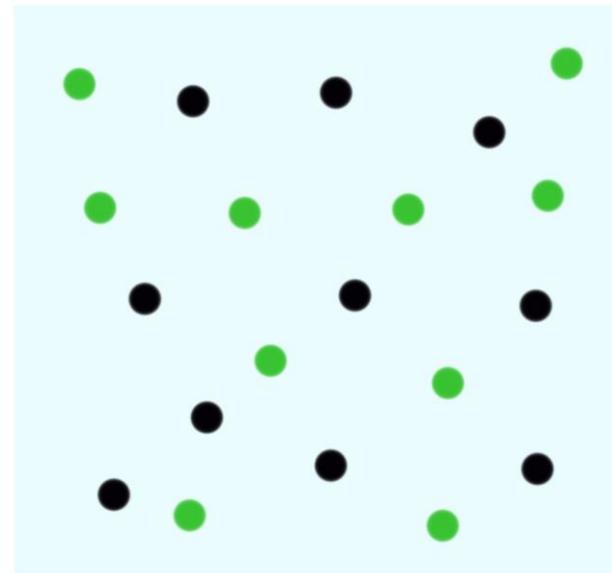
Die evolutionäre Spieltheorie betrachtet die zeitliche Entwicklung des strategischen Verhaltens einer gesamten Spielerpopulation.



$$x(0)=0.15$$



zeitliche
Entwicklung
der
Population

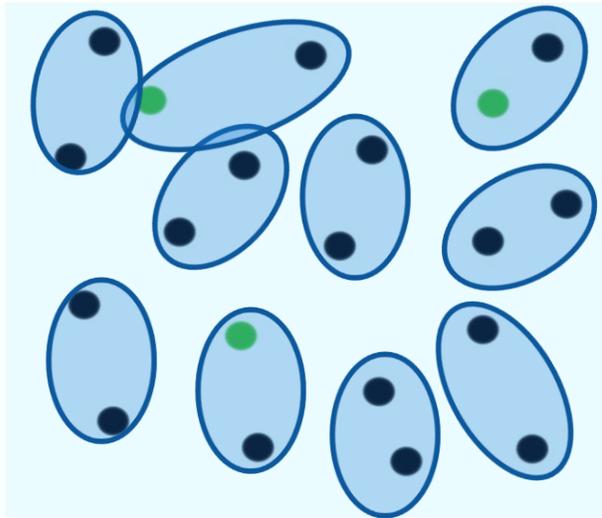


$$x(10)=0.5$$

Mögliche Strategien: (grün, schwarz), Parameter t stellt die „Zeit“ dar.
 $x(t)$: Anteil der Spieler, die im Zeitpunkt t die Strategie „grün“ spielen.

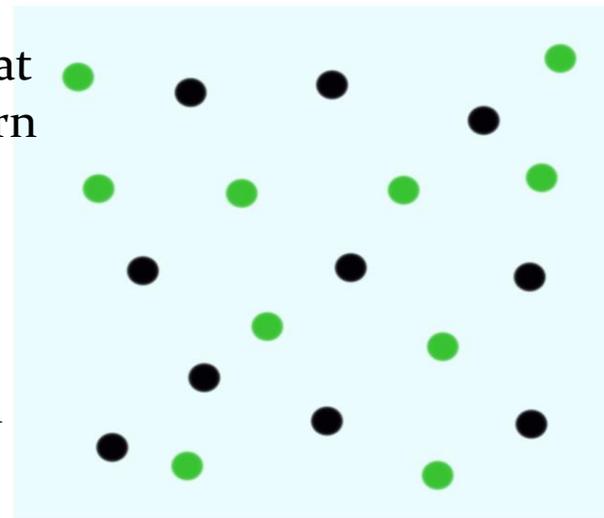
Evolutionäre Spieltheorie (II)

Die einzelnen Akteure innerhalb der betrachteten Population spielen ein andauernd sich wiederholendes Spiel miteinander, wobei sich jeweils zwei Spieler zufällig treffen, das Spiel spielen und danach zu dem nächsten Spielpartner wechseln .



$$x(0)=0.15$$

Die Anfangspopulation von Spielern spielt zum Zeitpunkt $t=0$ das erste Mal das Spiel. Die Spieler wählen im Mittel zu 15% die grüne Strategie.



$$x(10)=0.5$$

Das evolutionäre Spiel schreitet voran und die grüne Strategie wird für die Spieler zunehmend attraktiver. Zum Zeitpunkt $t=10$ spielen schon 50% grün.

$$\begin{aligned}
\frac{dx_i^A(t)}{dt} &= \left[\underbrace{\sum_{l=1}^{m_B} \$_{il}^A x_l^B(t)}_{\text{Fitness der Strategie i}} - \underbrace{\sum_{l=1}^{m_B} \sum_{k=1}^{m_A} \$_{kl}^A x_k^A(t) x_l^B(t)}_{\text{Durchschn. Fitness der Population A}} \right] x_i^A(t) \quad (1) \\
\frac{dx_j^B(t)}{dt} &= \left[\underbrace{\sum_{l=1}^{m_A} \$_{lj}^B x_l^A(t)}_{\text{Fitness der Strategie j}} - \underbrace{\sum_{l=1}^{m_A} \sum_{k=1}^{m_B} \$_{lk}^B x_l^A(t) x_k^B(t)}_{\text{Durchschn. Fitness der Population B}} \right] x_j^B(t) \quad ,
\end{aligned}$$

wobei $x_i^A(t)$, $i = 1, 2, \dots, m_A$ und $x_j^B(t)$, $j = 1, 2, \dots, m_B$ die Anteile der in den Spielergruppen A und B zur Zeit t gewählten Strategien widerspiegeln und in der Soziobiologie den Frequenzen der *Quasispezies* entsprechen.

Evolutionär stabile Strategien (ESS)

- Evolutionär stabile Strategien sind die stabilen Endzustände der Häufigkeitsverteilung $x(t)$:

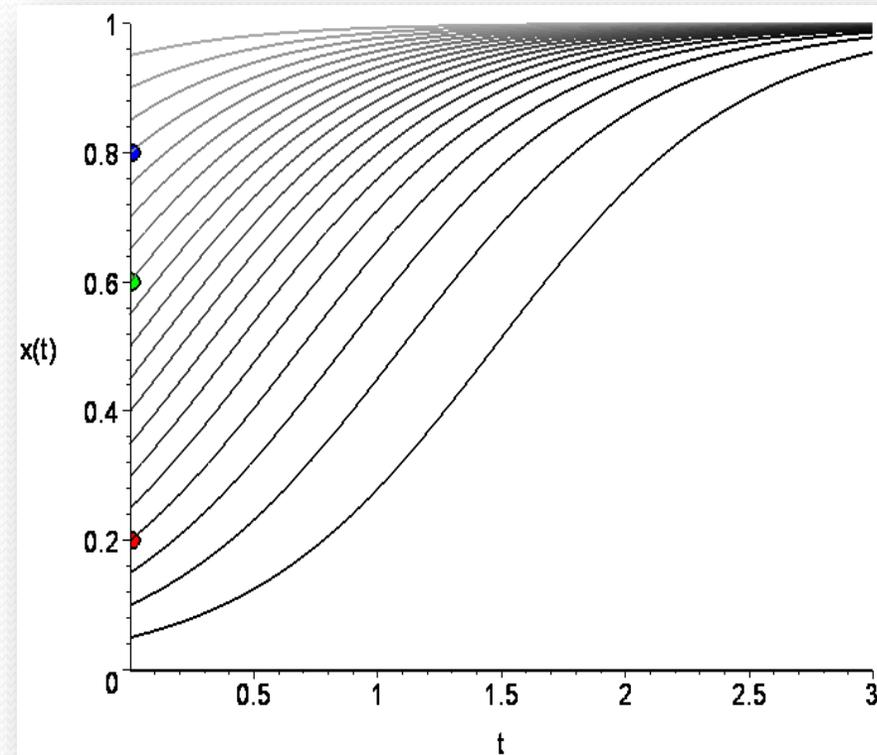
$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t))$$

Eine notwendige (aber nicht hinreichende) Bedingung für die Existenz einer ESS ist, dass diese ein Nash – Gleichgewicht des zugrundeliegenden Spiels ist.

Beispiel:

Gefangenendilemma ähnliche Spiele
Für die ESS des evolutionären Gefangenendilemma – Spiels ergibt sich:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t)) = 1 \Rightarrow \text{alle "gestehen"}$$



Def.: Evolutionär stabile Strategie

(Für symmetrisches Zweipersonen-Spiel)

Mathematische Definition (W.Schlee):

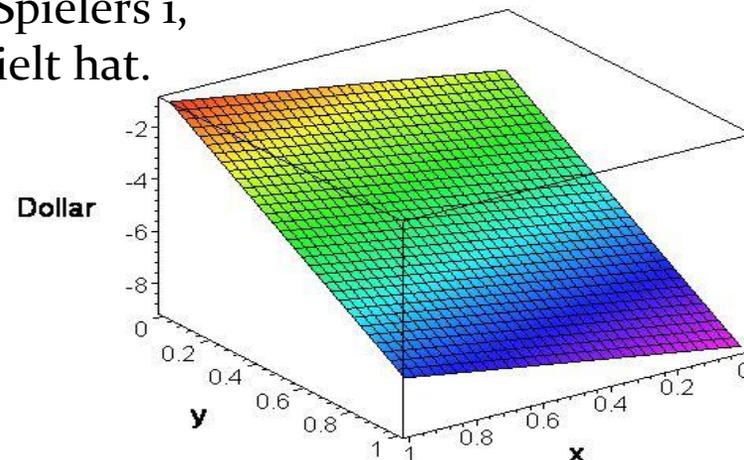
Gegeben sei ein symmetrisches Zweipersonen-Spiel Γ mit der Auszahlungsmatrix $\hat{\$} := \hat{\$}^1 = (\hat{\$}^2)^T$. Eine Strategie $s^* := s^{1*} = s^{2*}$ heißt evolutionär stabile Strategie (ESS), wenn

1. (s^*, s^*) ein symmetrisches Nash-Gleichgewicht des Spiels ist, und
2. $\forall s$ mit der Eigenschaft $s \neq s^*$ und $s \in r(s^*)$
gilt $\$(s, s) < \(s^*, s)

Auszahlung an Spieler A

$r(s^*)$ ist die Menge der besten Antworten des Spielers 1, wenn der andere Spieler die Strategie s^* gespielt hat.

Beispiel:	$s_1^2 \hat{=} Ge$	$s_1^2 \hat{=} Sc$
$s_1^1 \hat{=} Ge$	$(-7, -7)$	$(-1, -9)$
$s_2^1 \hat{=} Sc$	$(-9, -1)$	$(-3, -3)$



Replikatorodynamik

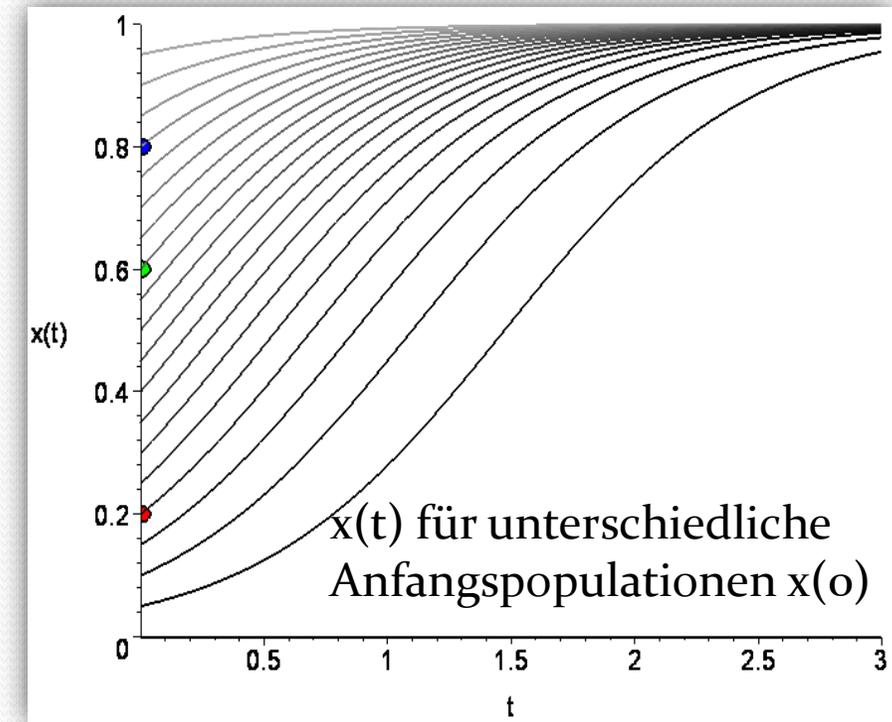
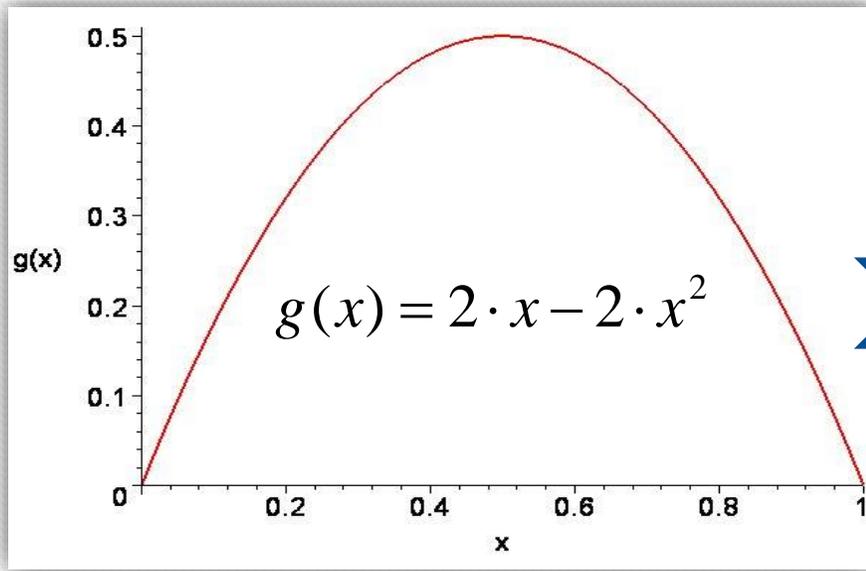
(für das Gefangenendilemma)

Die Differentialgleichung der Replikatorodynamik für das Gefangenendilemma lautet:

$$\dot{x}(t) := \frac{dx(t)}{dt} = 2 \cdot x(t) - 2 \cdot (x(t))^2 = g(x(t))$$

$$g(x(t)) := x(t) \cdot \left((-7 - (-9)) \cdot (x(t) - x(t)^2) + (-3 - (-1)) \cdot (2 \cdot x(t) - 1 - x(t)^2) \right)$$

	Ge	Sc
Ge	(-7, -7)	(-1, -9)
Sc	(-9, -1)	(-3, -3)



Beispiel: Gefangenendilemma
 $g(x)=g(x(t))$ im Bereich $[0,1]$ dargestellt

$x(t)$ für unterschiedliche Anfangspopulationen $x(0)$

Replikatorodynamik

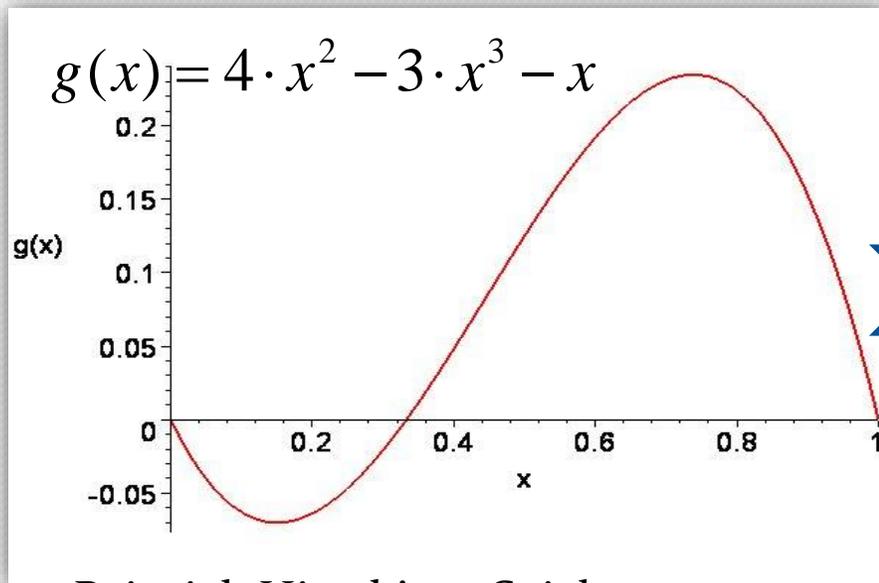
(für das Hirschjagt-Spiel)

Die Differentialgleichung der Replikatorodynamik für das Hirschjagt-Spiel lautet:

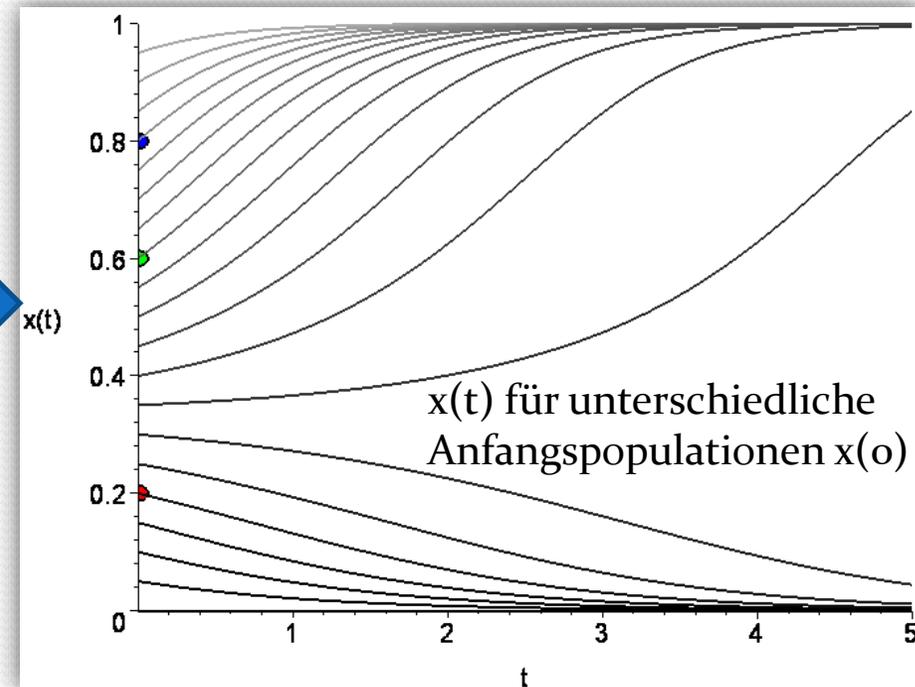
$$\dot{x}(t) := \frac{dx(t)}{dt} = 4 \cdot (x(t))^2 - 3 \cdot (x(t))^3 - x(t) =: g(x(t))$$

$$g(x(t)) := x(t) \cdot \left((2 - 0) \cdot (x(t) - x(t)^2) + (5 - 4) \cdot (2 \cdot x(t) - 1 - x(t)^2) \right)$$

	Hasen	Hirsch
Hasen	(2, 2)	(4, 0)
Hirsch	(0, 4)	(5, 5)



Beispiel: Hirschjagt-Spiel
 $g(x) = g(x(t))$ im Bereich $[0,1]$ dargestellt



Replikatordynamik

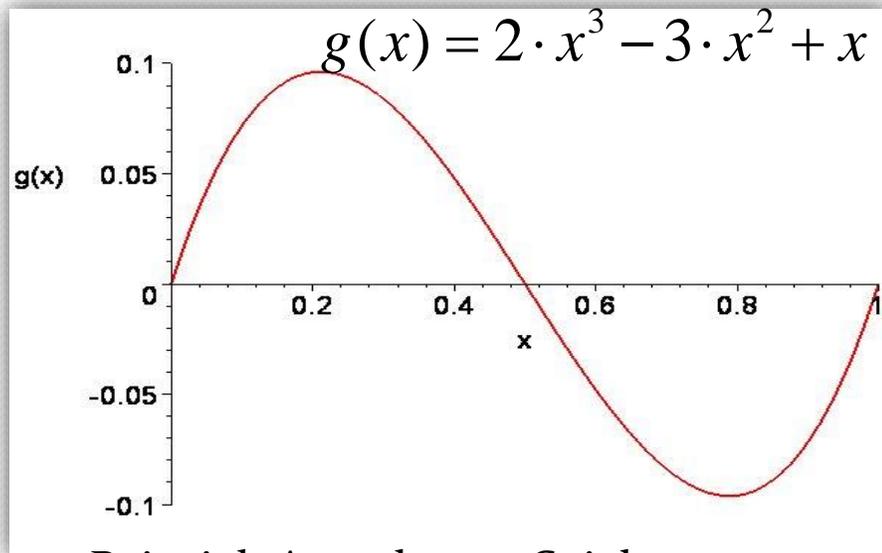
(für das Angsthasen-Spiel)

Die Differentialgleichung der Replikatordynamik für das Angsthasen-Spiel lautet:

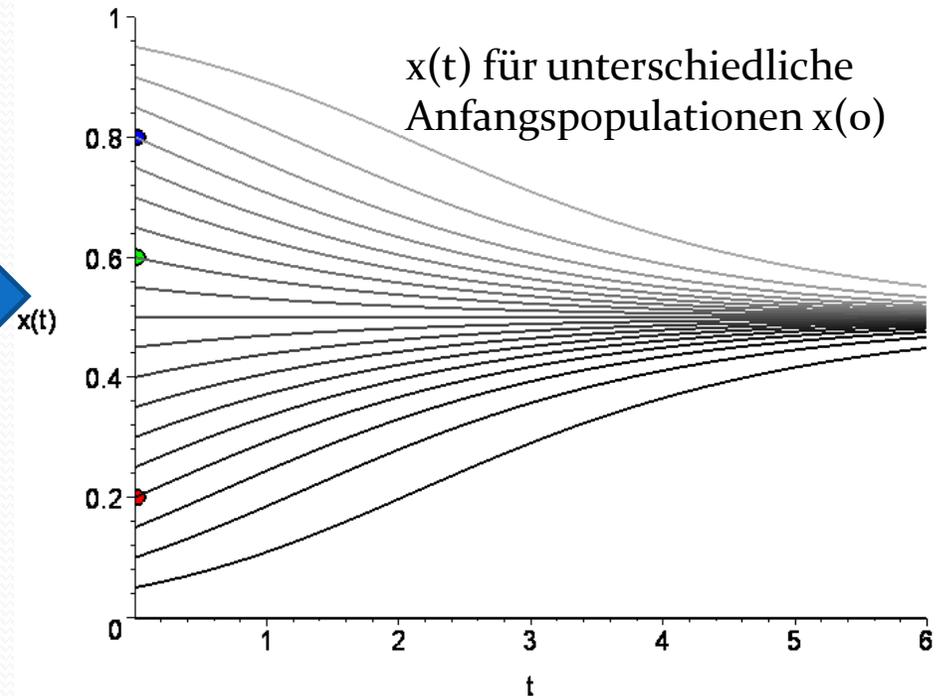
$$\dot{x}(t) := \frac{dx(t)}{dt} = 2 \cdot (x(t))^3 - 3 \cdot (x(t))^2 + x(t) = g(x(t))$$

$$g(x(t)) := x(t) \cdot \left((-1 - 0) \cdot (x(t) - x(t)^2) + (1 - 2) \cdot (2 \cdot x(t) - 1 - x(t)^2) \right)$$

	Springe nicht	Springe
Springe nicht	(-1, -1)	(2, 0)
Springe	(0, 2)	(1, 1)

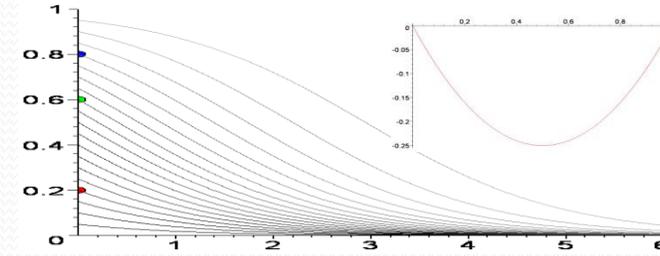


Beispiel: Angsthasen-Spiel
 $g(x)=g(x(t))$ im Bereich $[0,1]$ dargestellt

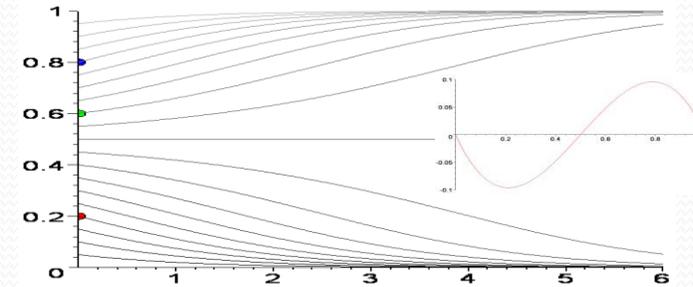


Klassifizierung von evolutionären, symmetrischen (2x2)-Spielen

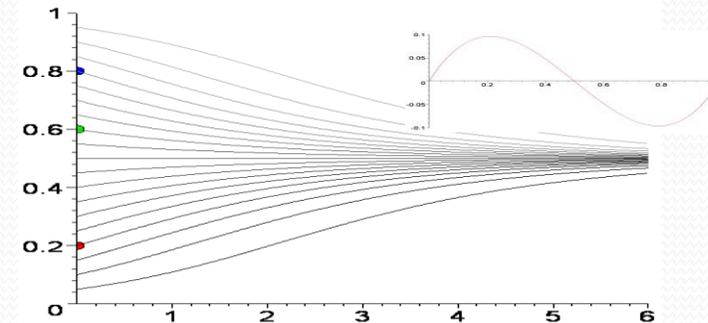
- **Dominante Spiele**
(2. Strategie dominiert 1.Strategie)
Es existiert ein Nash - Gleichgewicht, welches die anderen Strategien dominiert. ESS bei $x=0$.



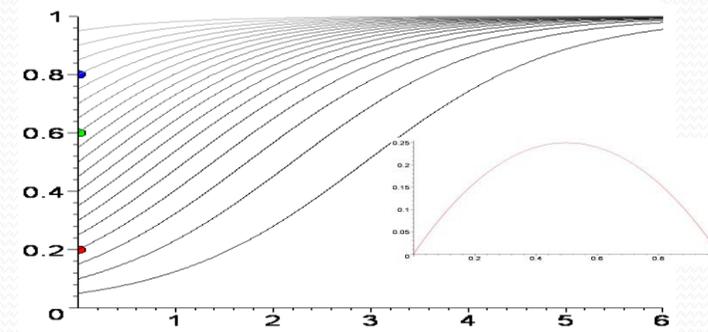
- **Koordinationsspiele**
Es existieren drei Nash - Gleichgewichte und zwei reine ESS, die abhängig von der Anfangsbedingung realisiert werden.



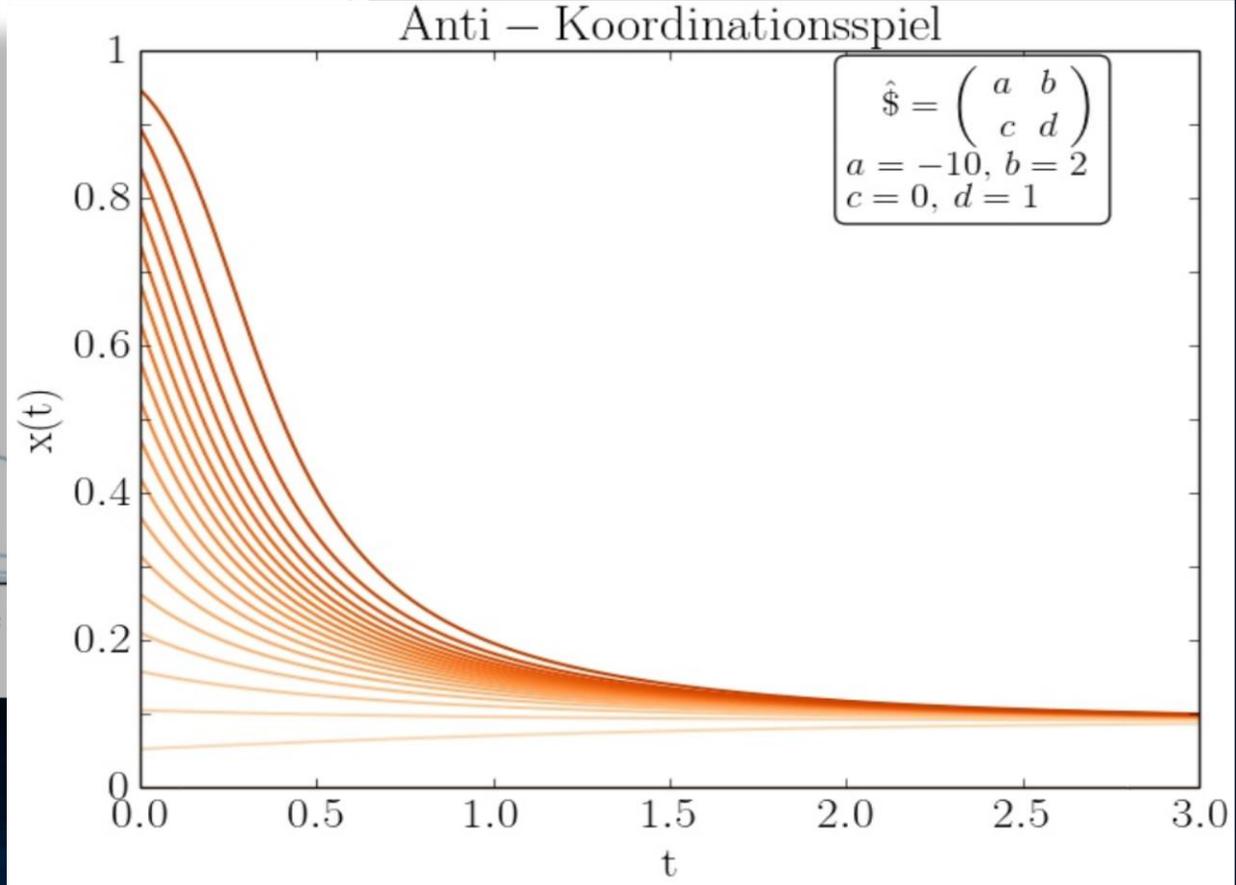
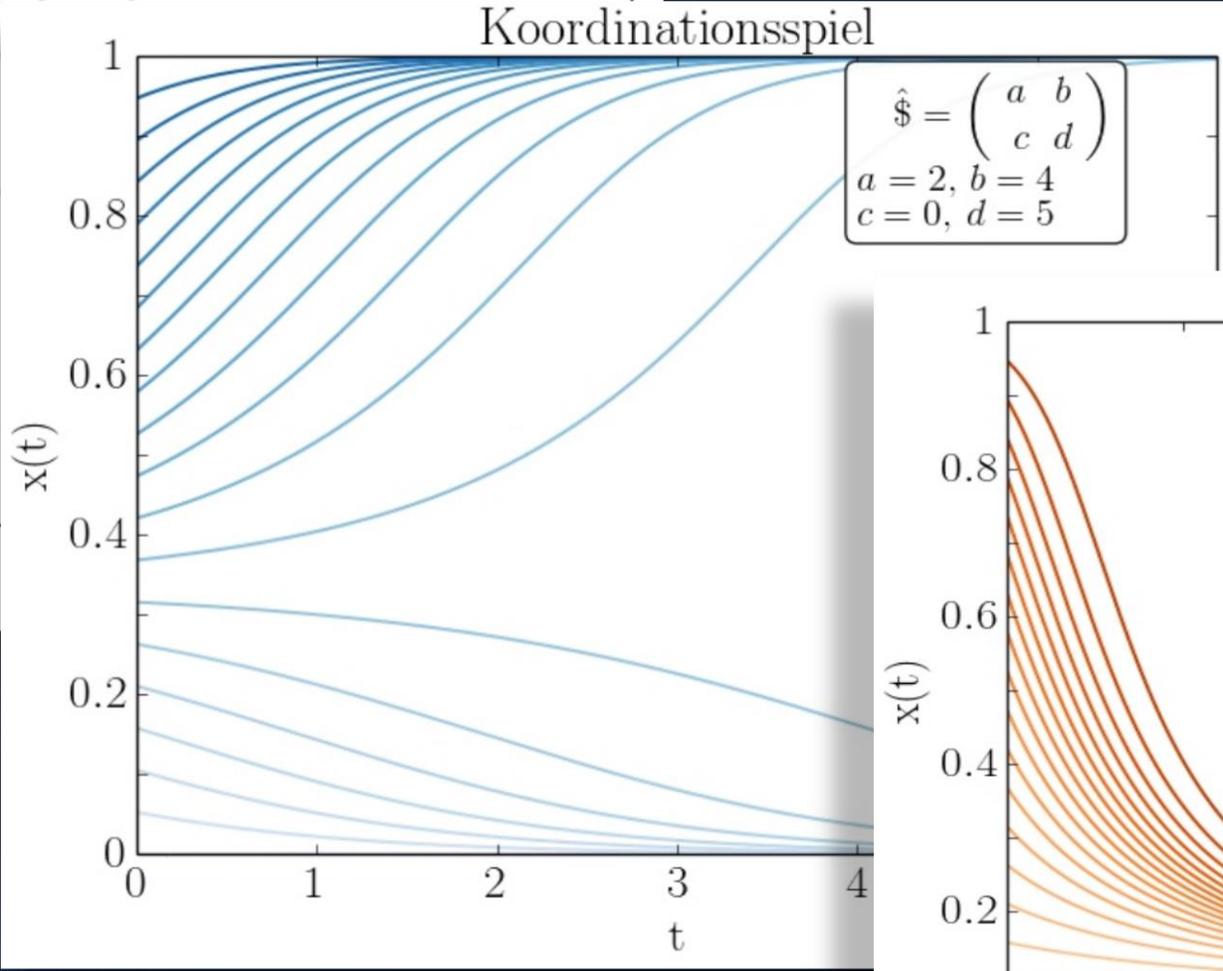
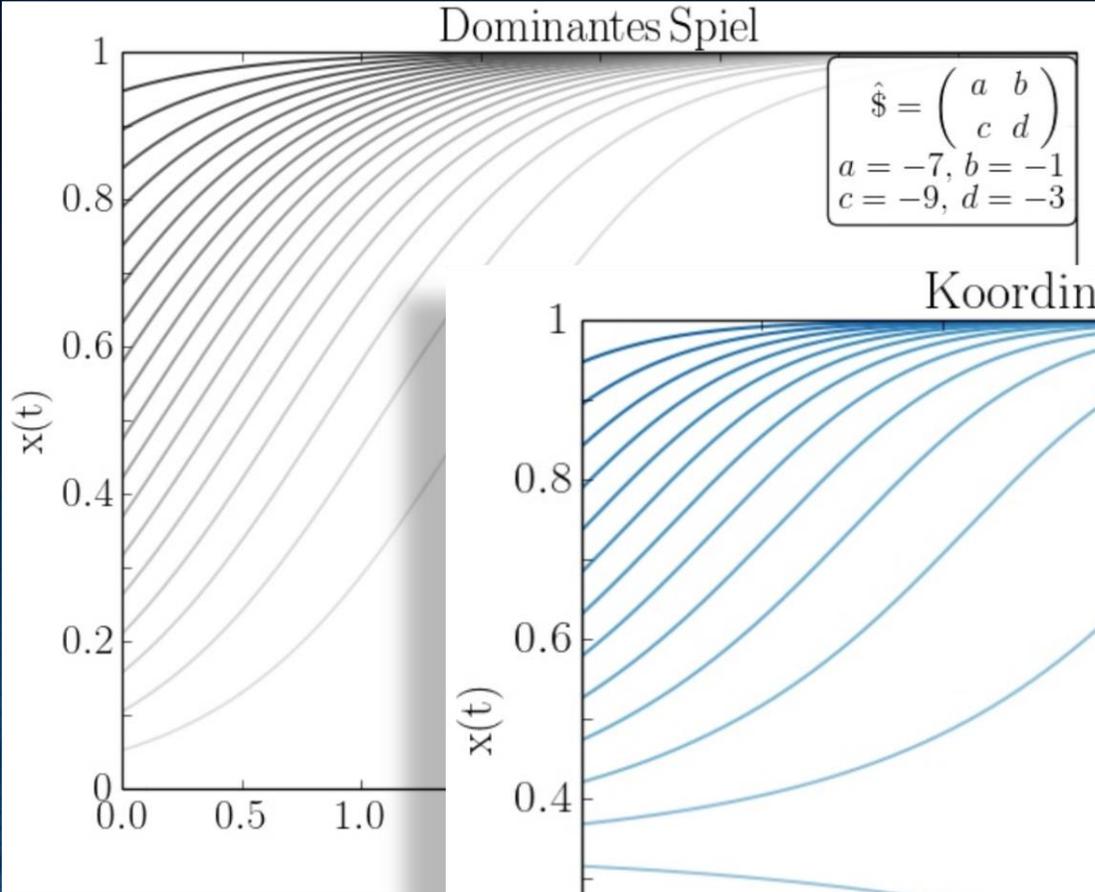
- **Anti - Koordinationsspiele**
Es existieren drei Nash - Gleichgewichte aber nur eine gemischte ESS, die unabhängig von der Anfangsbedingung realisiert wird.



- **Dominante Spiele**
(1. Strategie dominiert 2.Strategie)
Es existiert ein Nash - Gleichgewicht, welches die anderen Strategien dominiert. ESS bei $x=1$.



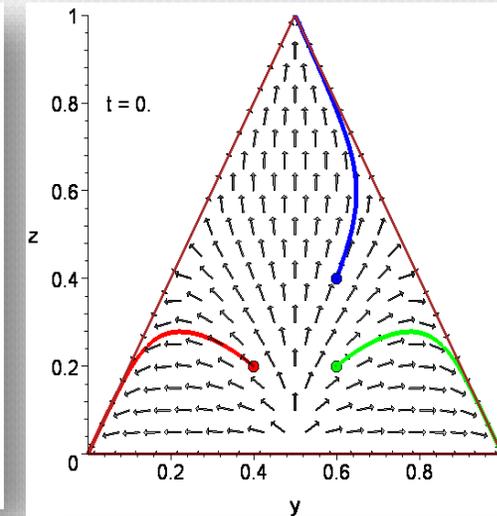
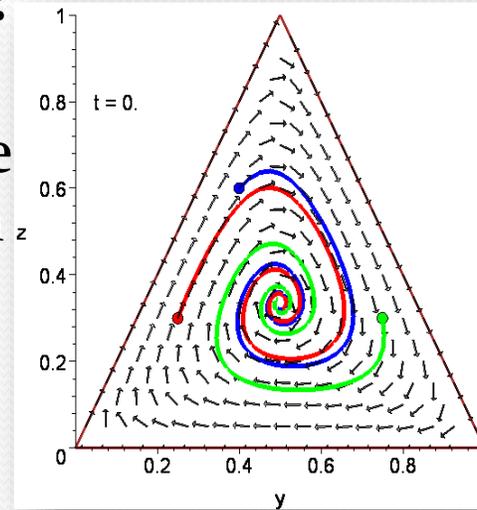
Lösen des evolutionären Spiels mit Python Version evol1.py



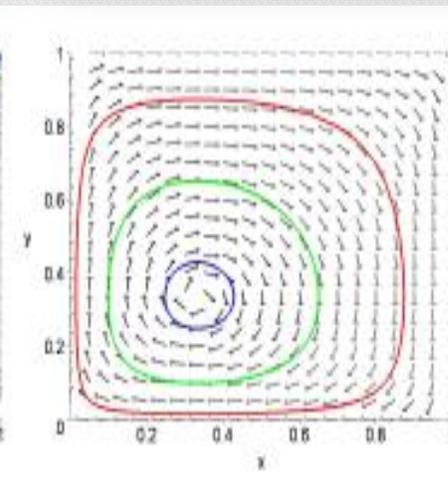
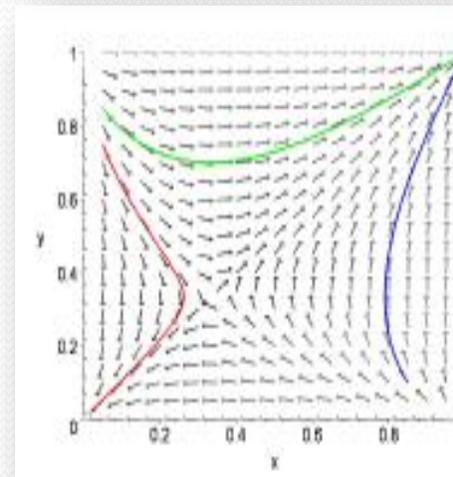
Weitere Arten von Spieltypen

(Ausblick: Vorlesungsteil 5)

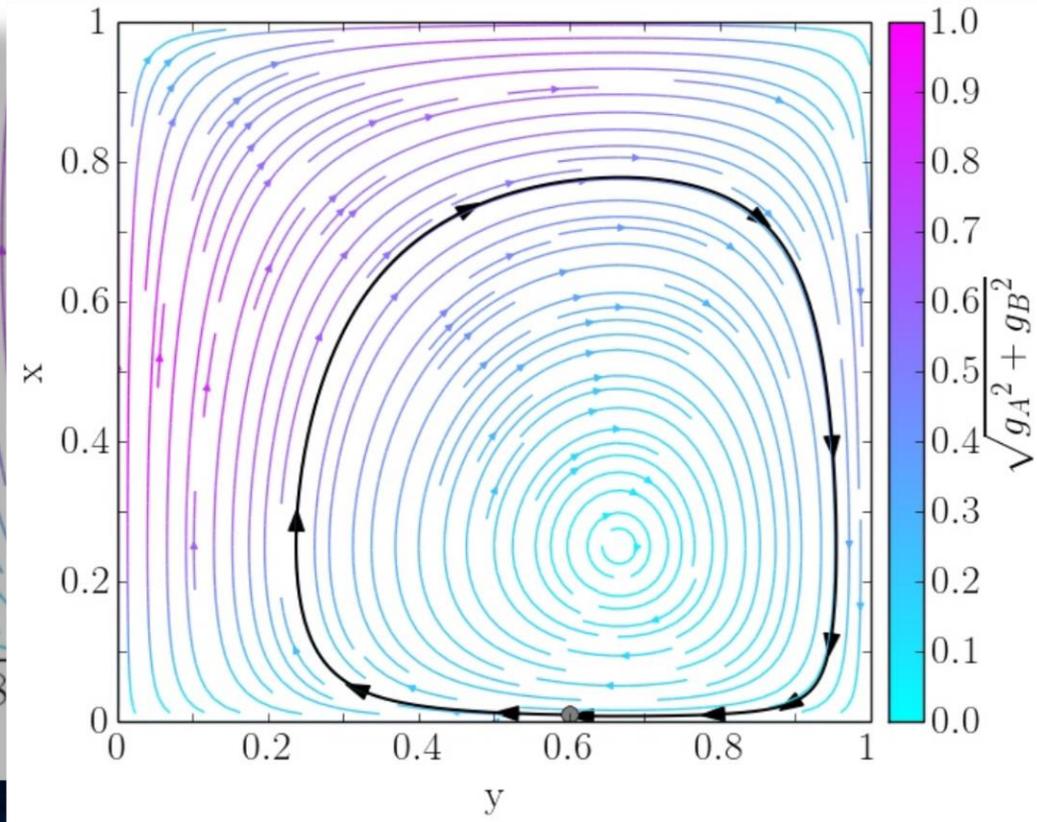
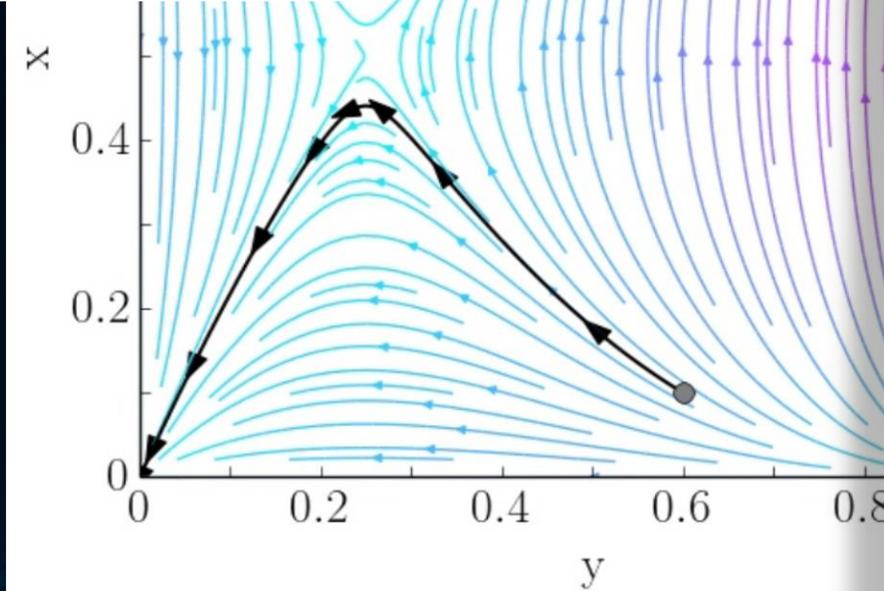
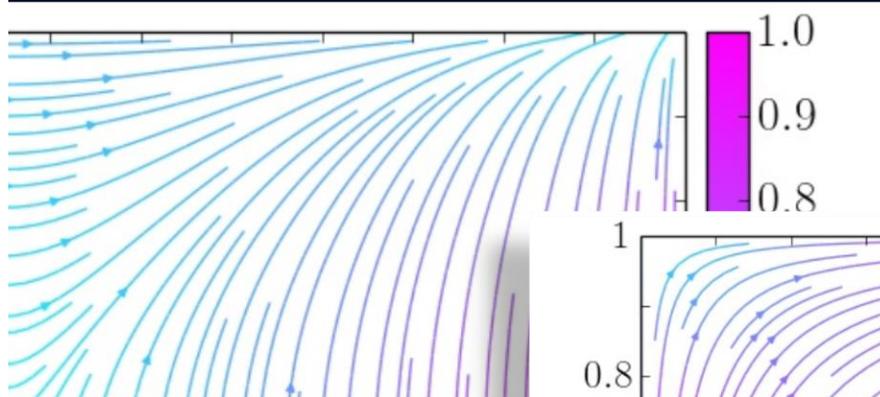
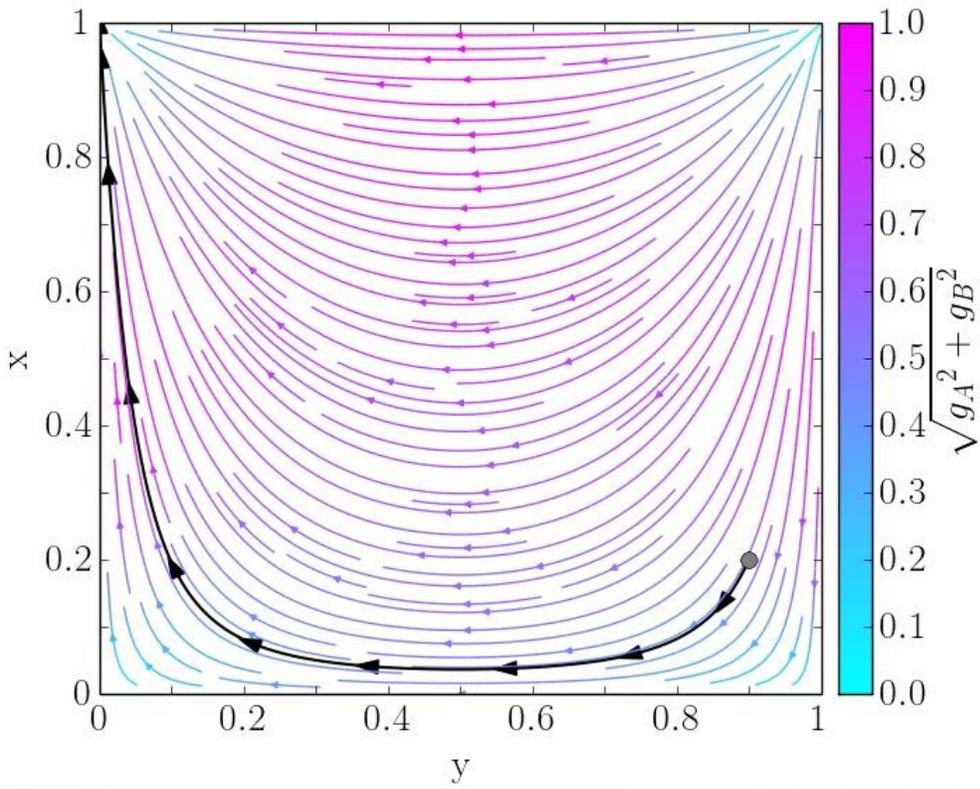
- **Mehr als zwei Strategien:**
Schon bei drei Strategien können 19 unterschiedliche Spielklassen unterschieden werden.



- **Bimatrix Spiele**
Unsymmetrische (2x2) Spiele:
Setzt sich die Population aus zwei unterschiedlichen Spielergruppen ($x(t)$ und $y(t)$) zusammen, so spricht man von Bimatrix Spielen.



Bi-Matrix Spiele mit Python Version bimatrix1.py



Aufgaben auf Lon-Cappa

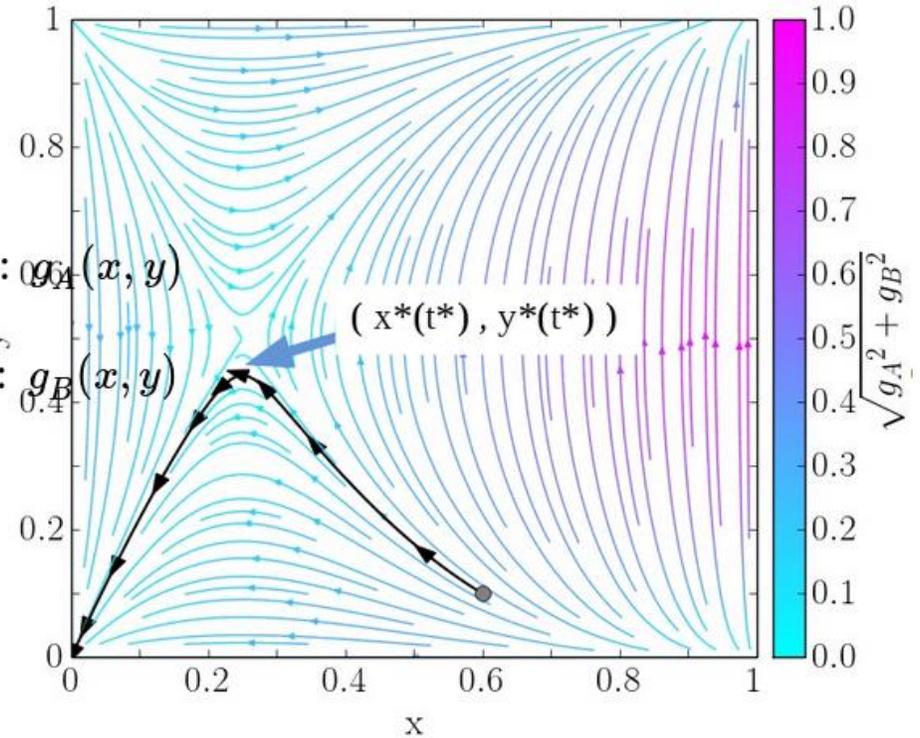
Das zeitliche Verhalten der Komponenten der Populationsvektoren (Gruppe A: $x(t) := x_1^A(t)$ und Gruppe B: $y(t) := x_1^B(t)$) wird in der Reproduktionsdynamik mittels des folgenden Systems von Differentialgleichungen beschrieben:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \left[\left(\beta_{11}^A + \beta_{22}^A - \beta_{12}^A - \beta_{21}^A \right) y(t) + \left(\beta_{12}^A - \beta_{22}^A \right) \right] \left(x(t) - (x(t))^2 \right) =: g_A(x, y)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \left[\left(\beta_{11}^B + \beta_{22}^B - \beta_{12}^B - \beta_{21}^B \right) x(t) + \left(\beta_{12}^B - \beta_{22}^B \right) \right] \left(y(t) - (y(t))^2 \right) =: g_B(x, y)$$

Das durch die folgende Auszahlungstabelle definierte Bimatrix Spiel gehört der Klasse der Sattelpunktsspiele an.

A/B	s_1^B	s_2^B
s_1^A	(10 , 10)	(4 , 7)
s_2^A	(9 , 4)	(5 , 5)



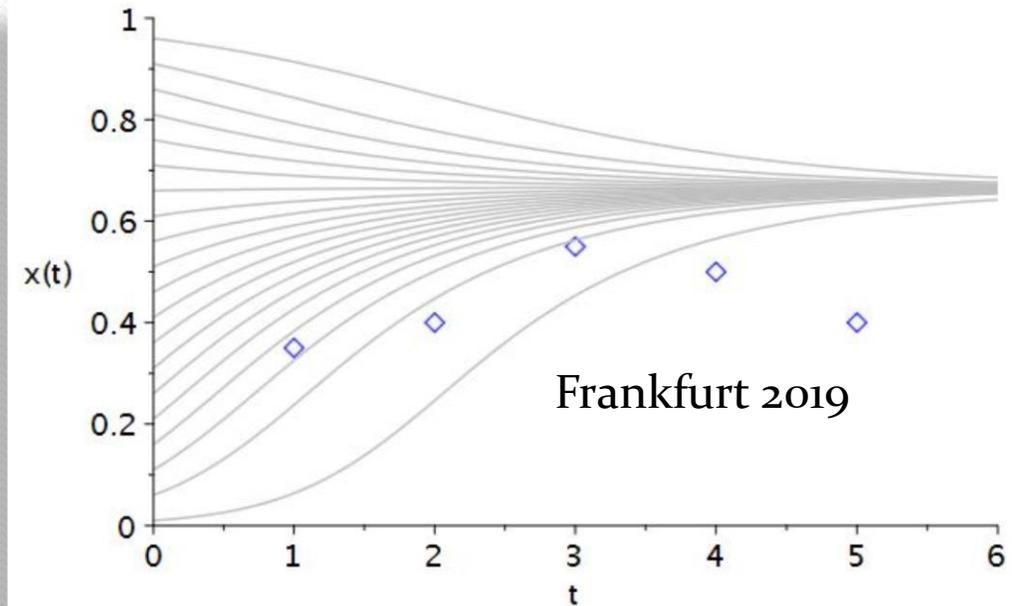
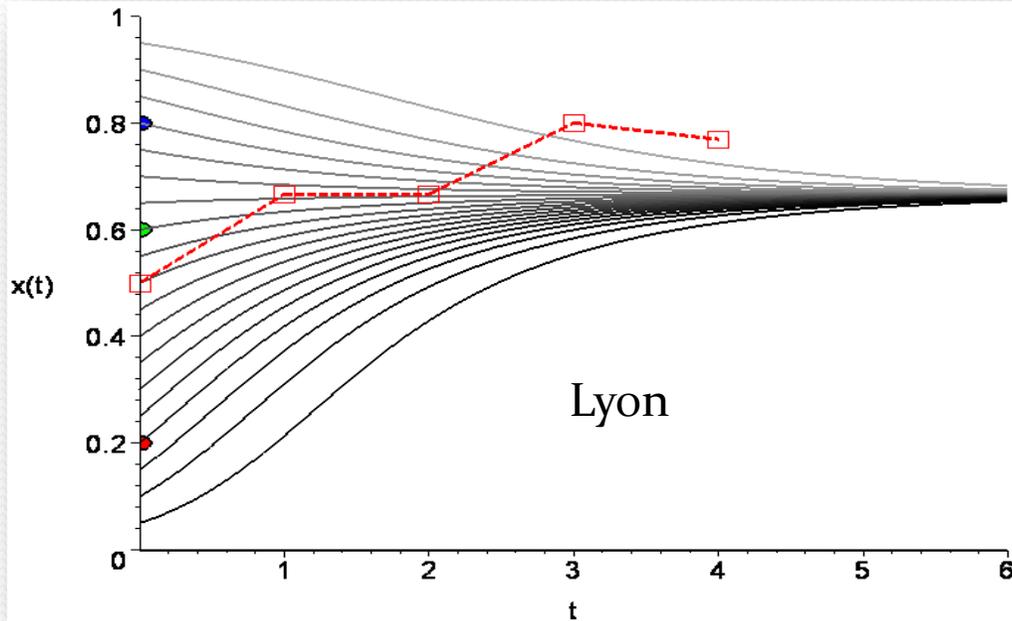
$t^* =$, $y^* =$ (bitte geben Sie den numerischen Wert auf mindestens 4 Nachkommastellen an; z.B. 0.4135)

Antwort einreichen Versuche 0/5

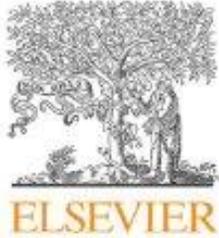
Der Populationsvektor zur Zeit $t=0$ sei $(x(0)=0.6, y(0)=0.0565)$. Der Anteil der Spieler in der Gruppe B die die Strategie s_1^B spielen nimmt zunächst zu, erreicht dann ein Maximum und nimmt dannach wieder ab (siehe nebenstehende Abbildung). Berechnen Sie den Zeitpunkt t^* an dem der maximale Wert y^* erreicht wird.

Theorie ↔ Experiment

Experimentelle Ergebnisse des Beispiels 2



Das zweite Spiel besitzt keine dominante Strategie, aber zwei unsymmetrische Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien ((K, KK) und (KK, K)) und ein gemischtes Nash-Gleichgewicht (0.67 K , 0.33 KK). Da es sich bei diesem Beispiel um ein symmetrisches Anti-Koordinationsspiel handelt, strebt der Populationsanteil der Kugel-Spieler unabhängig vom Anfangswert immer zu dem gemischten Nash-Gleichgewicht (der einzigen evolutionär stabilen Strategie des Spiels), was identisch mit der mittleren Nullstelle der Funktion $g(x)$ ist ($x=0.67$). Die rote Kurve in der linken obigen Abbildung zeigt die experimentellen Ergebnisse des in Lyon gespielten Beispiels 2. Die blauen Punkte in der rechten obigen Abbildung zeigt die experimentellen Ergebnisse des in Frankfurt gespielten Beispiels 2 (zum Vergleich bitte die blauen Punkte um -1 auf der Zeitachse verschieben).



Contents lists available at ScienceDirect

Physica A

journal homepage: www.elsevier.com/locate/physa



Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory based analysis of financial crises

Matthias Hanauske^{a,*}, Jennifer Kunz^b, Steffen Bernius^a, Wolfgang König^c

^a Institute of Information Systems, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

^b Chair of Controlling & Auditing, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

^c House of Finance, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

ARTICLE INFO

Article history:

Received 14 April 2009

Received in revised form 22 April 2010

Available online 15 June 2010

Keywords:

Evolutionary game theory

Quantum game theory

Hawk–dove game

Financial crisis

ABSTRACT

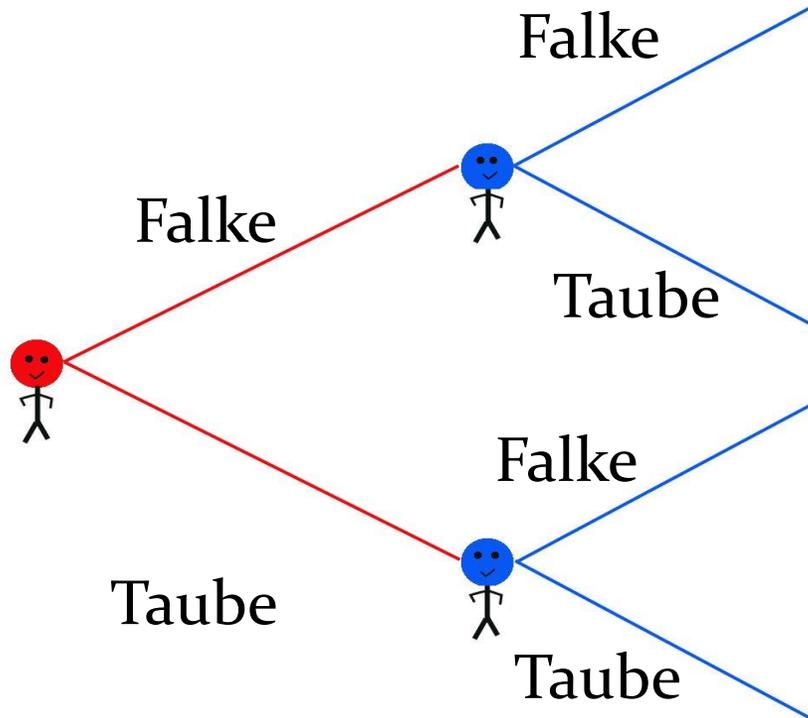
The last financial and economic crisis demonstrated the dysfunctional long-term effects of aggressive behaviour in financial markets. Yet, evolutionary game theory predicts that under the condition of strategic dependence a certain degree of aggressive behaviour remains within a given population of agents. However, as a consequence of the financial crisis, it would be desirable to change the “rules of the game” in a way that prevents the occurrence of any aggressive behaviour and thereby also the danger of market crashes. The paper picks up this aspect. Through the extension of the well-known hawk–dove game by a quantum approach, we can show that dependent on entanglement, evolutionary stable strategies also can emerge, which are not predicted by the classical evolutionary game theory and where the total economic population uses a non-aggressive quantum strategy.

© 2010 Elsevier B.V. All rights reserved.

Wie entwickelt sich der Populationsvektor $x(t)$ der Investmentbanker im Laufe der Zeit?

Benutzen Sie hierbei die drei unterschiedlichen Parametersets der vorigen Folie.

Das Falke-Taube Spiel



	Falke	Taube
Falke	$\left(\frac{(p_h-d)}{2}, \frac{(p_h-d)}{2}\right)$	$(p_h, 0)$
Taube	$(0, p_h)$	$\left(\frac{p_m}{2}, \frac{p_m}{2}\right)$

Das Falke-Taube-Spiel modelliert ursprünglich den Wettkampf um eine Ressource (z.B. Nistplatz). Das Spiel wird jedoch oft auch auf andere Systeme angewendet, wobei die Taube-Strategie eine friedliche Verhaltensweise symbolisiert und die Falke-Strategie ein aggressives Verhalten. Im folgenden Artikel wird das Falke-Taube-Spiel auf den Immobilien-Investmentmarkt angewendet (Spieler-Population: Investmentbanker).

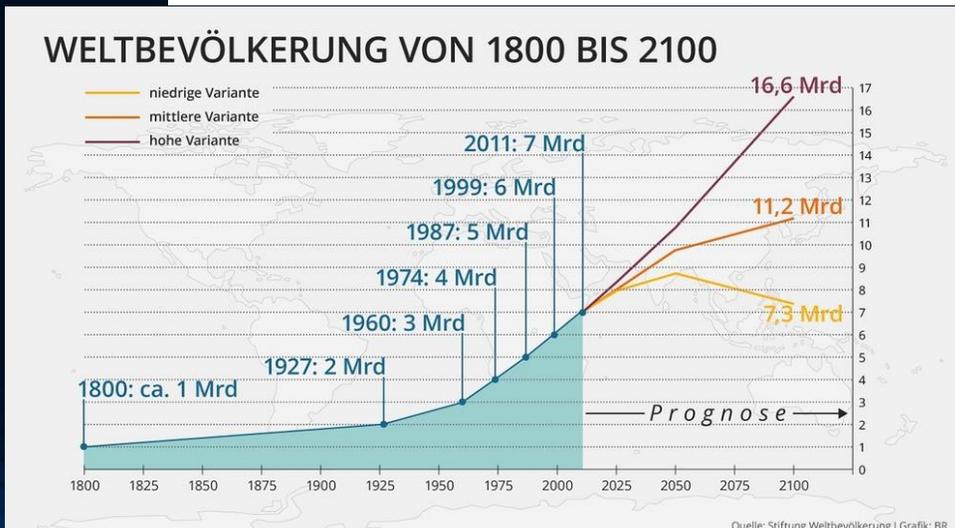
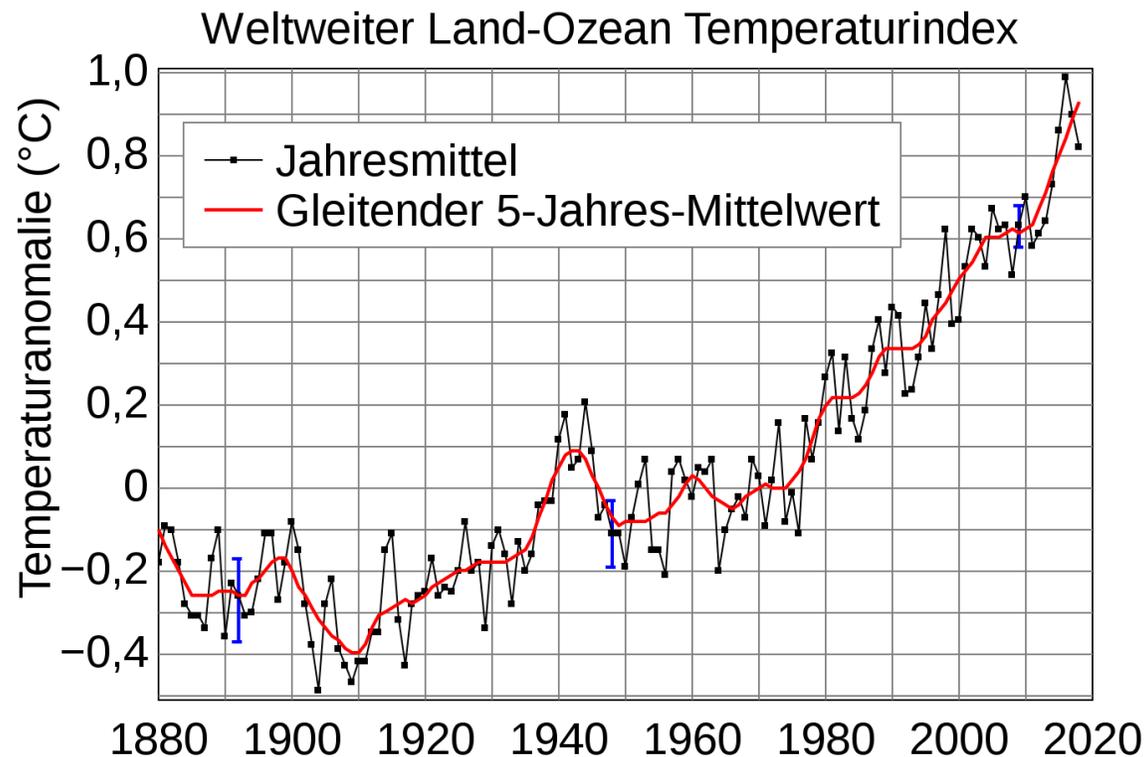
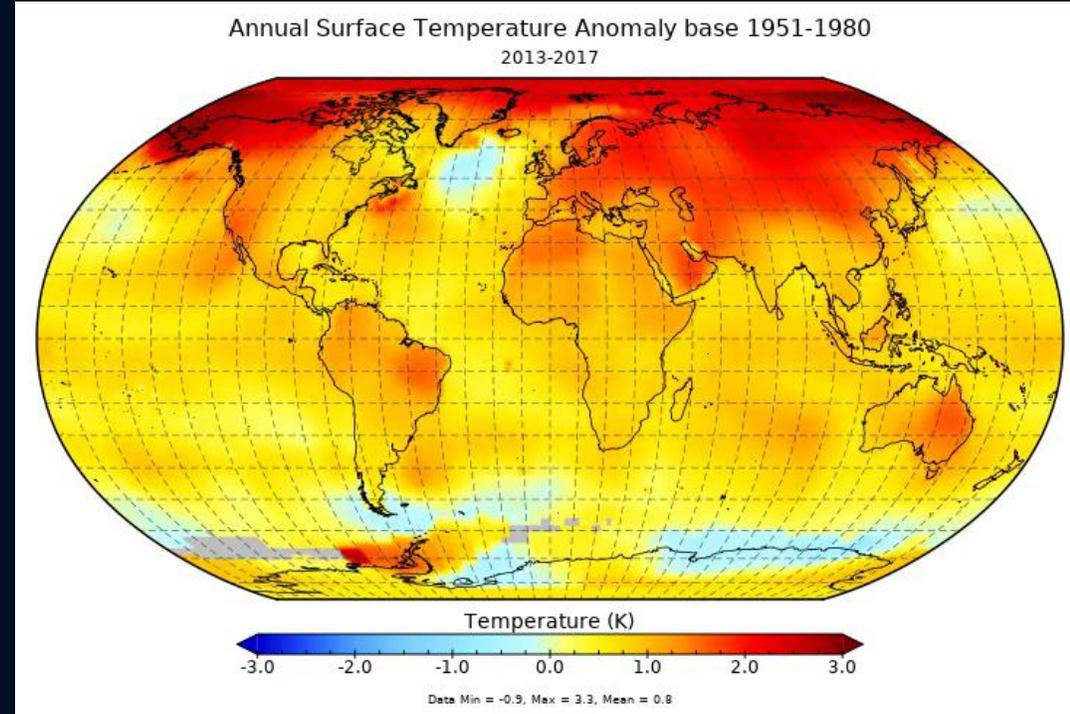
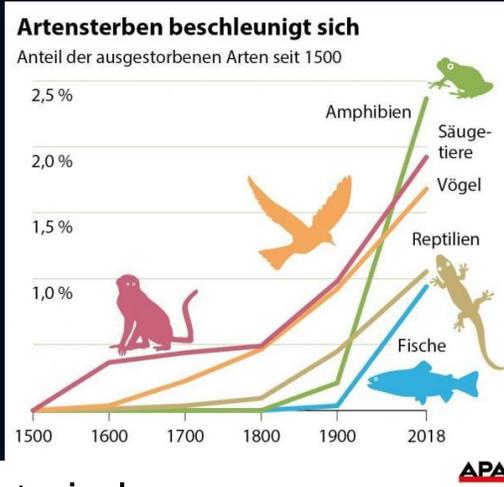
Parameter setting	Risk of destabilisation	d	p_h	p_m
P1	LOW	6	5	3
P2	MEDIUM	10	5	3
P3	HIGH	20	5	3

TABLE II: Parameters of the three different sets of the underlying payoff matrix used to model the investment market of the Hawk-Dove game.

TABLE I: Payoff matrix for investment bankers A and B within the Hawk-Dove game. The parameters are defined as follows: p_h : high selling premium, d : disutility resulting from fighting and p_m : moderate selling premium.

Evolutionäre Irrwege einer Population

Es gibt Spielkonstellationen in denen eine Population von Akteuren zu einem dilemma-artigen Verhalten tendiert, welches global betrachtet nicht-optimal und unter Umständen sogar, für die eigene und andere Spezies, existenziell bedrohend sein kann.



A game-theoretic approach of the evolutionary paths of carbon dioxide consumers under social/moral pressure

The behaviour of each human, the travel behavior, eating habits and the unrestrained consumption in general has created a dangerous environmental condition and global warming could threaten our species existentially. Humanity is trapped in a dilemma-like situation.

The underlying CO₂-consumers game has been constructed in such a way that each reader can select a certain individual subgame relevant for his/her personal contribution to the climate crisis. Every day, each human is confronted several times with climate relevant decisions; e.g. daily strategic decisions like "Driving with the car to work or taking the public transport", and "Taking the elevator or the stairs" or recurrent annual decisions like "Taking the plane or the train to the next holiday" are examples of such decisions that effect the carbon dioxide emission and as a result the evolution of the climate crisis.

For details see a draft of a new paper:
<http://fias.uni-frankfurt.de/~hاناuske/new/tmp/paper.pdf>

A game-theoretic approach of the evolutionary paths of carbon dioxide consumers under social/moral pressure

	H	L
H	$(B_H - \beta d, B_H - \beta d)$	$(B_H - d, B_L + \alpha d)$
L	$(B_L + \alpha d, B_H - d)$	$(B_L + \gamma d, B_L + \gamma d)$

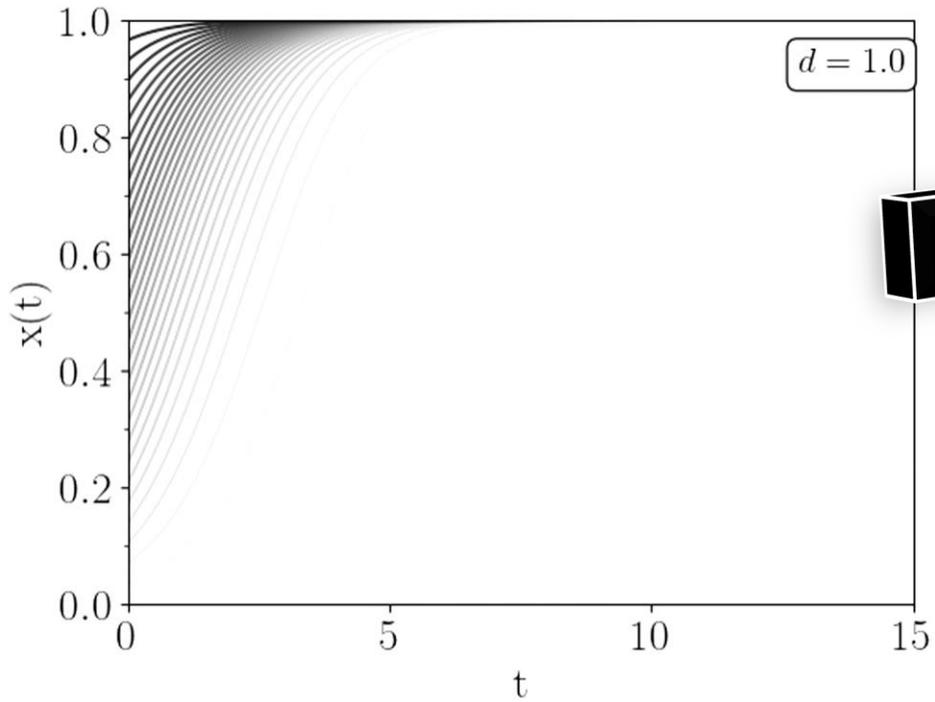
The disutility parameter d models a potential moral/social pressure which in principle can change over time. The impact of a sudden increase of the value of this disutility can change the game class of the underlying game.

Wie entwickelt sich der Populationsvektor $x(t)$? Welche Spielklassen sind möglich?

For details see a draft of a new paper:
<http://fias.uni-frankfurt.de/~hاناuske/new/tmp/paper.pdf>

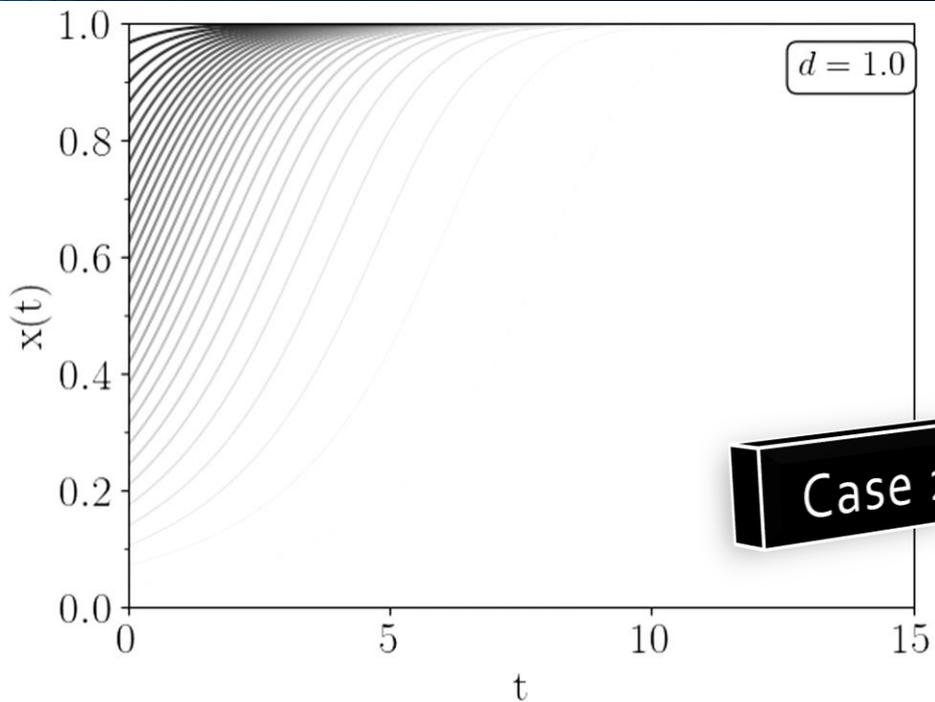
Within the evolutionary extension of the CO₂-consumers game, each player daily selects one game partner out of his/her social neighborhood and discusses the two options of the specific subgame and fixes his/her individual choice for the next day. The Table summarizes the payoff structure of the underlying (2×2) game. In contrast to common payoff matrices of games, we have focused on a non-monetary utility formulation. B_H, B_L : quantifies the non-monetary benefit a person gains in the case of choosing the strategy H (L) and as a result emitting a high (low) amount of carbon dioxide.

Evolutionary Game Theory

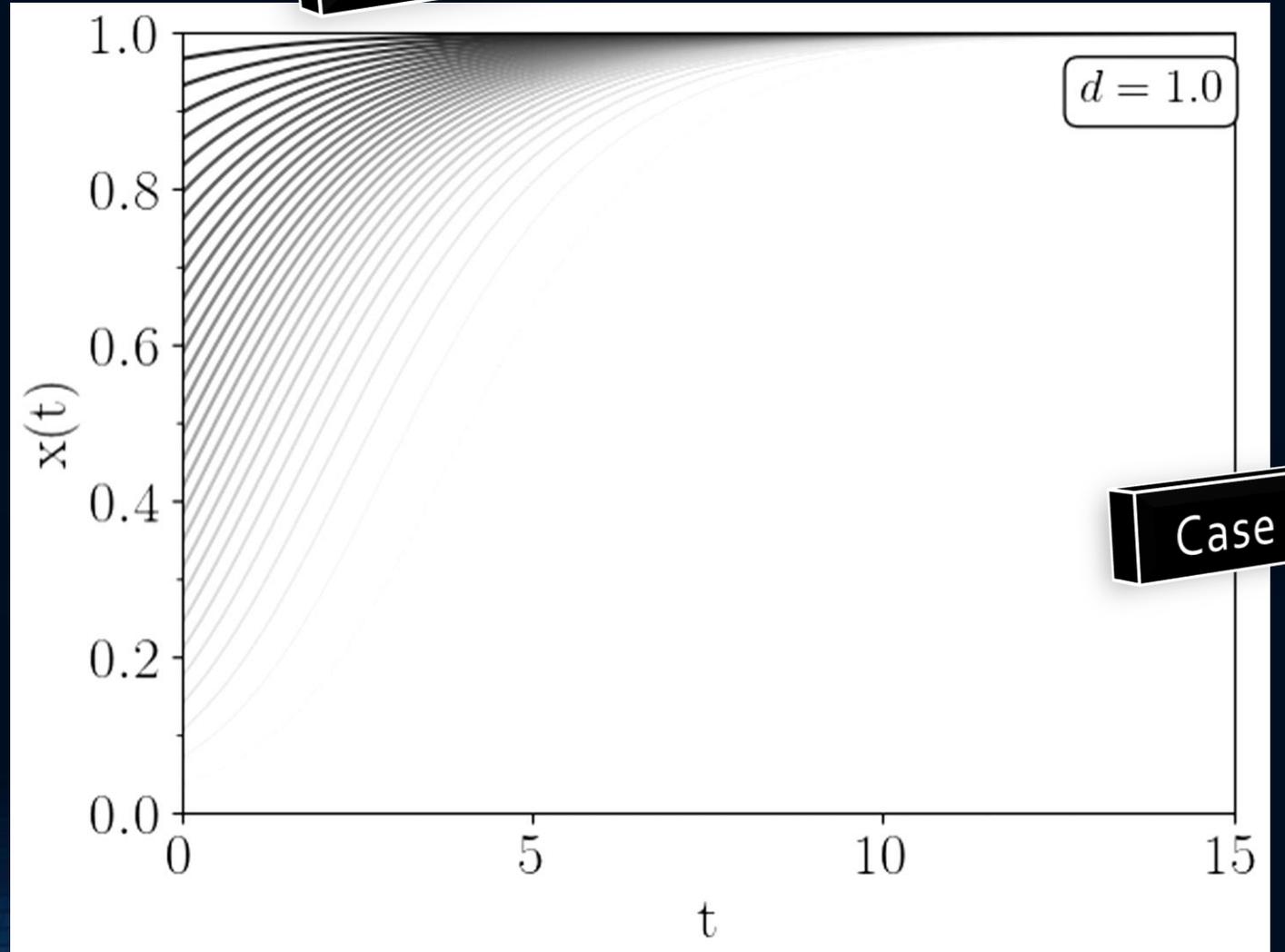


Case 1

Different game classes possible



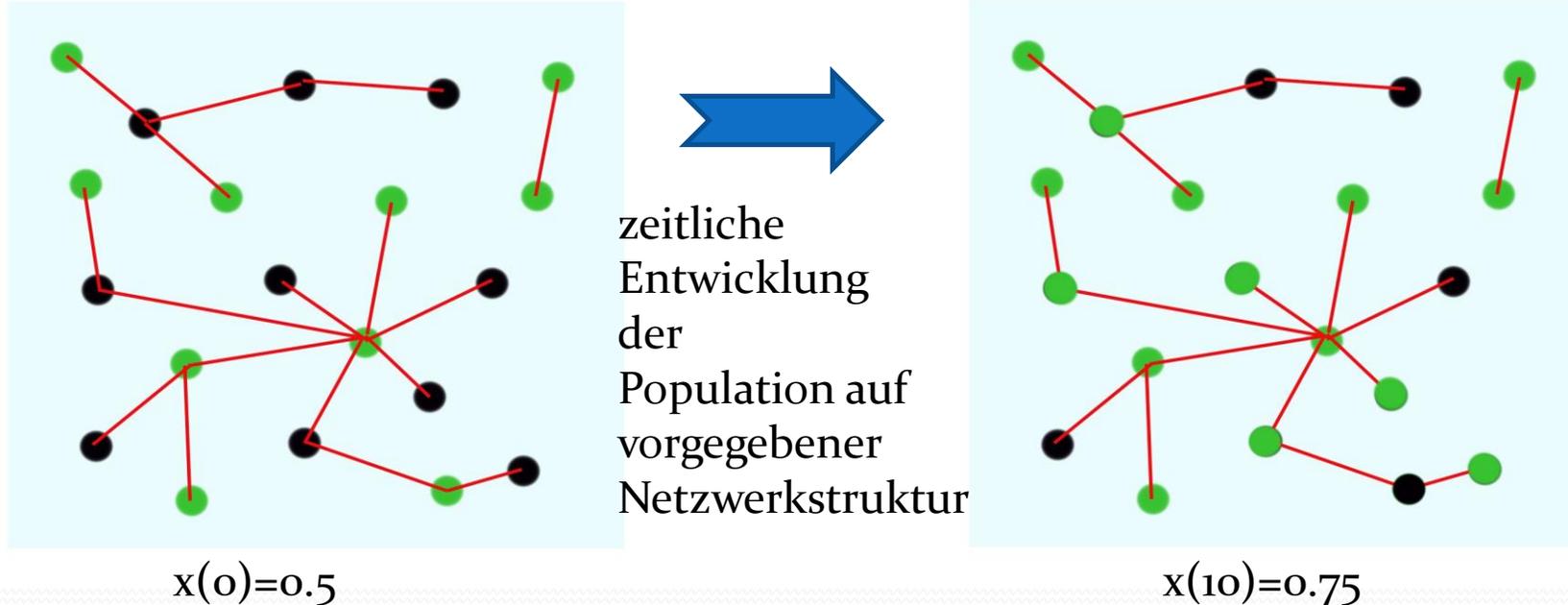
Case 2



Case 3

Evolutionäre Spieltheorie auf komplexen Netzwerken

Viele in der Realität vorkommende evolutionäre Spiele werden auf einer definierten Netzwerkstruktur (Topologie) gespielt. Die Spieler der betrachteten Population sind hierbei nicht gleichwertig, sondern wählen als Spielpartner nur mit ihnen durch das Netzwerk verlinkte (verbundene) Partner aus.



Mögliche Strategien: (grün, schwarz), Parameter t stellt die „Zeit“ dar.
 $x(t)$: Anteil der Spieler, die im Zeitpunkt t die Strategie „grün“ spielen.
Die roten Verbindungslinien beschreiben die möglichen Spielpartner des Spielers

Netzwerke in der Realität

Netzwerke finden sich in den unterschiedlichsten sozialen, physikalischen und biologischen Systemen

- **Biologische Netzwerke**

- Protein- und Gennetzwerke

- **Soziale Netzwerke**

- Beziehungs- und Freundschaftsnetzwerke
- Netzwerke von Geschäftsbeziehungen und Firmenbeteiligungen
- Internetbasierte, soziale Web2.0 Netzwerke

- **Technologische Netzwerke**

- Transportnetzwerke (Flug-, Zugrouten)
- Internetverbindungen zwischen Computerservern

- **Informationsnetzwerke**

- Wissensnetzwerke, Verlinkungen von Internetseiten
- Zitationsnetzwerke von wissenschaftlichen Artikeln
- Linguistische Netzwerke

The Structure and Function of Complex Networks*

M. E. J. Newman[†]

Netzwerkstrukturen in unterschiedlichsten Systemen

	Network	Type	n	m
Social	film actors	undirected	449 913	25 516 482
	company directors	undirected	7 673	55 392
	math coauthorship	undirected	253 339	496 489
	physics coauthorship	undirected	52 909	245 300
	biology coauthorship	undirected	1 520 251	11 803 064
	telephone call graph	undirected	47 000 000	80 000 000
	email messages	directed	59 912	86 300
	email address books	directed	16 881	57 029
	student relationships	undirected	573	477
	sexual contacts	undirected	2 810	
Information	WWW nd.edu	directed	269 504	1 497 135
	WWW Altavista	directed	203 549 046	2 130 000 000
	citation network	directed	783 339	6 716 198
	Roget's Thesaurus	directed	1 022	5 103
	word co-occurrence	undirected	460 902	17 000 000
Technological	Internet	undirected	10 697	31 992
	power grid	undirected	4 941	6 594
	train routes	undirected	587	19 603
	software packages	directed	1 439	1 723
	software classes	directed	1 377	2 213
	electronic circuits	undirected	24 097	53 248
	peer-to-peer network	undirected	880	1 296
Biological	metabolic network	undirected	765	3 686
	protein interactions	undirected	2 115	2 240
	marine food web	directed	135	598
	freshwater food web	directed	92	997
	neural network	directed	307	2 359

Netzwerk-Klassen

Aufgrund ihrer unterschiedlichen Eigenschaften unterscheidet man die folgenden Netzwerk-Klassen:

i. Zufällige Netzwerke

Die einzelnen Kanten bei *zufälligen Netzwerke* werden von den Knoten (Spielern) nach einem rein zufälligen Muster ausgewählt.

ii. „Kleine Welt“-Netzwerke (small-world networks)

i. „Kleine Welt“-Netzwerke zeichnen sich durch einen kleinen Wert der durchschnittlichen kürzesten Verbindung zwischen den Knoten des Netzwerkes und einem großen Wert des Clusterkoeffizienten aus.

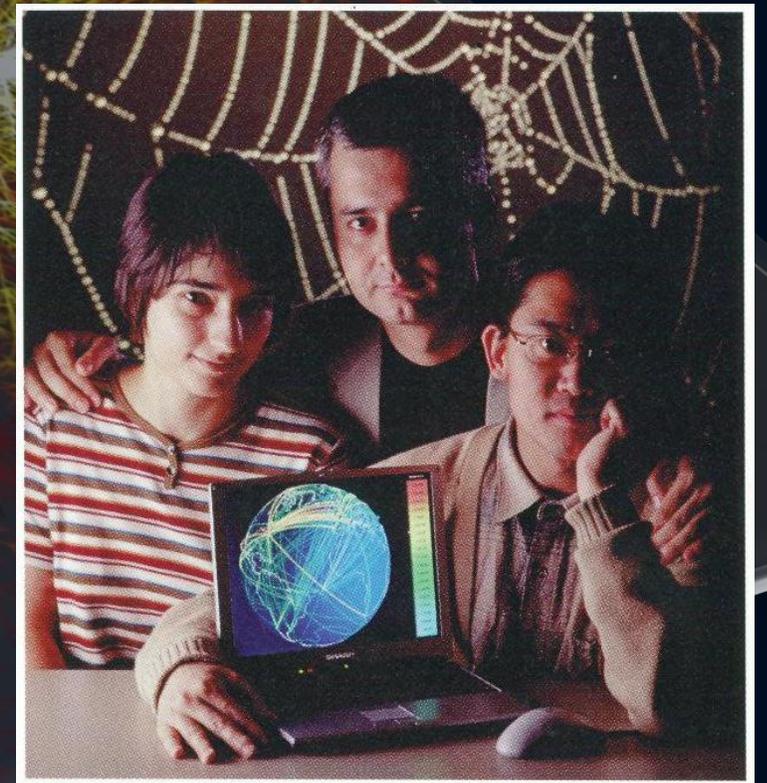
iii. Exponentielle Netzwerke

iv. Skalenfreie Netzwerke

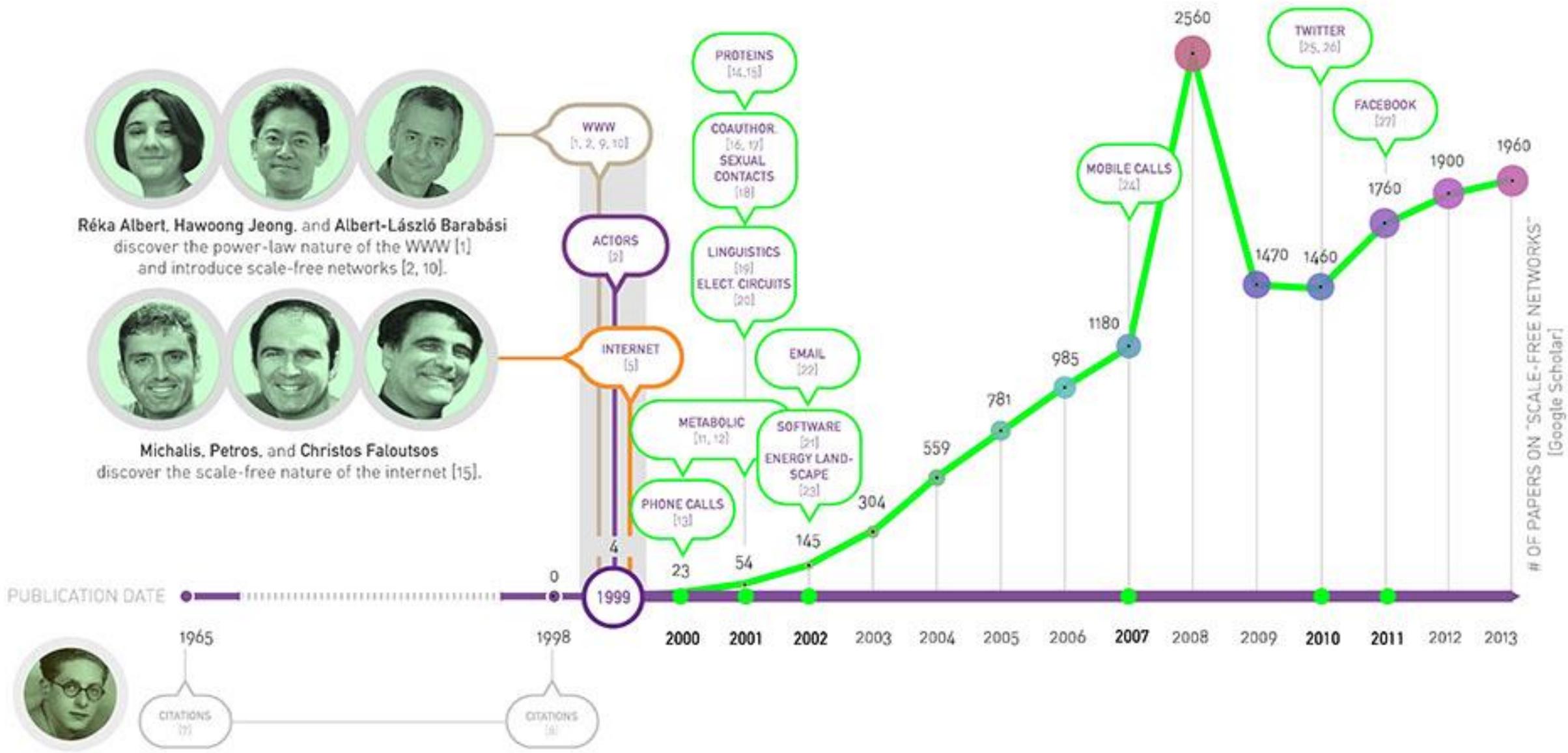
Wechselwirkungen und Struktur im Internet

Im Jahre 1999 untersuchten Albert-Laszlo Barabasi und Mitarbeiter die topologische Struktur des Internets (WWW)

A photo taken for Business 2.0 magazine in 2000, showing Reka Albert, Hawoong Jeong and Albert-Laszlo Barabasi, soon after our publication of the paper on the topology of the WWW.
(see <http://networksciencebook.com/>)



Viele der folgenden Abbildungen sind aus dem frei zugänglichen Buch „Network Science“ von Albert-Laszlo Barabasi entnommen.
<http://networksciencebook.com/>



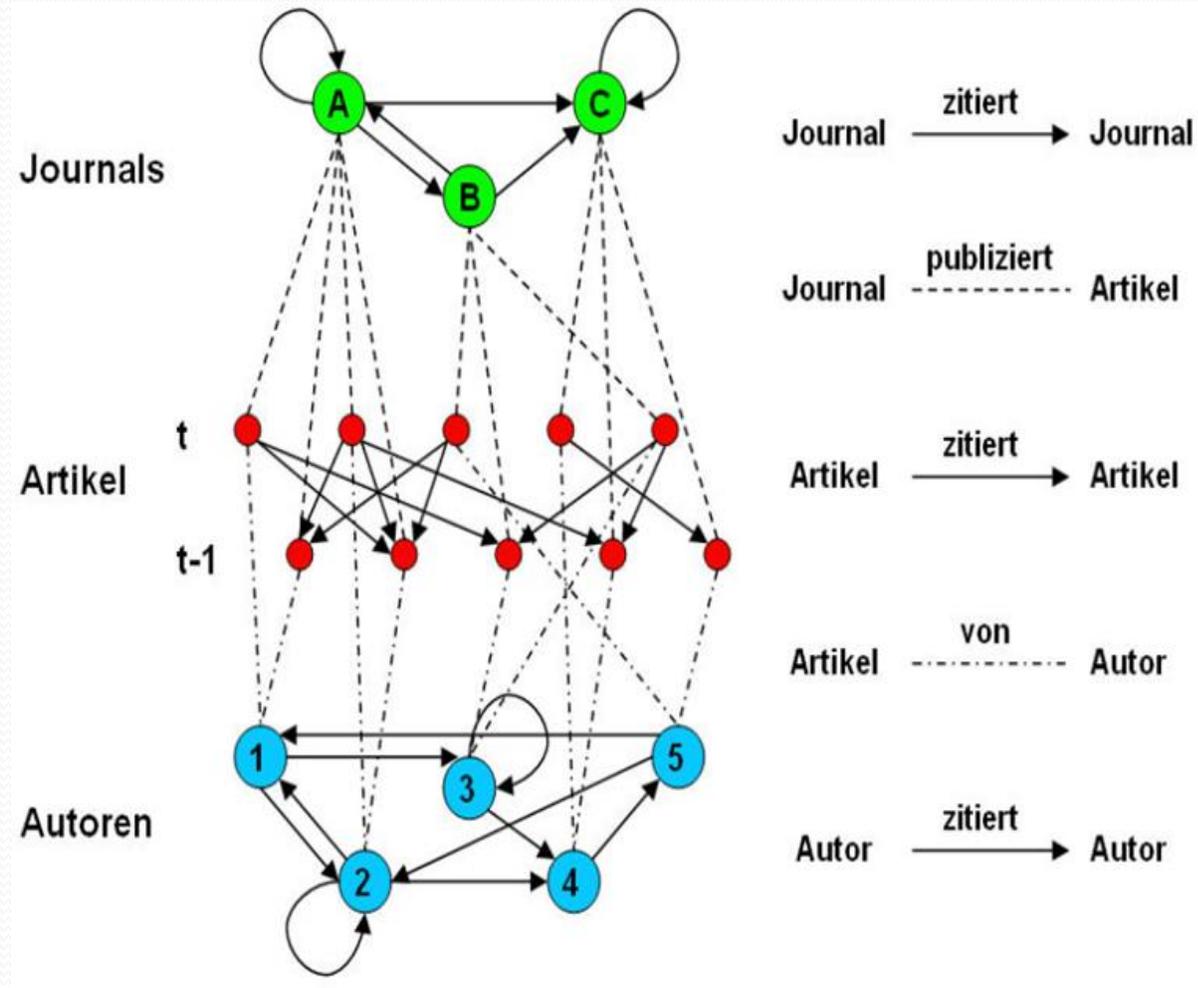
Réka Albert, Hawoong Jeong, and Albert-László Barabási
 discover the power-law nature of the WWW [1]
 and introduce scale-free networks [2, 10].

Michalis Petros, and Christos Faloutsos
 discover the scale-free nature of the internet [15].

Derek de Solla Price (1922 - 1983)
 discovers that citations follow a power-law
 distribution [7], a finding later attributed to the
 scale-free nature of the citation network [2].

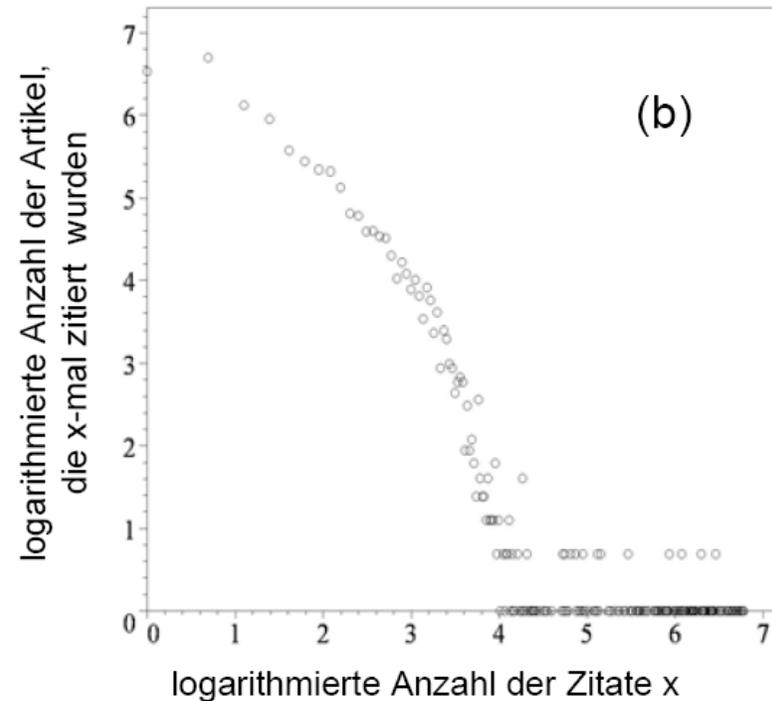
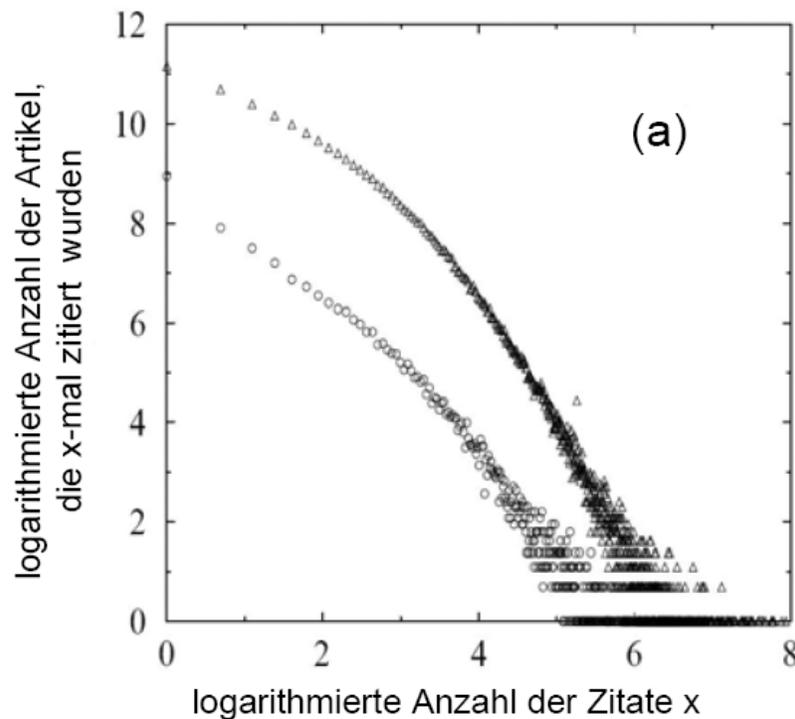
Skalenfreie Netzwerke auch in vielen weiteren
 sozio-ökonomischen und biologischen Systemen

Schematische Darstellung des implementierten Zitationsnetzwerks



Vergleich des simulierten Artikelnetzwerks mit empirischen Daten

Das auf der Artikelebene simulierte Zitationsnetzwerk (Abbildung b) stimmt gut mit der in Realität beobachteten Netzwerkstruktur (Abbildung a) überein. In Abbildung a sind die Zitationsnetzwerke der Zeitschrift *Physical Review D* und der Datenbank *ISI (Institute of scientific Information)* aufgetragen.



Formation von „Communities“

<http://networksciencebook.com/chapter/9>

Defining Communities

Our sense of communities rests on a second hypothesis (Image 9.4):

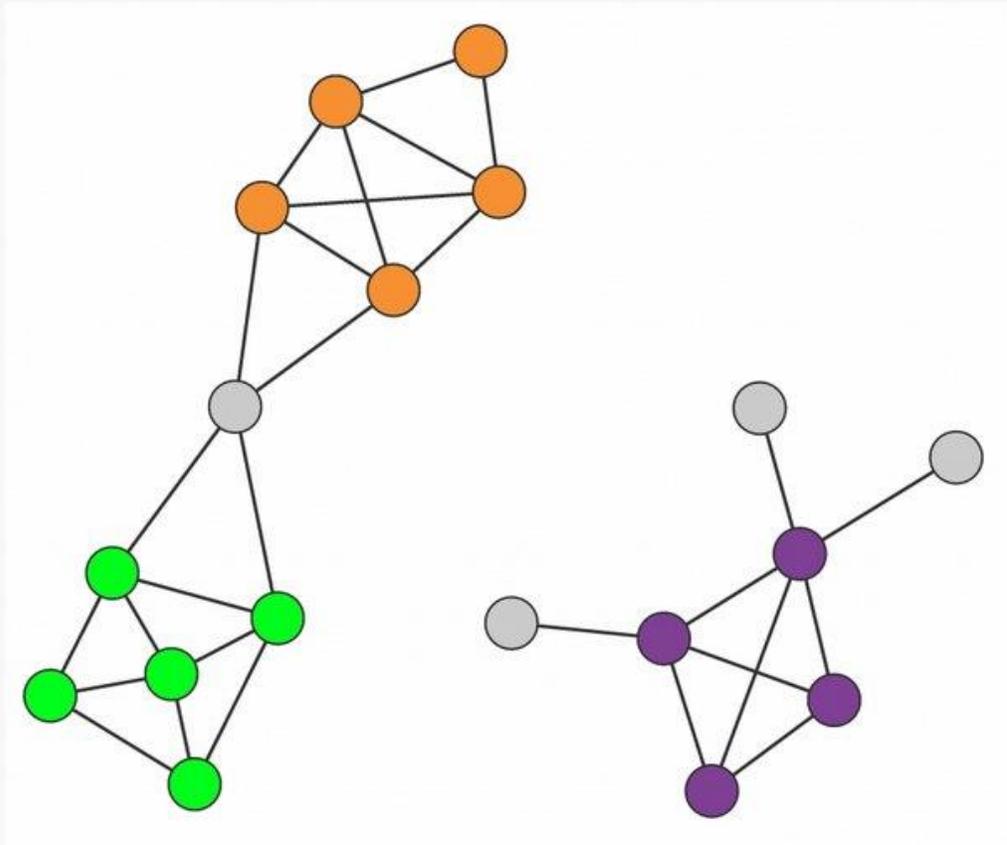


Image 9.4

Connectedness and Density Hypothesis

Communities are locally dense connected subgraphs in a network. This expectation relies on two distinct hypotheses:

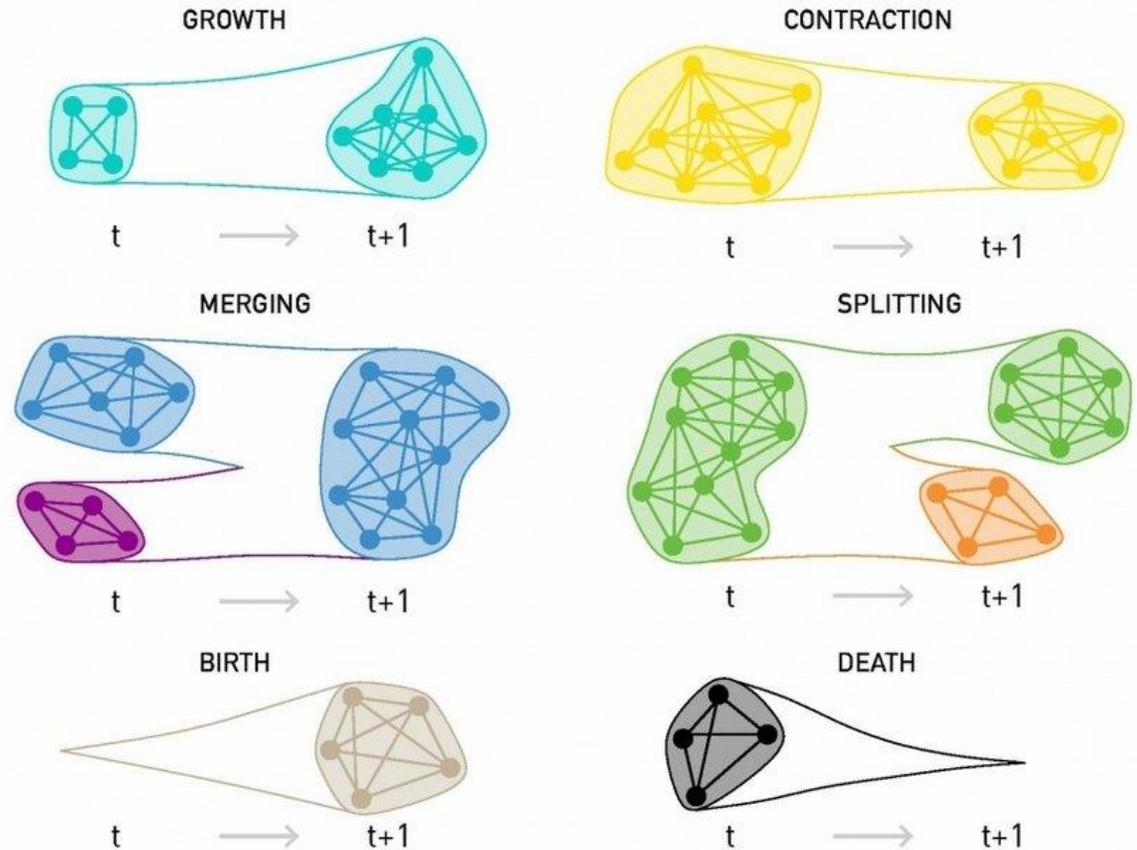


Image 9.31

Evolving Communities

When networks evolve in time, so does the underlying community structure. All changes in community structure are the result of six elementary events in the life of a community, illustrated in the figure: a community can grow or contract; communities can merge or may split; new communities are born while others may disappear. After [50].

Netzwerke in der Biologie

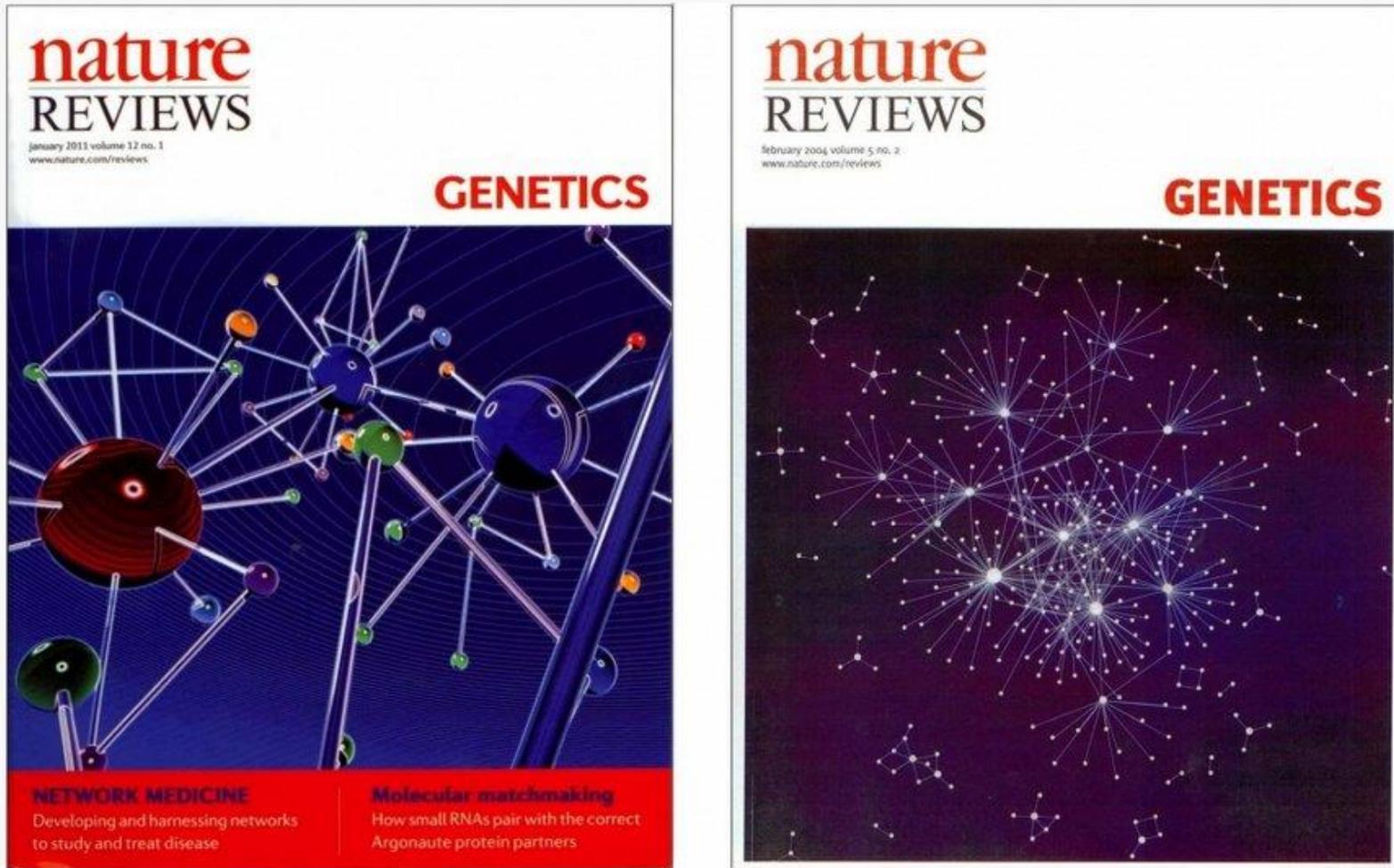


Image 1.5

Network Biology and Medicine

The cover of two issues of *Nature Reviews Genetics*, the leading review journal in genetics. The journal has devoted exceptional attention to the impact of networks: the 2004 cover focuses on *network biology* [8] (top), the 2011 cover discusses *network medicine* [9] (bottom).

Ausfall von einzelnen Knoten

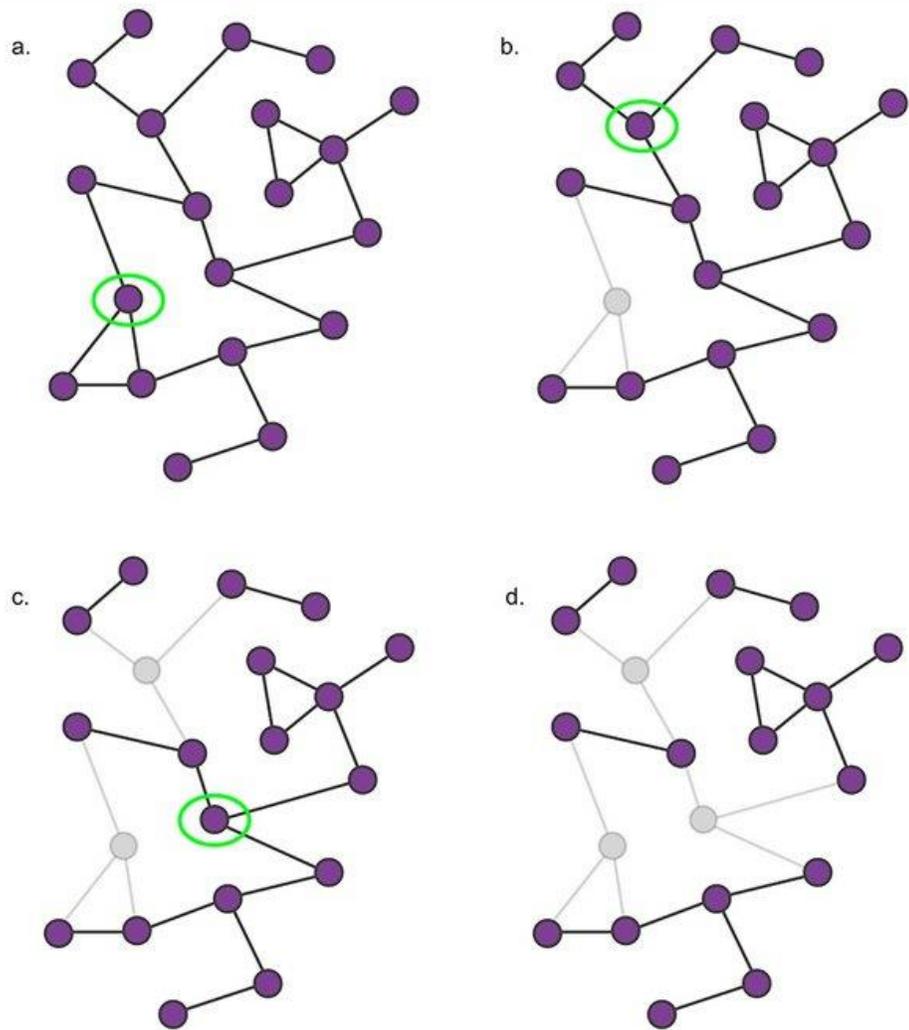


Image 8.3

The Impact of Node Removal

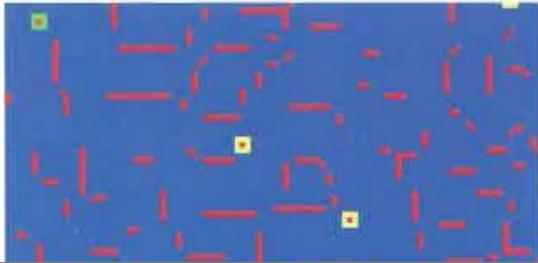
The gradual fragmentation of a small network following the breakdown of its nodes. In each panel we remove a different node (highlighted with a green circle), together with its links. While the removal of the first node has only limited impact on the network's integrity, the removal of the second node isolates two small clusters from the rest of the network. Finally, the removal of the third node fragments the network, breaking it into five non-communicating clusters of sizes $s = 2, 2, 2, 5, 6$.



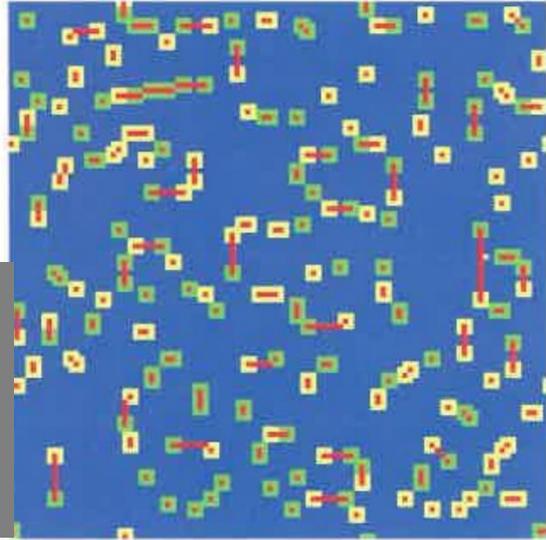
<http://networksciencebook.com/chapter/8>

Spatial Games

$b=1.10$

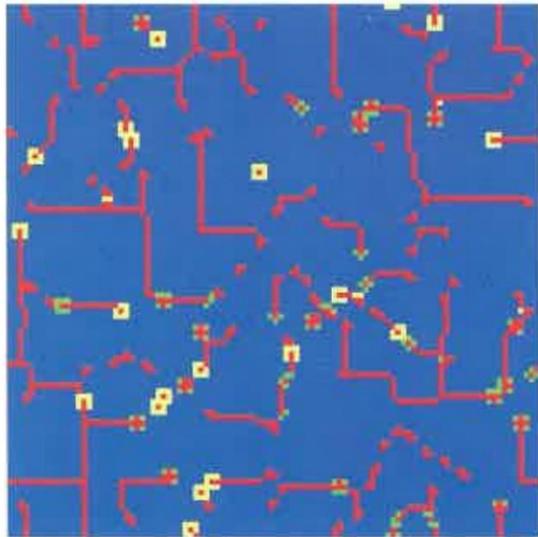


$b=1.15$

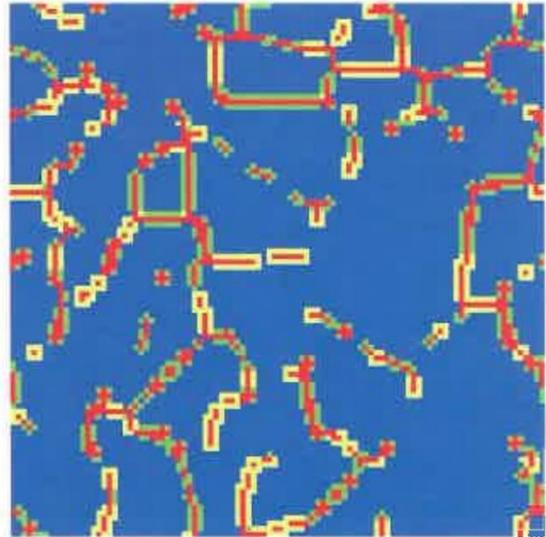


Martin A. Nowak,
Evolutionary Dynamics -
Exploring the Equations
of Life, 2006

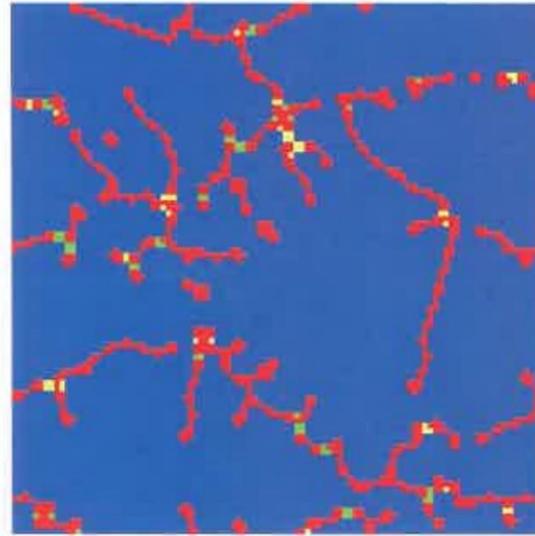
$b=1.24$



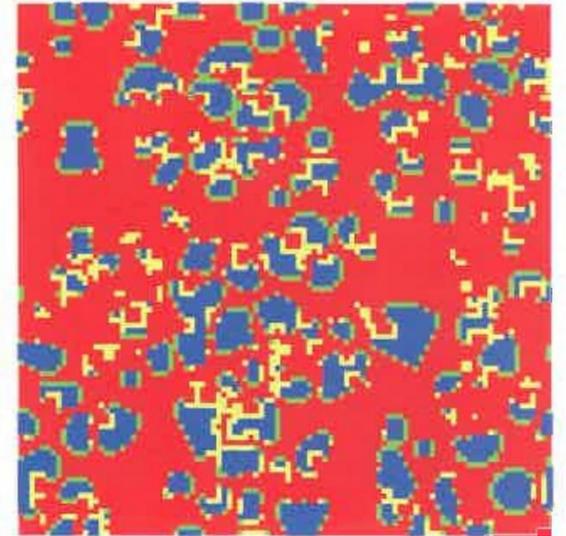
$b=1.35$



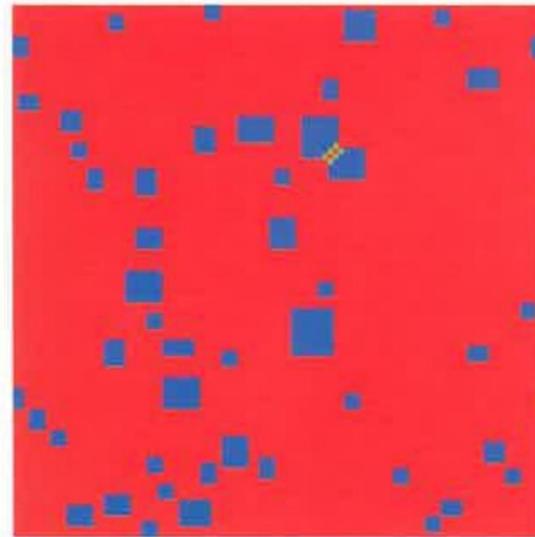
$b=1.55$



$b=1.65$

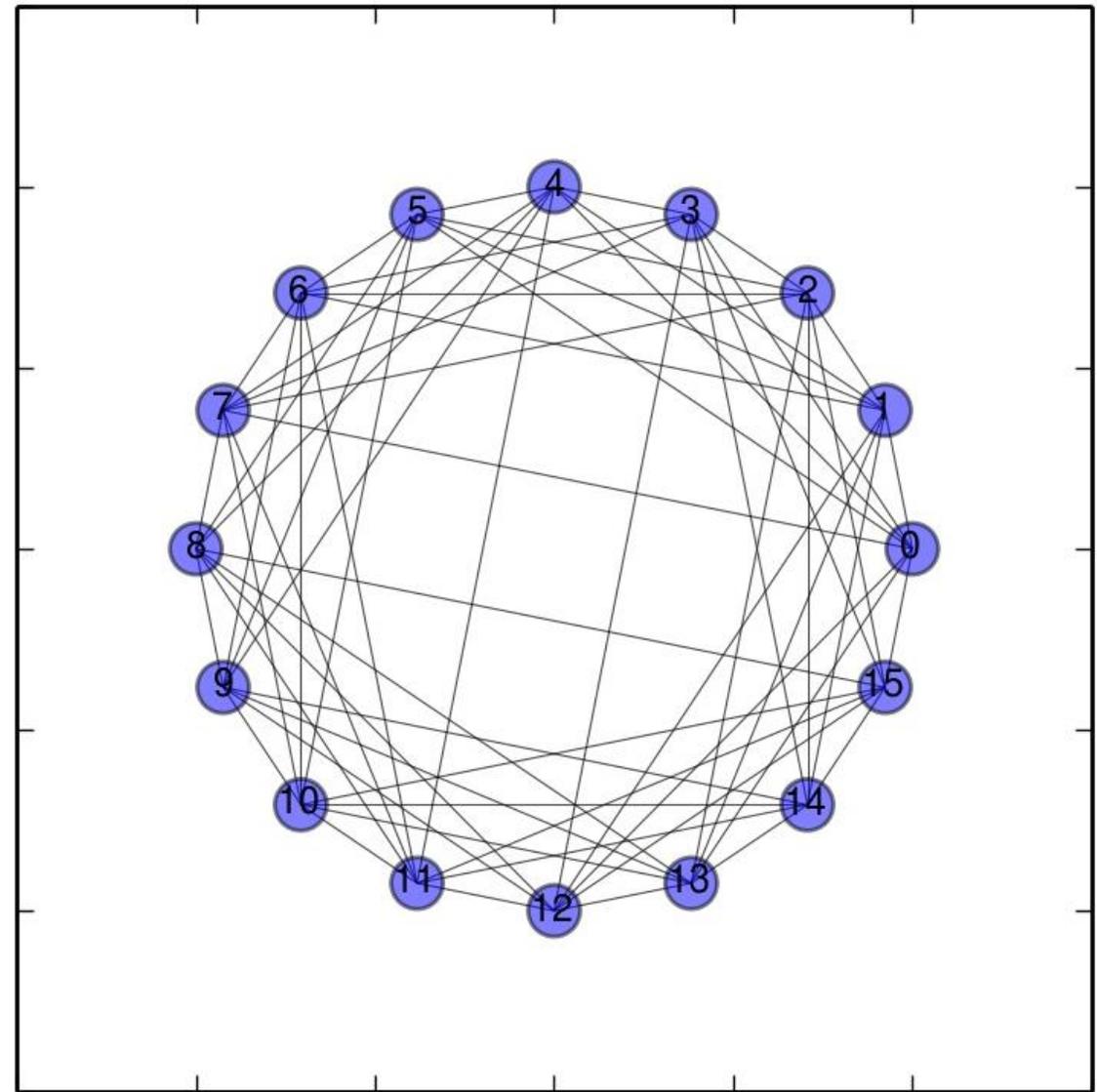
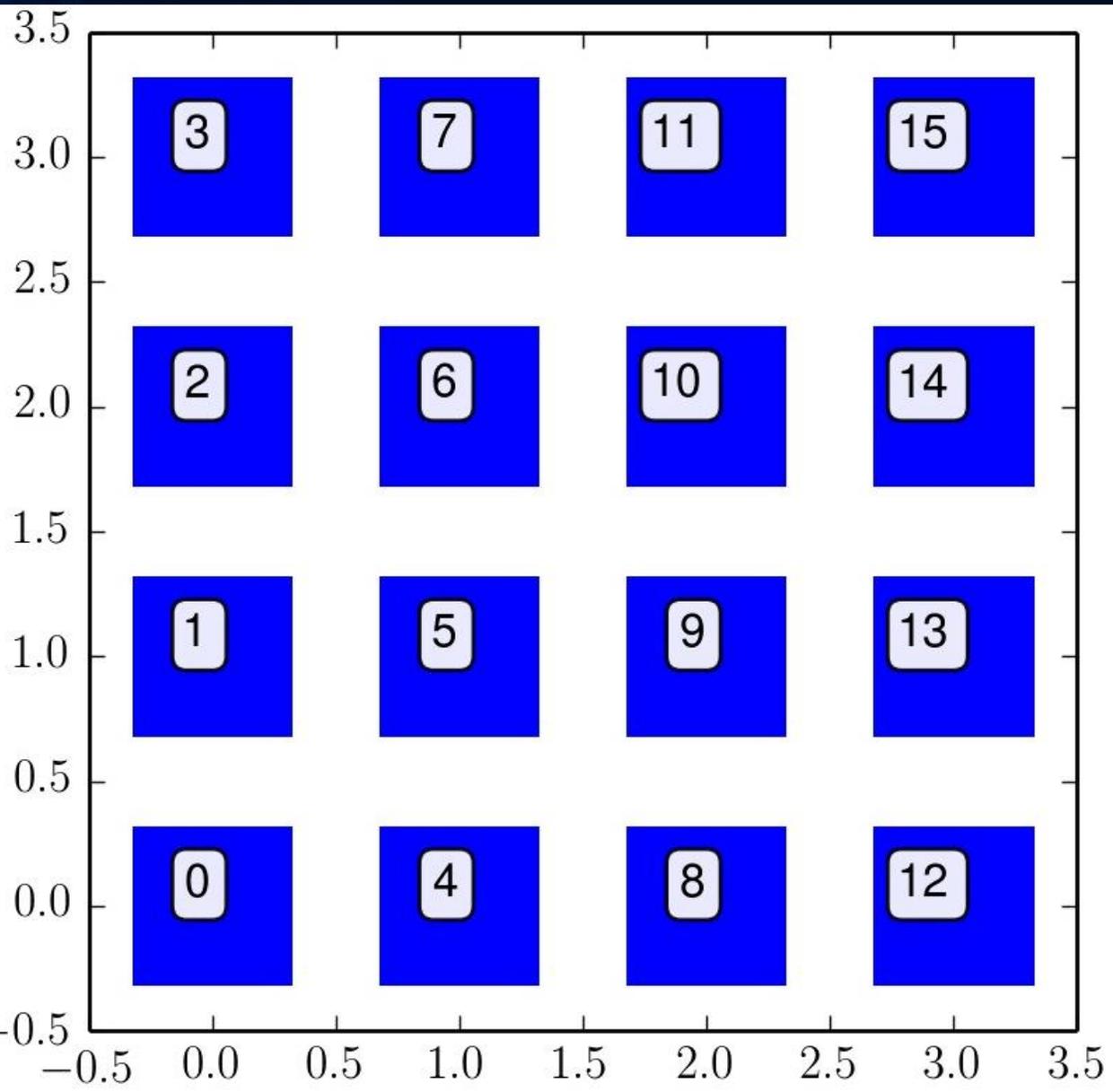


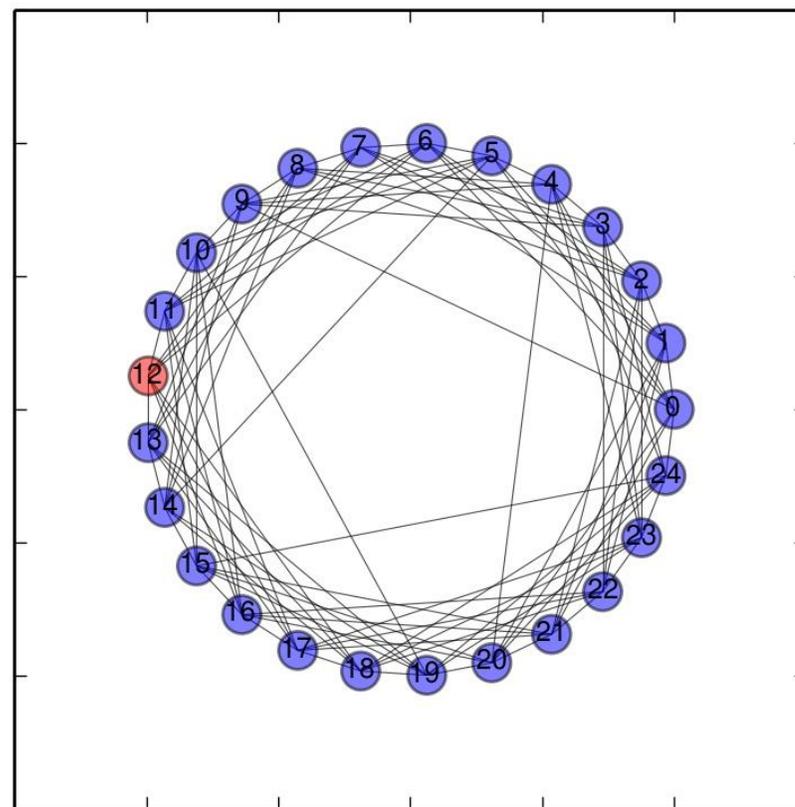
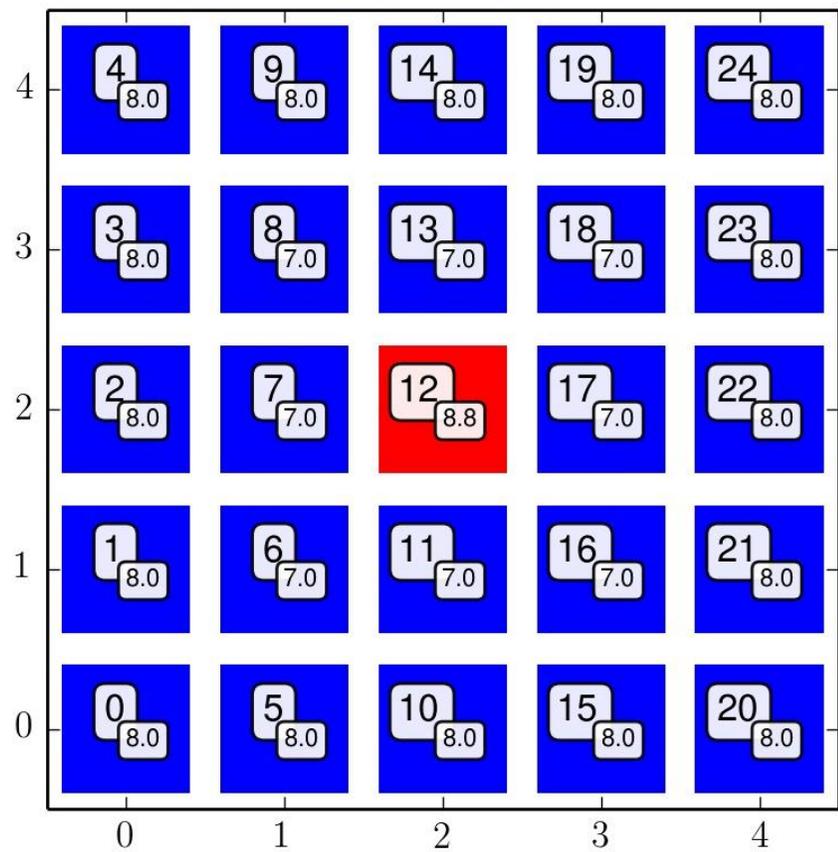
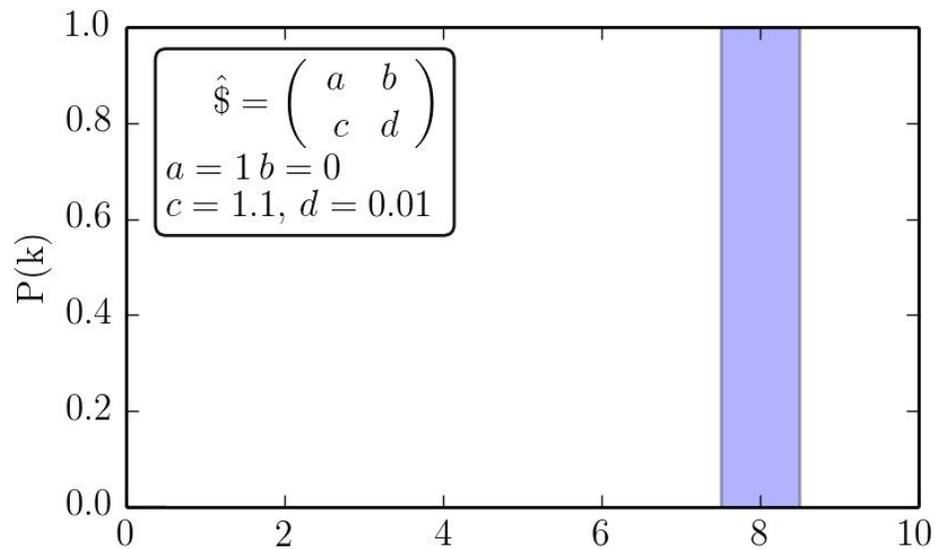
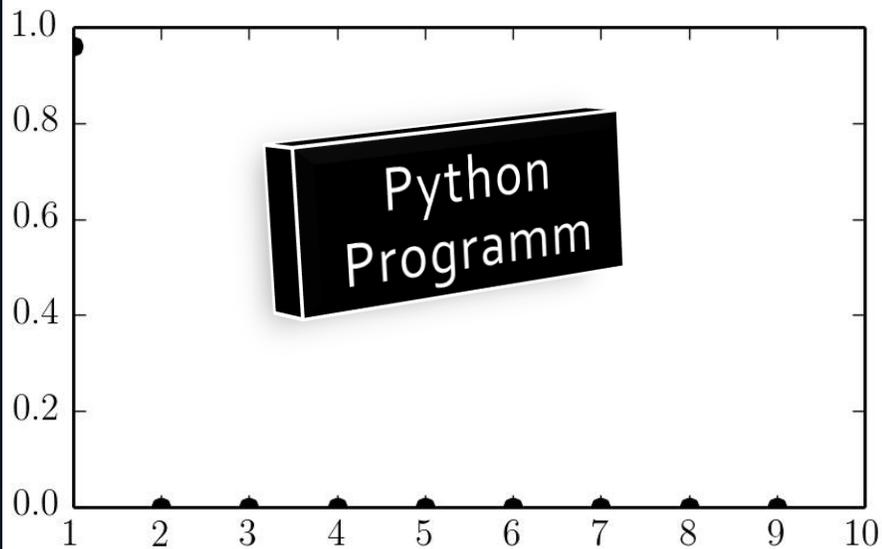
$b=1.70$



$$\begin{matrix} C & D \\ C & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & \epsilon \end{pmatrix} \\ D & \end{matrix}$$

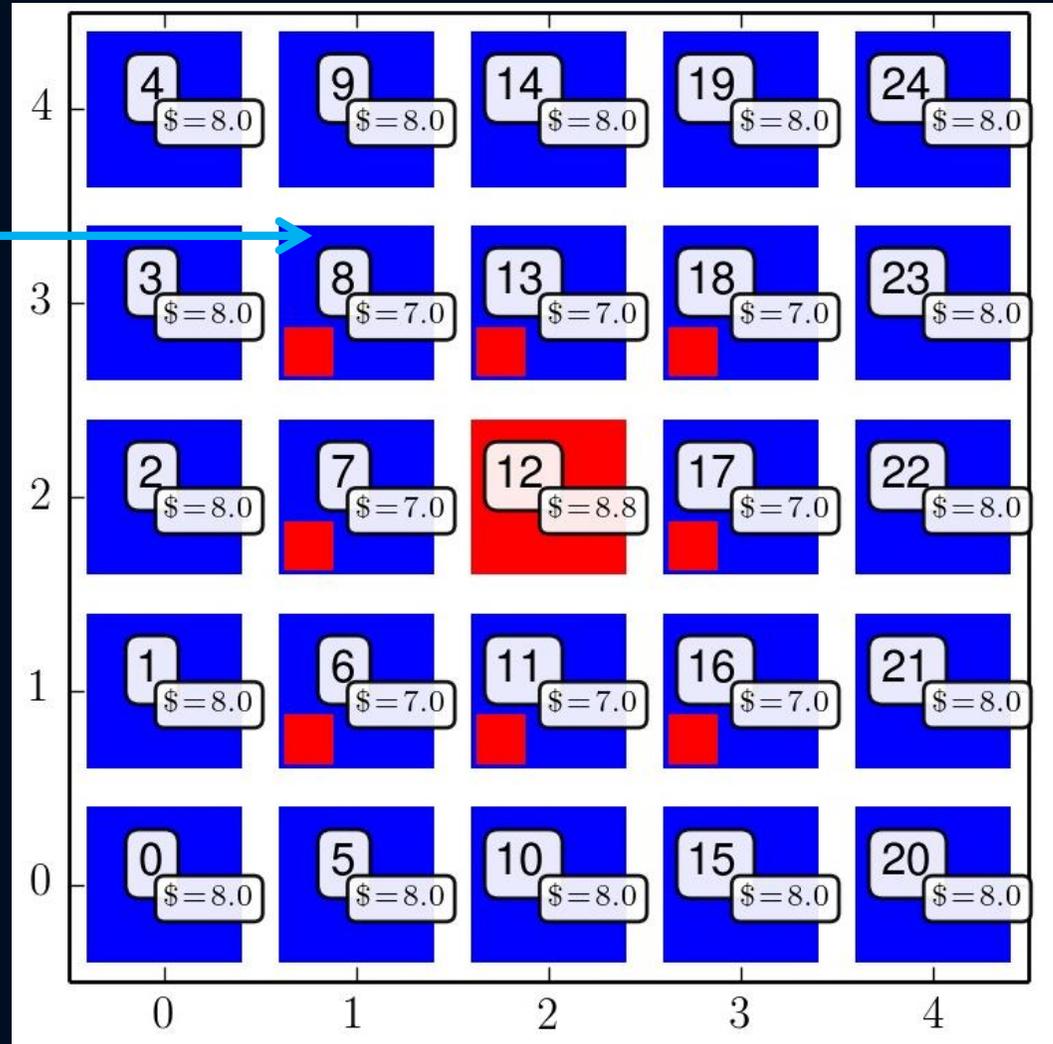
Moore's Neighborhood





Python Programm Spatial Games

In diesem Python Programm wird die Menge der Spieler (hier $N=24$) auf einem 2D-Gitter mit Moorschen Nachbarschaftsbedingungen angeordnet (siehe S:147 in M.A.Nowak, „Evolutionary Dynamics“). In jeder Iterationsperiode spielt jeder Spieler mit seinen nächsten Nachbarn ein symmetrisches (2x2)-Spiel. Am Ende einer Periode vergleicht jeder Spieler seinen Gesamtgewinn mit seinen Nachbarn und bestimmt in einem „Update Rule“ seine Strategie in der nächsten Spielperiode.



Die rechte Simulation benutzte die folgenden Werte der Auszahlungsmatrix (siehe linke Abb.): $a=1$, $b=0$, $c=1.1$ und $d=0.01$

Beachte!: Definition von b und c ist in M.A.Nowak, „Evolutionary Dynamics“ vertauscht.

	Spieler B Strategie 1 $y=1$	Spieler B Strategie 1 $y=0$
Spieler A Strategie 1 $x=1$	(a , a)	(b , c)
Spieler A Strategie 2 $x=0$	(c , b)	(d , d)

Update Rules und der Entscheidungsprozess

Spieler mit Knotennummer 8 hatte in der aktuellen Periode Strategie „blau“ gespielt und eine gesamte Auszahlung von $\$=7$ erhalten. Er wird in der nächsten Periode „rot“ spielen (siehe kleines rotes Kästchen), da einer seiner nächsten Nachbarn (Knoten 12) eine höhere Auszahlung als er hatte und dieser die Strategie „rot“ spielte.

A game-theoretic approach of the evolutionary paths of carbon dioxide consumers under social/moral pressure

	H	L
H	$(B_H - \beta d, B_H - \beta d)$	$(B_H - d, B_L + \alpha d)$
L	$(B_L + \alpha d, B_H - d)$	$(B_L + \gamma d, B_L + \gamma d)$

The disutility parameter d models a potential moral/social pressure which in principle can change over time. The impact of a sudden increase of the value of this disutility can change the game class of the underlying game.

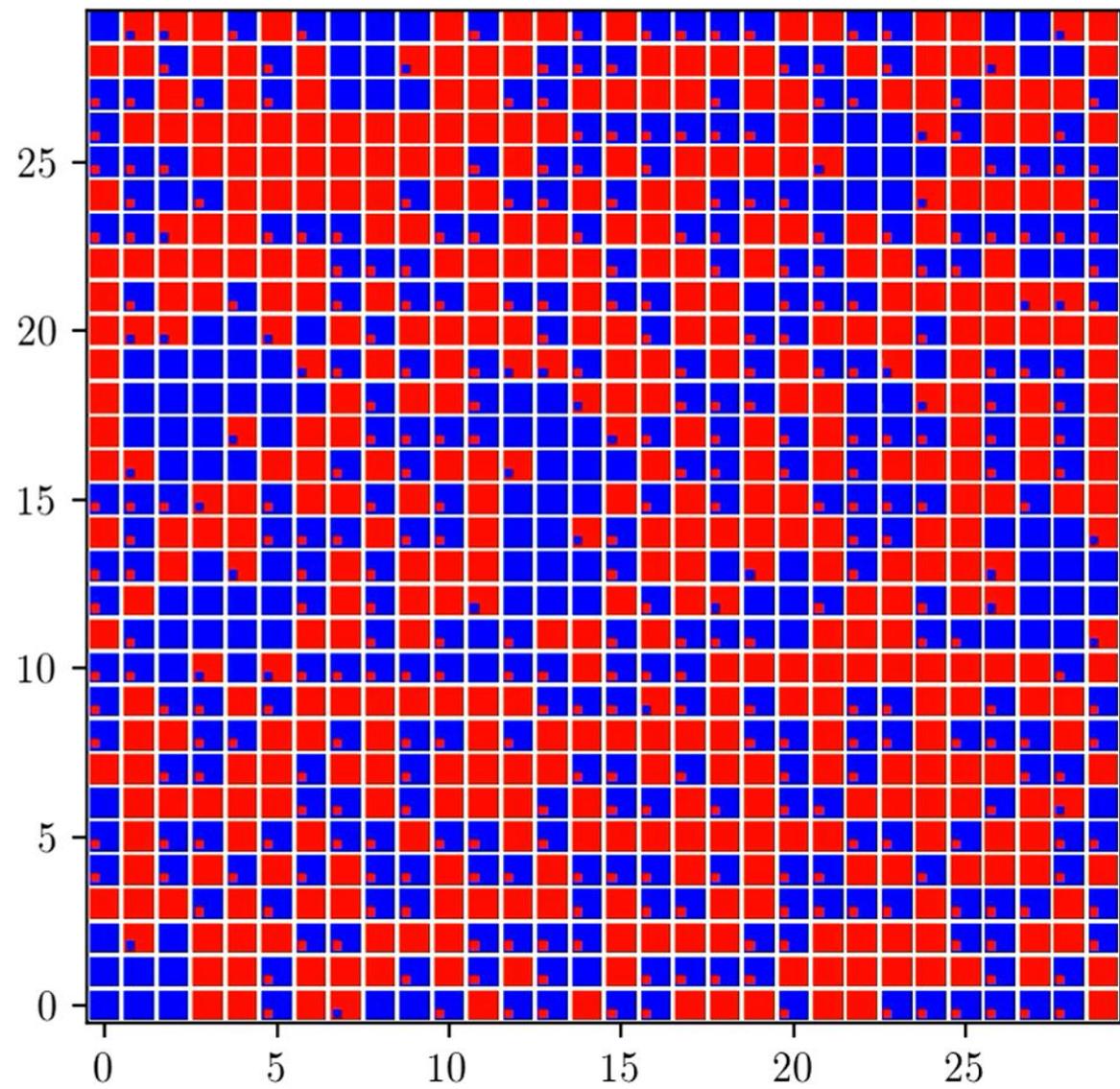
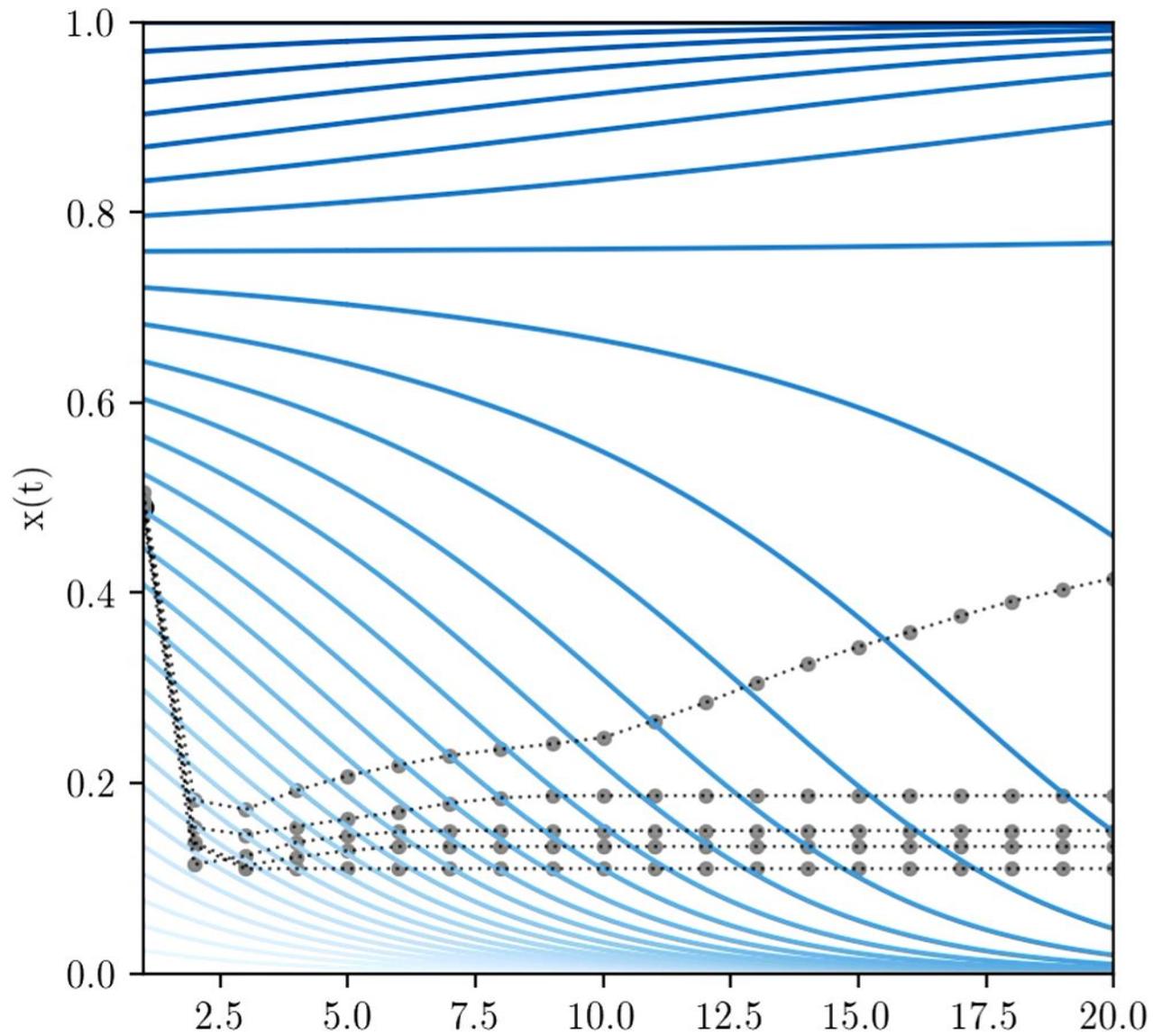
Wie entwickelt sich der Populationsvektor $x(t)$? Welche Spielklassen sind möglich?

For details see a draft of a new paper:
<http://fias.uni-frankfurt.de/~hاناuske/new/tmp/paper.pdf>

Within the evolutionary extension of the CO₂-consumers game, each player daily selects one game partner out of his/her social neighborhood and discusses the two options of the specific subgame and fixes his/her individual choice for the next day. The Table summarizes the payoff structure of the underlying (2×2) game. In contrast to common payoff matrices of games, we have focused on a non-monetary utility formulation. B_H, B_L : quantifies the non-monetary benefit a person gains in the case of choosing the strategy H (L) and as a result emitting a high (low) amount of carbon dioxide.

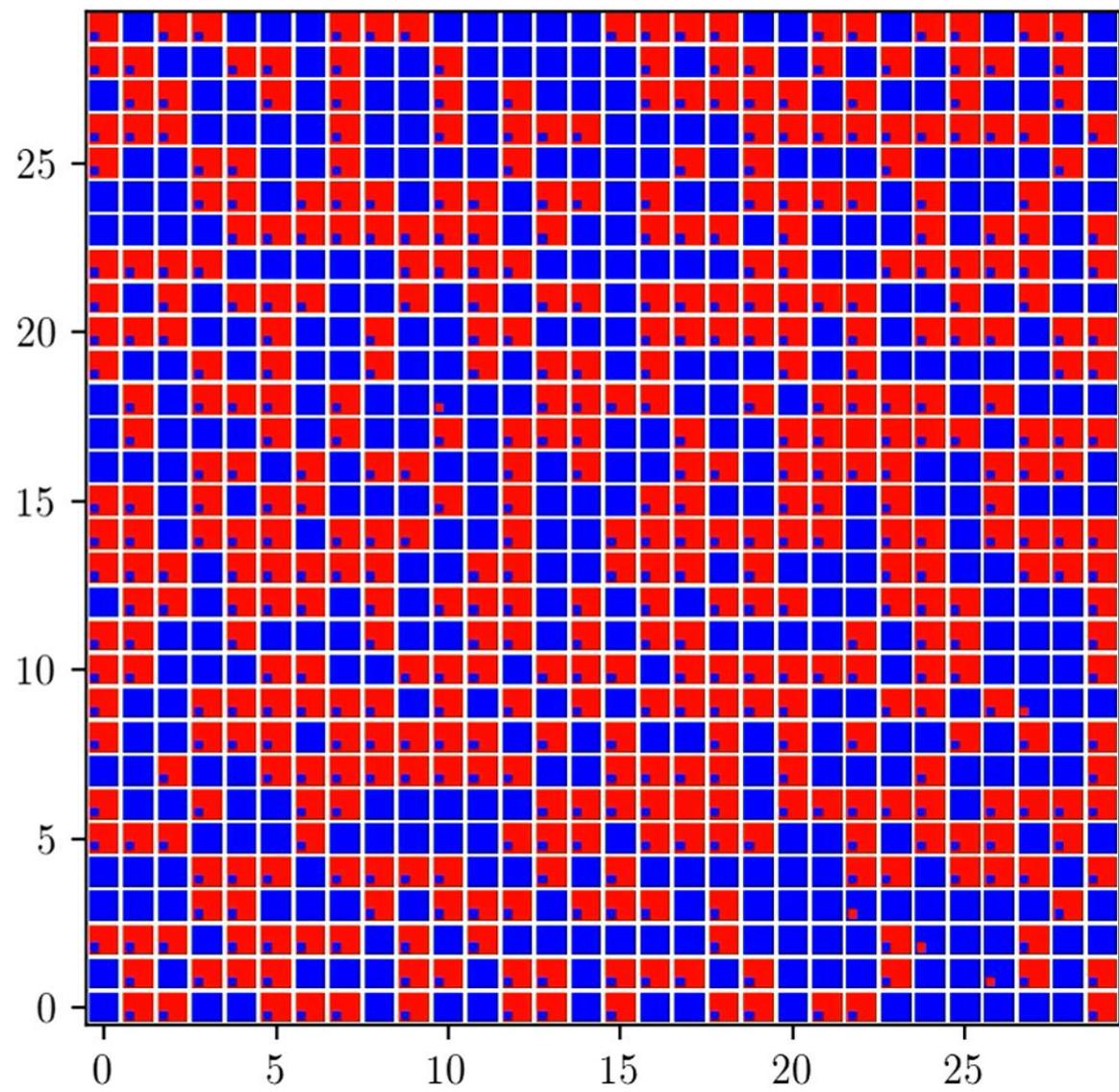
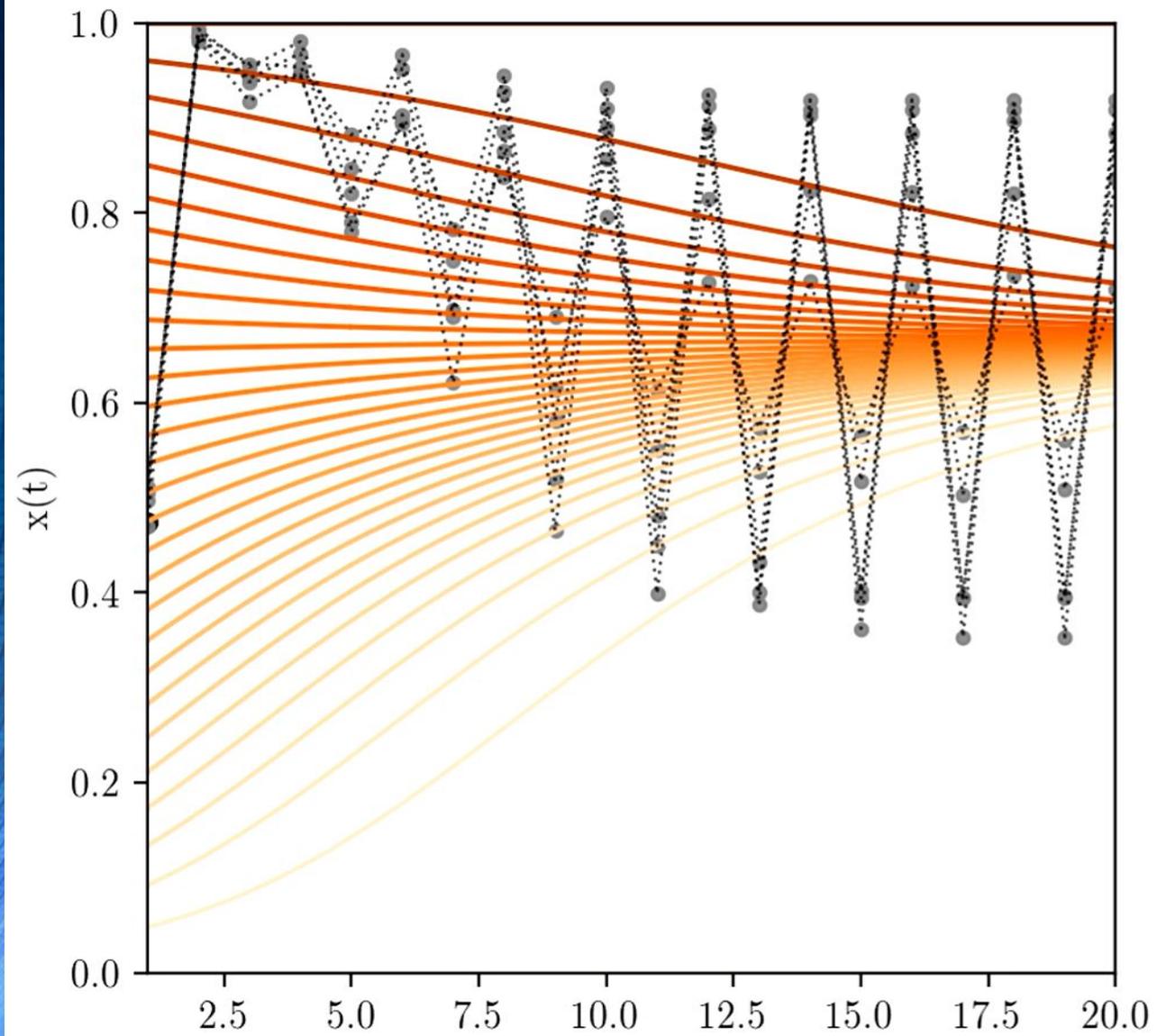
Spatial Games

Case 1: $d=2.35$



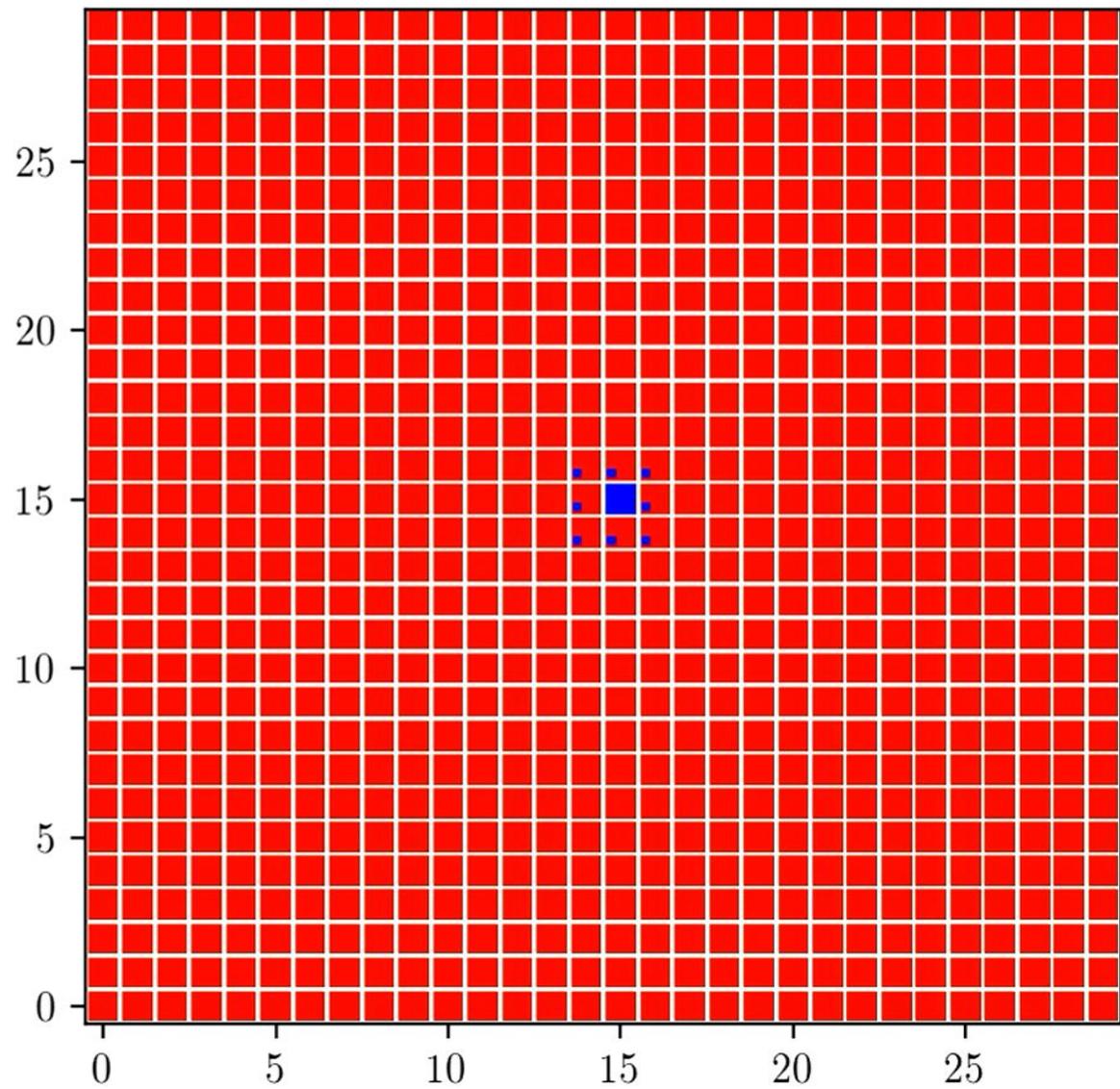
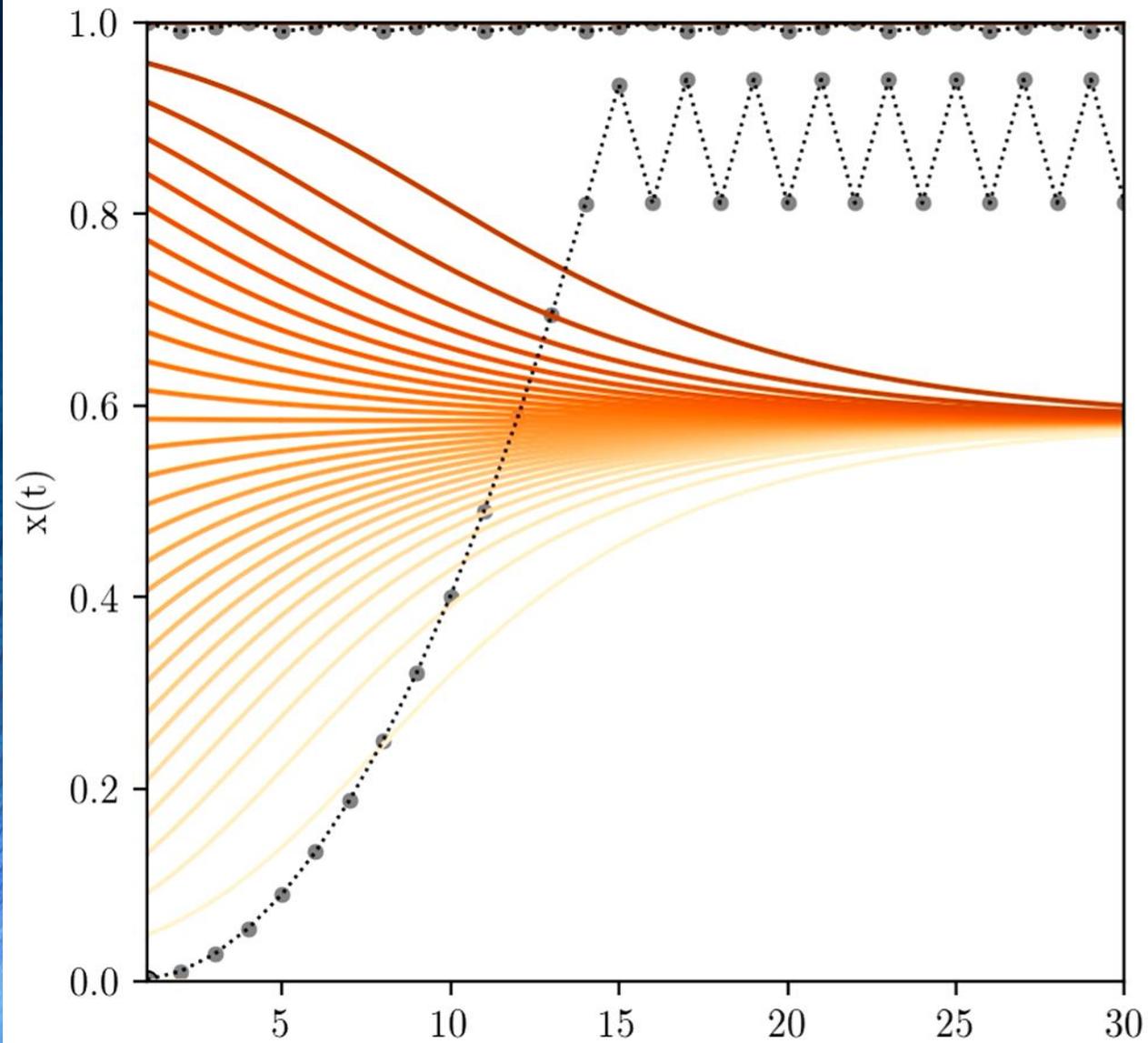
Spatial Games

Case 3: $d=1.5$



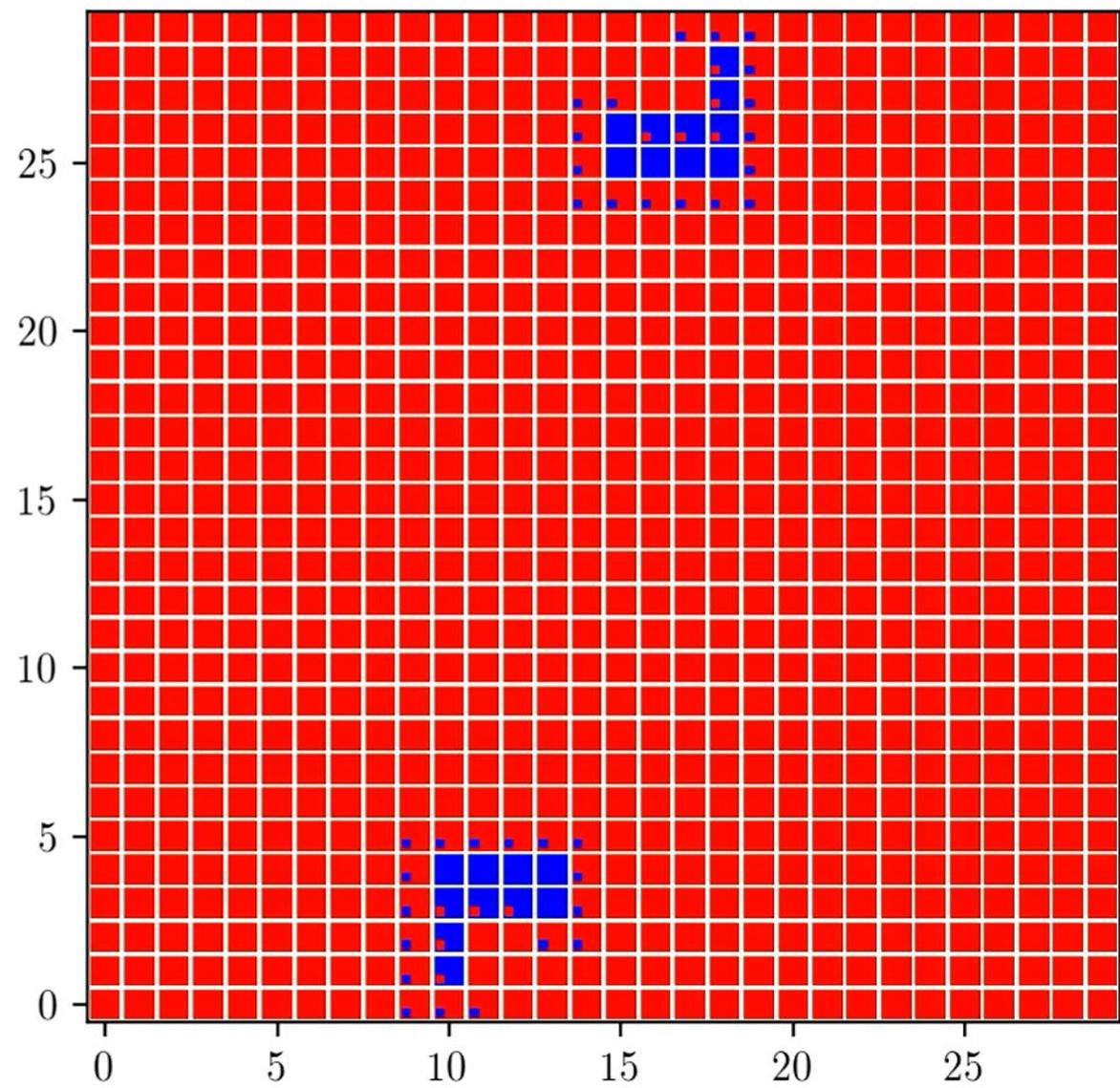
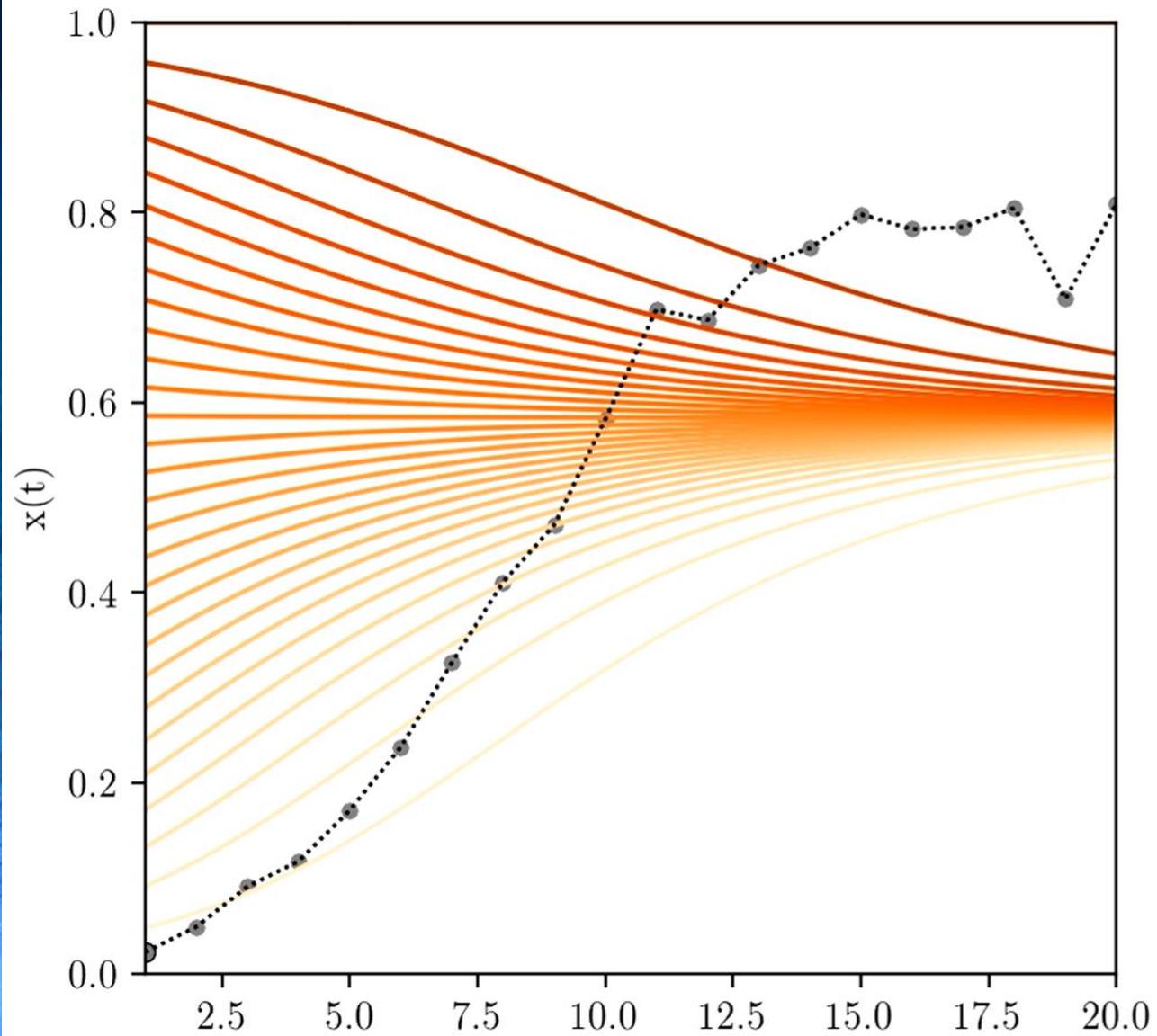
Spatial Games

Case 3: $d=1.5$



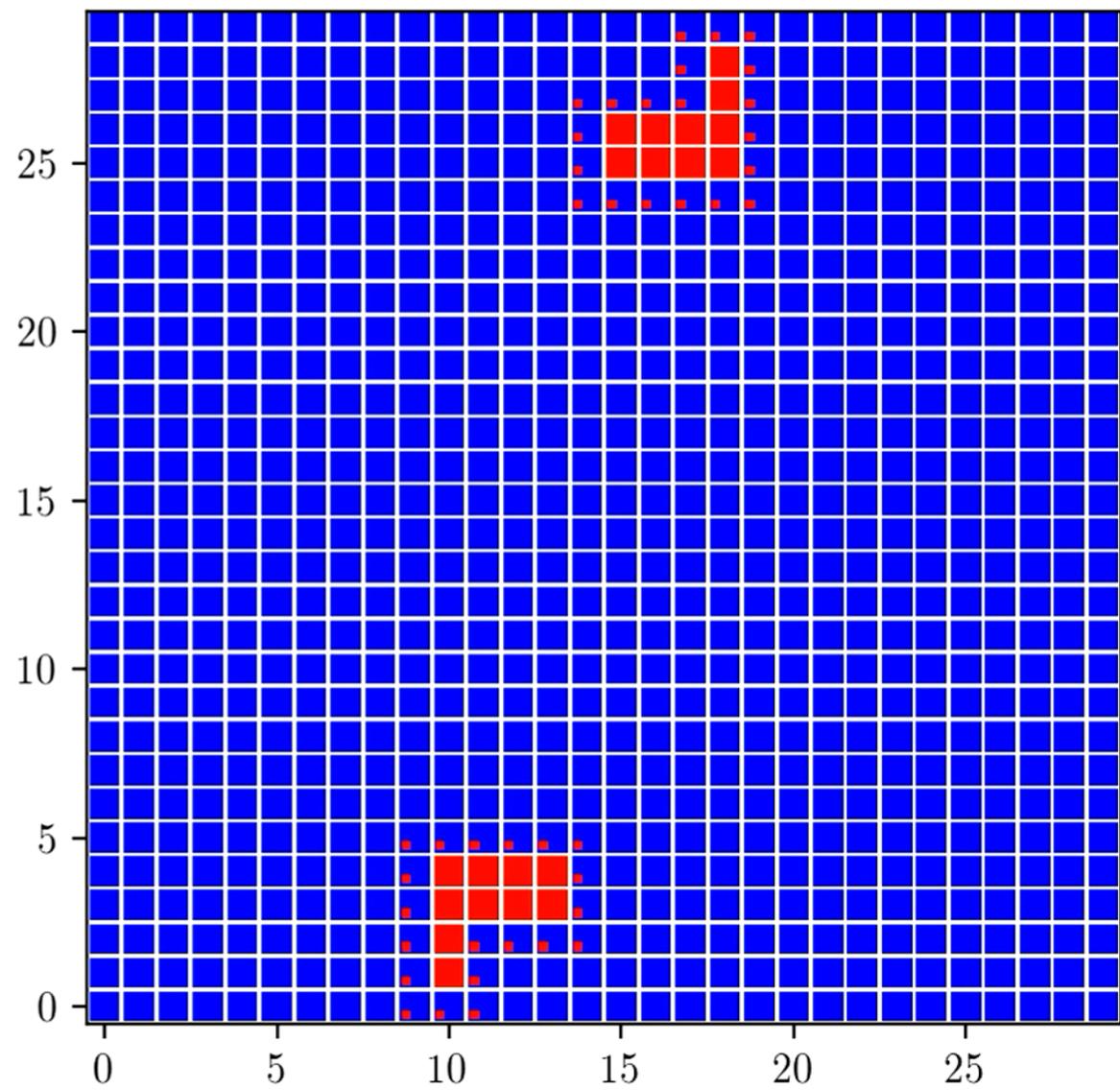
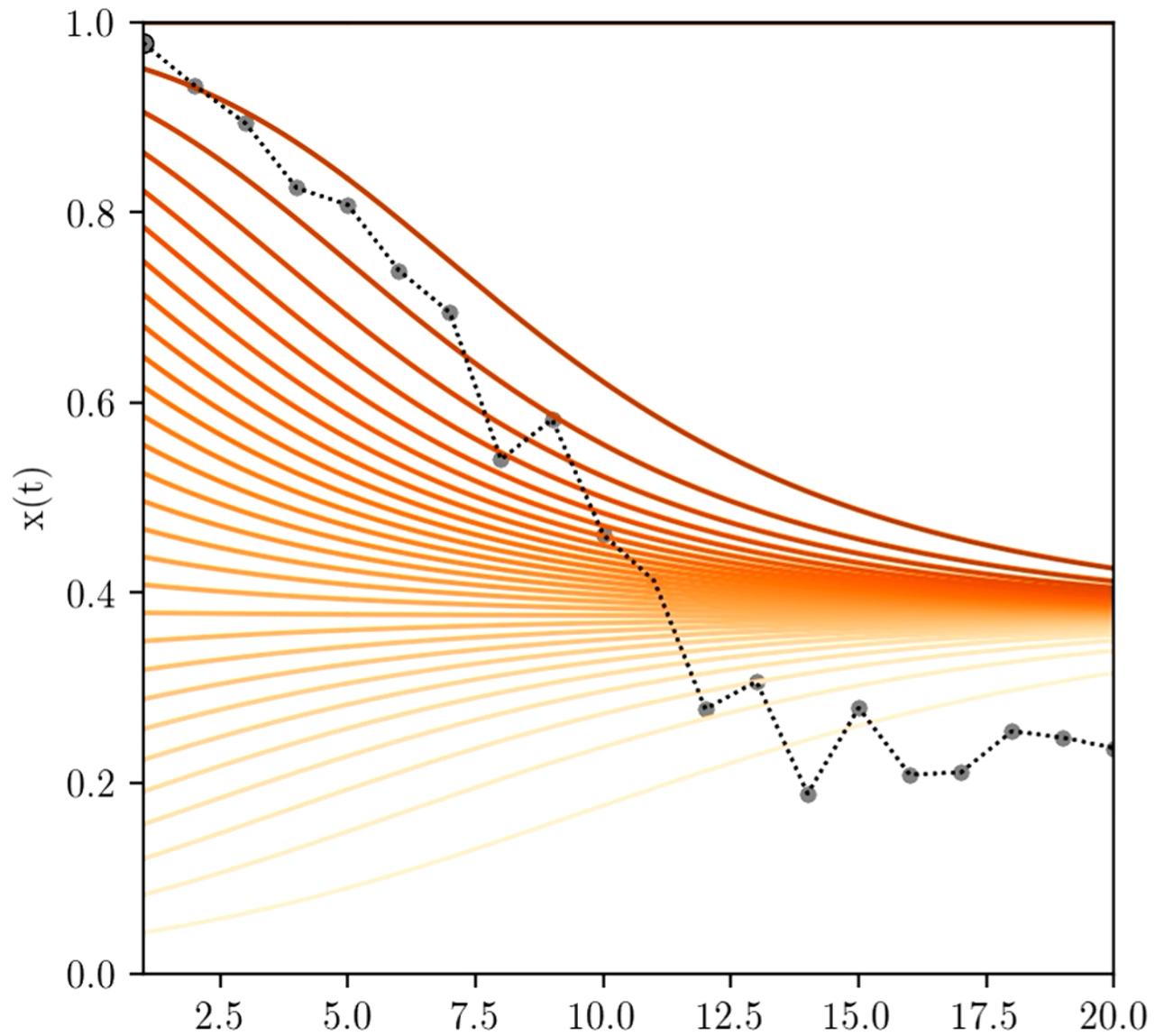
Spatial Games

Case 3: $d=1.5$



Spatial Games

Case 3: $d=1.6$



Einführung in die Quanten-Spieltheorie

Komplexe Zahlen

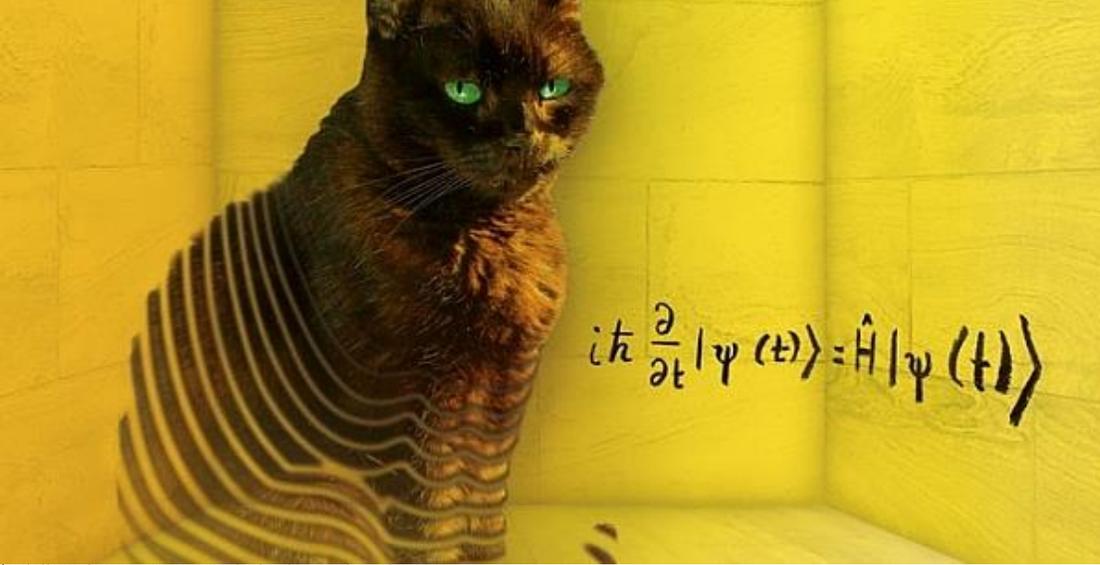
G.W.Leibniz (1702)

“...sind eine feine und wunderbare
Zuflucht des menschlichen
Geistes, beinahe ein Zwitterwesen
zwischen Sein und Nichtsein”

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = \hat{H} |\psi(t)\rangle$$



Der Quantenzustand und die Schrödinger-Gleichung



Die Quantentheorie stellt eine gänzlich neue Formulierung der Physik dar. Bei der mathematischen Konstruktion dieser neuen Theorie stand man vor dem Dilemma, dass man einerseits daran gebunden ist, jedes physikalische Experiment in den Begriffen der klassischen Physik zu beschreiben, andererseits benötigte man neue, nicht klassische Elemente innerhalb der Theorie, um z.B. den Welle-Teilchen-Dualismus oder nichtlokale Eigenschaften von Teilchen äquivalent zu beschreiben. Am Ende dieser Entwicklung stand ein vollkommen neues Gerüst einer mathematischen Beschreibung, welches z.B. mittels der "Kopenhagener Deutung der Quantentheorie" interpretiert und verstanden wurde.

2) Die Schrödinger-Gleichung

Wie in der Einleitung erläutert, wird in der quantenmechanischen Beschreibung ein apriorischer Zustand Ψ des Teilchens definiert. Wie beschreibt man nun diesen Zustand eines Quantenobjektes mathematisch? Einerseits soll die zeitliche Entwicklung dieses Zustandes keine wirkliche, reale Abfolge von Ereignissen darstellen - eher eine Tendenz der Entwicklung. Der Zustand soll einer Wahrscheinlichkeitsbeschreibung von meßbaren Ereignissen dienen aber paradoxerweise selbst nicht real und empirisch fassbar sein. Die mathematische Beschreibung einer solchen Zustandsfunktion benutzt neben der realen Zahlenwelt auch die imaginären Zahlen und beschreibt den Zustand des Teilchens in einem komplexwertigen sog. Hilbertraum $\Psi \in \mathcal{H}$. Im Moment der Messung kollabiert dieser Zustand zu einer beobachtbaren Eigenschaft des Teilchens und diese observable Größe des Zustandes wird real. In diesem Unterpunkt wird die wichtigste Gleichung der nichtrelativistischen Quantenmechanik (die sog. Schrödinger-Gleichung) vorgestellt und diversen Beispielen erläutert. Die Schrödinger-Gleichung beschreibt wie sich die Zustandsfunktion eines Quantenobjektes $\Psi(\vec{r}, t)$ zeitlich verändert und bestimmt zusätzlich ihr räumliches Verhalten unter Einwirkung einer Kraft, die durch ein Potential $V(\vec{r}, t)$ hervorgerufen wird. Sie besitzt das folgende Aussehen:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(\vec{r}, t) \quad \text{wobei:} \quad \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{r}, t)$$

\hat{H} ist der sog. Hamiltonoperator und $\Delta = \vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ der Laplace-Operator.

Unter der Annahme, dass das Potential nicht von der Zeit abhängt ($V(\vec{r}, t) = V(\vec{r})$), lässt sich die Schrödinger-Gleichung mittels des Produktansatzes $\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \cdot f(t)$ in die sog. stationäre (zeitunabhängige) Schrödinger-Gleichung umschreiben:

$$\hat{H} \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}) \quad \text{mit:} \quad \Psi(\vec{r}, t) = \underbrace{\psi(\vec{r})}_{f(t)} e^{-\frac{iE}{\hbar} t},$$

wobei E die Energie des Zustandes darstellt.

Elinor Ostrom (Nobel Prize 2009), “Collective Action and the Evolution of Social Norms”, The Journal of Economic Perspectives, Vol. 14, No. 3 (2000), pp. 137-158

“Face-to-face communication in a public good game-as well as in other types of social dilemmas-produces substantial increases in cooperation that are sustained across all periods including the last period ...Thus, recent developments in evolutionary theory and supporting empirical research provide strong support for the assumption that modern humans have inherited a propensity to learn social norms, similar to our inherited propensity to learn grammatical rules. Social norms are shared understandings about actions that are obligatory, permitted, or forbidden ...”

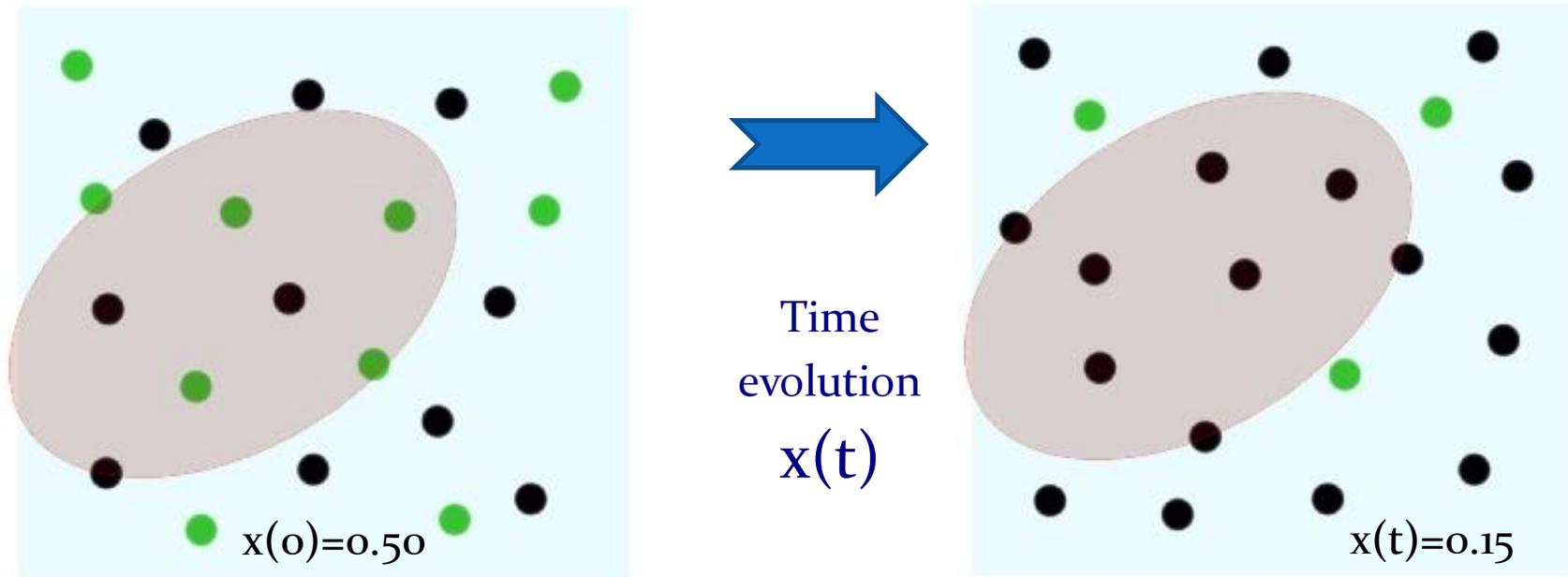
Ernst Strüngmann Forum (FIAS, May 27–June 1, 2012):

The Cultural Evolution of the Structure of Human Groups

How important are collective decision-making mechanisms compared to individual ones in the evolution of social systems? ...

Introduction

Die Quanten-Spieltheorie stellt eine mathematische und konzeptuelle Erweiterung der klassischen Spieltheorie dar. Der Raum aller denkbaren Entscheidungswege der Akteure wird vom rein reellen, messbaren Raum in den Raum der komplexen Zahlen (reelle und imaginäre Zahlen) ausgedehnt. Durch das Konzept der möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien können gemeinsame, durch kulturelle oder moralische Normen entstandene Denkrichtungen in die evolutionäre Dynamik mit einbezogen werden.



Strategies of each node (of each player): (green, black), $x(t)$: Fraction of player with strategy „green“ as a function of time t
Grey region: Group dependent collective cultural or moral standard

Denkwege im Gefangenendilemma

If A betrays me it is better
if I also betray A.

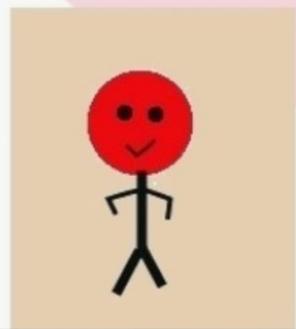
If A is silent, it is better
if I betray A

Complex space
of all possible ways of thinking



If B betrays me it is better
if I also betray B

If B is silent, it is better
if I betray B



be silent

betray B

be silent

betray A

A\B	C	D
C	(-1,-1)	(-5,0)
D	(0,-5)	(-4,-4)

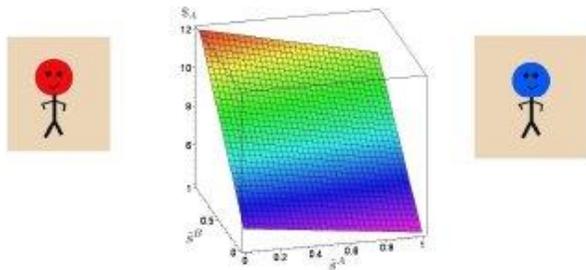
Beyond Homo Economicus

Quantum Game Theory
Entanglement Quantum Strategies
Homo Sociologicus Homo Transcendentalis

$|\Psi\rangle$

Extended models of classical evolutionary game theory (e.g. [10, 9])

Homo Economicus
Classical Game Theory



Homo Afectualis

The final 2-player quantum state:

$$|\Psi\rangle = \hat{\mathcal{J}}^\dagger (\hat{U}_A \otimes \hat{U}_B) \hat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle$$

$\hat{\mathcal{J}}(\gamma)$: Entangling operator

$\hat{\mathcal{J}}^\dagger(\gamma)$: Disentangling operator

$\gamma \in [0, \pi]$: Strength of entanglement

\hat{U}_A : Decision Operator for player A

\hat{U}_B : Decision Operator for player B

Das Einstein-Podolsky-Rosen Paradoxon

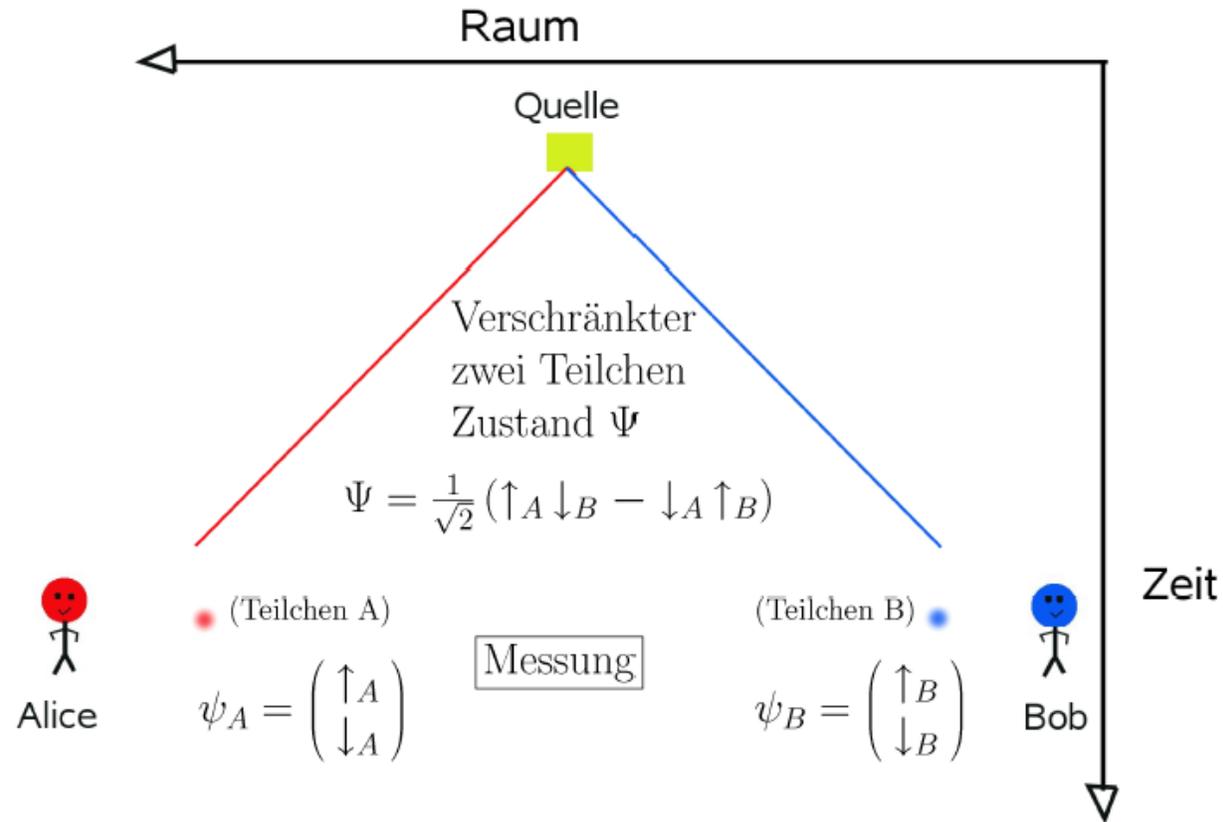


Figure: EPR Gedankenexperiment: Obwohl es keine messbare Wechselwirkung zwischen den Teilchen A und B gibt, sind diese dennoch mittel einer Quantenverschränkung verbunden.

Verschränkte 2-Niveau-Quantensysteme

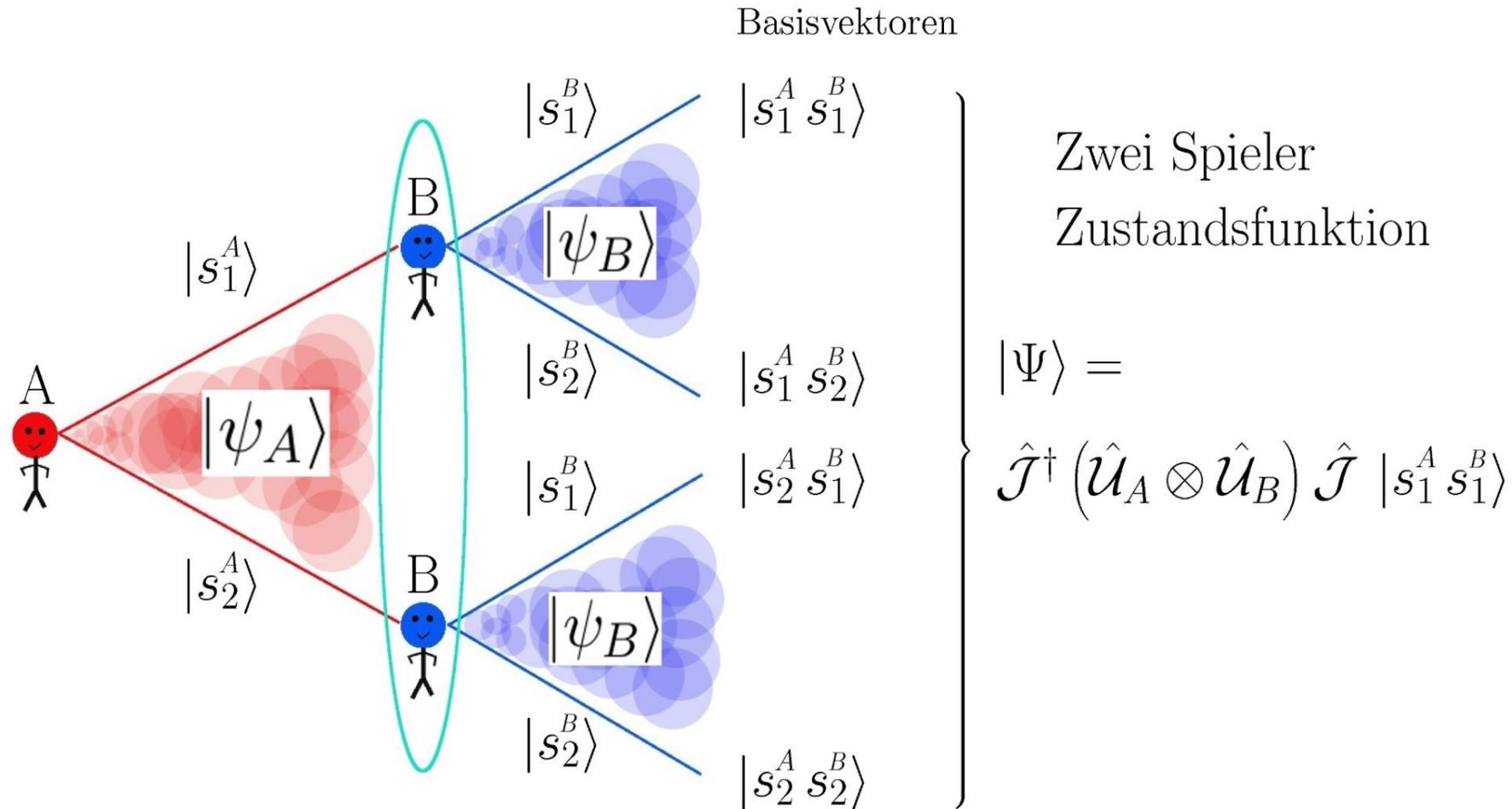
Zwei Teilchen (A,B) haben die Möglichkeit zwischen zwei Zuständen (\uparrow, \downarrow) zu wählen. Die Basisvektoren der jeweiligen Hilberträume der Teilchen seien wie folgt definiert:

Zustand des Teilchens A: $\psi_A \in \mathcal{H}_A \equiv \mathbb{C}^2$, Basis: $\{\uparrow_A, \downarrow_A\}$

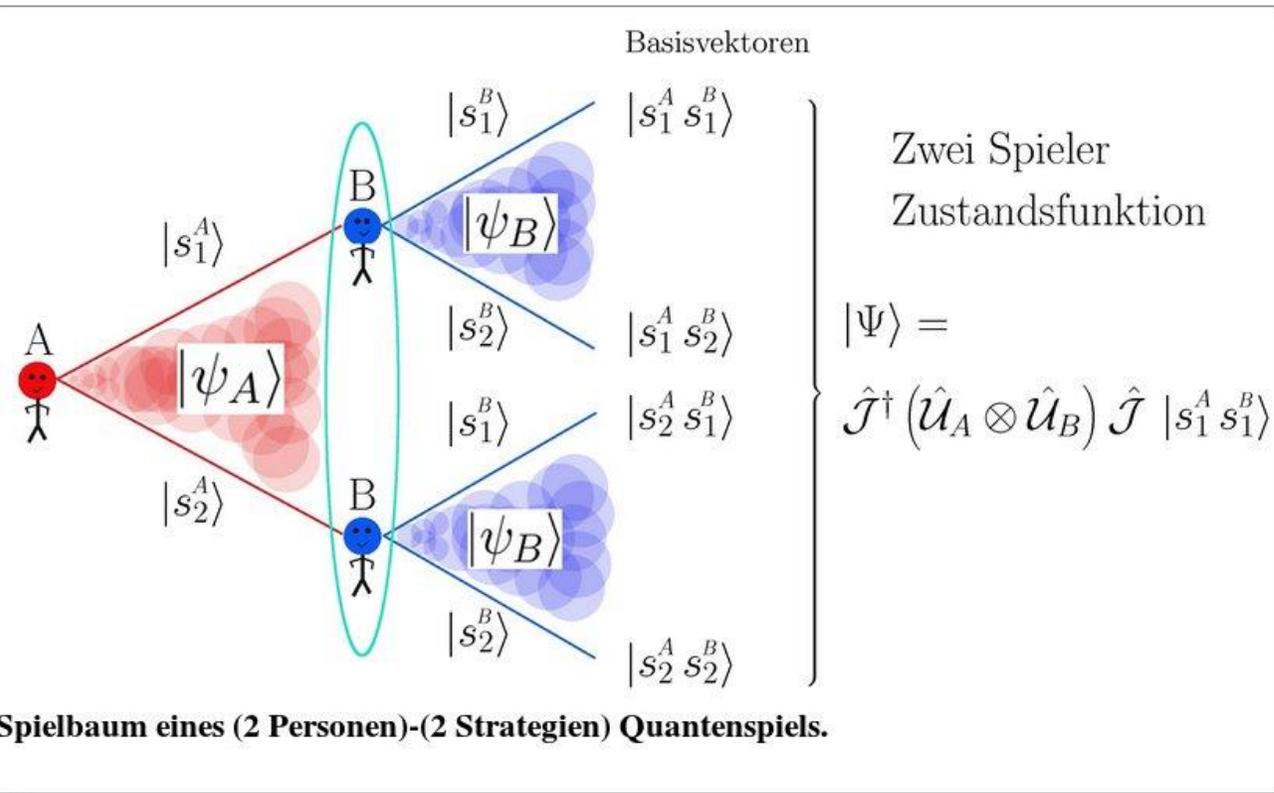
Zustand des Teilchens B: $\psi_B \in \mathcal{H}_B \equiv \mathbb{C}^2$, Basis: $\{\uparrow_B, \downarrow_B\}$

Der Hilbertraum des zusammengesetzten Systems ist ein komplexer vierdimensionaler Raum ($\mathcal{H} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$). Der Gesamtzustand des 2-Teilchen Systems Ψ kann unter Umständen nicht in die jeweiligen Einzelzustände separiert werden.

Verschränkter Zustand (z.B.): $\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow_A \downarrow_B - \downarrow_A \uparrow_B)$



III.2 Quanten Spieltheorie



Die Quantenspieltheorie stellt eine mathematische und konzeptuelle Erweiterung der klassischen Spieltheorie dar. Der Raum aller denkbaren Entscheidungswege der Spieler wird vom rein reellen, messbaren Raum in den Raum der komplexen Zahlen (reelle und imaginäre Zahlen) ausgedehnt. Durch das Konzept der möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien können gemeinsame, durch kulturelle oder moralische Normen entstandene Denkrichtungen in die evolutionäre Dynamik mit einbezogen werden. Ist die Strategienverschränkung der Spieler im imaginären Raum der denkbaren Entscheidungswege nur genügend groß, so können zusätzliche Nash-Gleichgewichte auftreten und zuvor existente dominante Strategien sich auflösen.

Die Quanten-Spieltheorie beschreibt den Entscheidungszustand eines Spielers $\mu = A, B$, bevor dieser die endgültige Wahl der reinen Strategie getroffen hat, als eine komplexwertige Größe (einen sog. Spinor $|\psi\rangle_A$ bzw. $|\psi\rangle_B$) in einem zweidimensionalen Zustandsraum, dem sogenannten Hilbertraum \mathcal{H}_A bzw. \mathcal{H}_B . Der Zwei-Spielerzustand $|\Psi\rangle$ ist ein

vierkomponentiger Spinor, welcher auf dem gemeinsamen Hilbertraum der Spieler ($\mathcal{H} := \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$) definiert ist. Formal setzt sich dieser aus den Entscheidungsmatrizen (Entscheidungsoperatoren) \hat{U}_A bzw. \hat{U}_B und der Verschränkungsmatrix (bzw. dem Verschränkungsoperator) $\hat{\mathcal{J}}$ zusammen (siehe nebenstehenden Abbildung). Die der evolutionären Entwicklung zugrundeliegende Replikatorndynamik besitzt in der evolutionären Quantenspieltheorie eine komplexere Struktur und die jeweiligen evolutionär stabilen Strategien können sich, abhängig vom Maß der Verschränkung, abändern.

Teil III.2.1 Einführung in die Quanten Spieltheorie

Die Annahme des vollständig verbundenen, zufälligen Netzwerks, welches die Grundlage der deterministischen evolutionären Spieltheorie bildet, ist in realen sozialen Netzwerken oft nicht erfüllt. In realen sozialen Netzwerken bilden sich oft weitgehend abgeschlossene Cluster von miteinander verbundenen Spielern, die zu anderen Clustern nur bedingt bzw. selten Kontakt haben. Diese Art von Cluster- bzw. Cliquesbildung kann zu einer unterschiedlichen Ausprägung von sozialen Normen innerhalb der einzelnen Teilgruppen führen. Soziale Normen können sich somit herausbilden, die den einzelnen Spielern neben ihrem *homo ökonomischen* Interesse auch den Blick auf das Wohl der eigenen Gruppe nahelegen. Eine solche Art von induziertem Gruppeninteresse wird im folgenden mittels des Ansatzes der Quanten-Spieltheorie mathematisch in die deterministischen Gleichungen der evolutionären Spieltheorie eingearbeitet. Die Quantenspieltheorie stellt eine mathematische und konzeptuelle Erweiterung der klassischen Spieltheorie dar. Der Raum aller denkbaren Entscheidungswege der Spieler wird vom rein reellen, messbaren Raum in den Raum der komplexen Zahlen (reelle und imaginäre Zahlen) ausgedehnt. Durch das Konzept der möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien können gemeinsame, durch kulturelle oder moralische Normen entstandene Denkrichtungen in die evolutionäre Dynamik mit einbezogen werden. Ist die Strategienverschränkung der Spieler im imaginären Raum der denkbaren Entscheidungswege nur genügend groß, so können zusätzliche Nash-Gleichgewichte auftreten und zuvor existente dominante Strategien sich auflösen.

Die erste formale Beschreibung der Quanten-Spieltheorie wurde im Jahre 1999 von Eisert et al. vorgestellt. Diese oft zitierte Arbeit betrachtet die quantentheoretische Erweiterung eines Gefangenendilemma Spiels und zeigt auf, dass die Spieler dem Dilemma entkommen können, falls der strategische Verschränkungswert oberhalb einer dem Spiel eigenen Grenze liegt. Im selben Jahr (1999) analysierte D. A. Meyer das *Penny Flip* Spiel und erweiterte dieses mittels quantentheoretischer Konzepte. In seinem Artikel betrachtete er den unrealistischen Fall, dass einer der Spieler das im Spiel benutzte Geldstück in einem überlagerten Quantenzustand positionieren könne und zeigte, dass dieser Spieler stets das Spiel gewinnen wird, falls sein Gegenspieler eine rein klassische Strategie benutzt. Im Jahre 2000 kommentierte S.J. van Enk die Arbeit von D. A. Meyer und zeigte, dass Meyer's Behauptung nicht sonderlich beeindruckend ist, da er nur einem der Spieler einen größeren Strategienraum erlaubt. Im Jahre 2000 wendeten Marinatto & Weber die quantentheoretischen Konzepte auf das *Kampf der Geschlechter (battle of sexes)* Spiel an und zeigten, dass durch die Verschränkung der Spielerstrategien ein eindeutiges Gleichgewicht möglich ist. In den folgenden Jahren wurden die quantenspieltheoretischen Konzepte auf weitere Spiele ausgedehnt; so analysierte R.V. Mendes die Quantenversion des *Ultimatum Spiels*, Hogg et al. betrachteten das *Öffentliche Gut* Spiel, eine Version des *Quanten Koordinationsspiels* und analysierten *Quanten Auktionen*. Benjamin & Hayden erweiterten im Jahre 2001 den Formalismus der Quanten-Spieltheorie auf mehr als zwei Spieler. Im Jahre 2002 benutzten Piotrowski & Sladkowsky die quantenspieltheoretischen Konzepte um Eigenschaften im Verhalten von Märkten zu erklären. Im Jahre 2006 analysierten Hanauske et al. das *Open Access*-Publikationsverhalten wissenschaftlicher Autoren mittels des quantentheoretischen Ansatzes. Bereits im Jahre 2001 wurde das erste Quantenspiel auf einem Quantencomputer realisiert, wobei sich die vorhergesagten Eigenschaften bestätigten. Die Resultate dieser Experimente wurden im Jahre 2007 von A. Zeilinger erneut bestätigt. Die ersten Ansätze einer Anwendung der Quanten-Spieltheorie auf sozio-ökonomische Experimente wurden nach 2007 veröffentlicht. Neben diesen Arbeiten, entwickelte sich im Bereich der Psychologie ein weiterer wissenschaftlicher Forschungszweig, welcher quantentheoretische Konzepte zur Erklärung von experimentellen Daten benutzt. Diese Arbeiten zeigen, dass viele, zunächst nicht erklärbare experimentelle Befunde im Bereich der Psychologie, sich mittels quantenlogischer Konzepte beschreiben lassen.



- The *Quantum Penny Flip Game*
1999, D. A. Meyer, *Quantum strategies*, PRL 82 (1052)
- The *Quantum Prisoner's Dilemma*
1999, J. Eisert, M. Wilkens and M. Lewenstein, *Quantum Games and Quantum Strategies*, PRL 83 (3077)
- The *Quantum Battle of Sexes*
2001, L. Marinatto and T. Weber, *A Quantum Approach To Static Games Of Complete Information*, Physics Letters A 272
- The *Quantum Coordination Game*
2003, B. A. Huberman and T. Hogg, *Quantum Solution of Coordination Problems*, Quantum Information Processing 2(6)
- The *Quantum Ultimatum Game*
2005, R. Vilela Mendes, *The Quantum Ultimatum Game*, Quantum Information Processing 4(1)



- Economics and Quantum Game Theory
2002, E. W. Piotrowski and J. Sladkowski, *Quantum Market Games*, Physica A (312) 208
2002, Kay-Yut Chen, T. Hogg and R. Beaulsoleil *A Quantum Treatment of Public Goods Economics*, Quantum Information Processing 1(6)
2004, E. W. Piotrowski and J. Sladkowski *Quantum Game Theory in Finance*, Quantitative Finance 4 (1-7)
2007, T. Hogg, P. Harsha and Kay-Yut Chen *Quantum Auctions*, Int. J. of Quantum Information 5:751-780
2007, M. Hanauske, S. Bernius and B. Dugall, *Quantum Game Theory and Open Access Publishing*, Physica A, Vol.382 (2007), p.650-664 (physics/0612234)



- Quantum Computer and Quantum Game Theory
2002, J. Du, H. Li, X. Xu, M. Shi, J. Wu, X. Zhou and R. Han
Experimental realization of quantum games on a quantum computer, PRL 88 (137902)
2007, R. Prevedel, A. Stefanov, P. Walther and A. Zeilinger
Experimental realization of a quantum game on a one-way quantum computer, New Journal of Physics 9 (205)
2008, P. Benicio, Melo de Sousa, R. V. Ramos *Multiplayer Quantum Games and its Application as Access Controller in Architecture of Quantum Computers*, arXiv:0802.3684v2
- Extensions of Quantum Game Theory
2001, S. C. Benjamin and P. M. Hayden, *Multi-Player Quantum Games*, PRA 64 (030301) ...

Teil III.2.2 Mathematischer Formalismus der die Quanten Spieltheorie

Die bei der quantentheoretischen Formulierung benutzten mathematischen Ansätze können grob in zwei Hauptströme gegliedert werden. Der Dichtematrix Ansatz der Quantenspieltheorie (siehe Marinatto & Weber) und den quanten-informationstheoretischen Ansatz von Eisert et al. Der auf quanteninformationstheoretischen Konzepten aufbauende Ansatz hat einerseits den Vorteil, dass die neu entstehenden Quantenstrategien in einem reduzierten Quanten-Strategienraum visualisiert und interpretiert werden können, andererseits baut der Ansatz die Möglichkeit einer Quantenverschränkung in mathematisch eleganter Weise in die Theorie ein, so dass man die Stärke einer möglichen Strategienverschränkung der Spieler mittels eines zusätzlichen Parameters (γ) im Modell variieren kann. In den ersten Jahren nach seiner Veröffentlichung wurde der Eisert'sche Ansatz von Benjamin & Hayden und S.J. van Enk angegriffen und kritisch diskutiert. Die damals erhobenen Vorwürfe stellten sich jedoch im Laufe der Zeit als nicht auf die Eisert'sche Theorie anwendbar heraus. Im Folgenden wird das Konzept der Quanten-Spieltheorie (in der Eisert'schen, quanten-informationstheoretischen Nomenklatur) im Detail beschrieben.

In der Quanten-Spieltheorie kann der Entscheidungszustand der beteiligten Akteure, im Gegensatz zur klassischen Spieltheorie, eine gemeinsame Strategienverschränkung aufweisen. Durch das Konzept dieser möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien können gemeinsame, durch kulturelle oder moralische Normen entstandene Denkrichtungen, mit in die klassische Theorie einbezogen werden. Eine der grundlegenden Folgerungen aus einer solchen gemeinsamen Strategienverschränkung ist, dass die beteiligten Akteure eine erhöhte Kooperationsbereitschaft aufweisen, da sie dann eine Optimierung des gemeinsamen Zwei-Spielerzustandes $|\Psi\rangle$ anstreben.

Um die mathematische Beschreibung eines evolutionären, quantenspieltheoretischen Modells zu verdeutlichen, wird im Folgenden zunächst ein (2 Personen)-(2 Strategien) Quantenspiel betrachtet. Der spieltheoretische, binäre Entscheidungsprozess der Akteure soll durch eine allgemeine Auszahlungsmatrix bestimmt sein (siehe nebenstehende Auszahlungstabelle). Die Quanten-Spieltheorie beschreibt den Entscheidungszustand eines Spielers $\mu = A, B$, bevor dieser die endgültige Wahl der reinen Strategie getroffen hat, als eine komplexwertige Größe (Spinor) in einem zweidimensionalen Zustandsraum, dem sogenannten Hilbertraum \mathcal{H}_μ . Die in dieser Arbeit verwendete mathematische Repräsentation dieses Spinors wird mit Hilfe des Entscheidungsoperators $\hat{U}_\mu(\theta_\mu, \varphi_\mu)$ konstruiert, der auf einen Anfangszustand (hier speziell $|s_1^\mu\rangle$) wirkt. Ein allgemeiner Entscheidungszustand des Spielers A wird somit wie folgt mathematisch konstruiert:

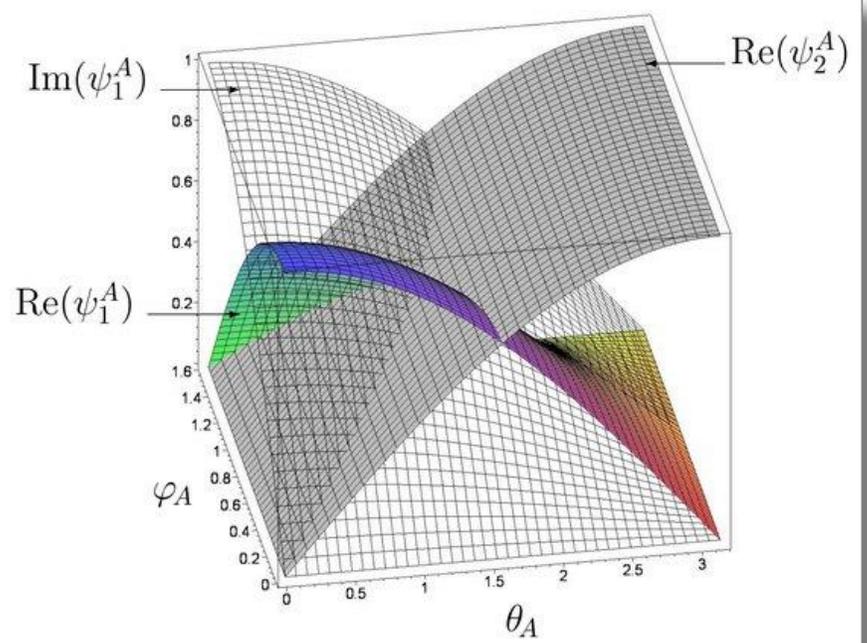
$$|\psi_A\rangle = \psi_1^A |s_1^A\rangle + \psi_2^A |s_2^A\rangle = \begin{pmatrix} \psi_1^A \\ -\psi_2^A \end{pmatrix} \in \mathcal{H}_A$$

$$|s_1^A\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |s_2^A\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \psi_1^A = e^{i\varphi_A} \cos\left(\frac{\theta_A}{2}\right), \quad \psi_2^A = \sin\left(\frac{\theta_A}{2}\right)$$

$$|\psi_A\rangle = \hat{U}(\theta_A, \varphi_A) |s_1^A\rangle = \begin{pmatrix} e^{i\varphi_A} \cos\left(\frac{\theta_A}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\theta_A}{2}\right) \end{pmatrix}$$

Die reinen Zustände $|s_1^A\rangle$ und $|s_2^A\rangle$ bilden die Basis des Hilbertraums \mathcal{H}_A des Spielers A und repräsentieren die reinen Strategien s_1^A und s_2^A des Spiels. Der Entscheidungsoperator des Spielers μ hängt von den beiden Entscheidungswinkeln θ_μ und φ_μ ab und ist explizit wie folgt definiert:

$$\hat{U}_\mu(\theta_\mu, \varphi_\mu) := \begin{pmatrix} e^{i\varphi_\mu} \cos\left(\frac{\theta_\mu}{2}\right) & \sin\left(\frac{\theta_\mu}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\theta_\mu}{2}\right) & e^{-i\varphi_\mu} \cos\left(\frac{\theta_\mu}{2}\right) \end{pmatrix} \quad \forall \quad \theta_\mu \in [0, \pi] \wedge \varphi_\mu \in [0, \frac{\pi}{2}] \quad .$$



Reellwertige und imaginäre Komponenten des zweidimensionalen Quantenspinors $|\psi\rangle_A = \hat{U}(\theta_A, \varphi_A) |s_1^A\rangle$ des Spielers A als Funktion der Quantenstrategien θ_A und φ_A .

Durch die Festlegung der Entscheidungswinkel θ_μ und φ_μ wählt der Spieler seine Quantenstrategie. Die klassische, reine Strategie s_1 legt der Spieler durch die Wahl $\theta = 0$ und $\varphi = 0$ fest:

$$\widehat{s}_1 := \hat{U}(0, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

wohingegen die reine Strategie s_2 durch $\theta = \pi$ und $\varphi = 0$ festgelegt ist:

$$\widehat{s}_2 := \hat{U}(\pi, 0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Zusätzlich zu diesen reinen, klassischen Strategien ist die Quantenstrategie \widehat{Q} wie folgt definiert

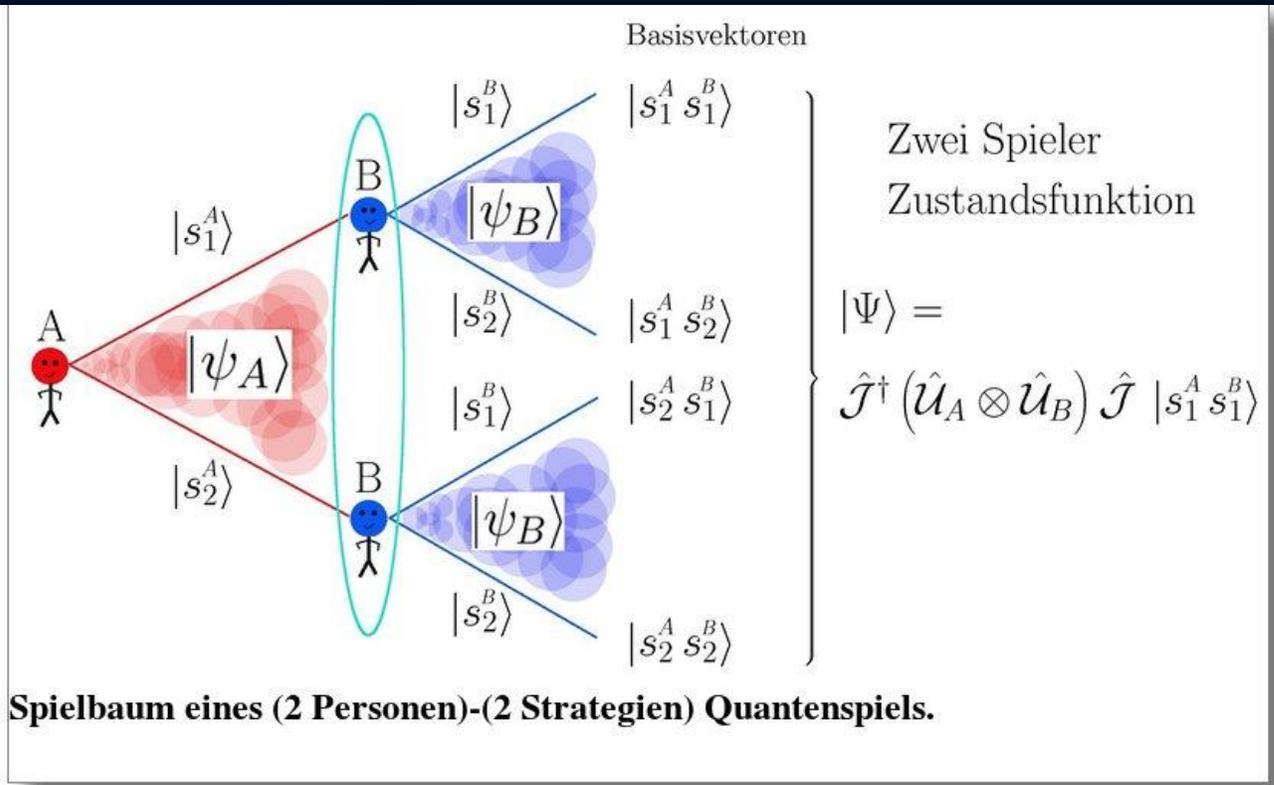
$$\widehat{Q} := \hat{U}(0, \pi/2) = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$$

Um den Operatorformalismus der Quanten-Spieltheorie und das Konzept der Quantenstrategien besser zu verstehen, veranschaulicht die nebenstehende Abbildung die reellwertigen und imaginären Komponenten ψ_1^A und ψ_2^A des zweidimensionalen Quantenspinors $|\psi\rangle_A$ des Spielers A. Die farbige, untransparente Fläche in der Abbildung veranschaulicht den reellwertigen Anteil der ersten Spinorkomponente ($\text{Re}(\psi_1^A)$), die durchsichtige graue Fläche beschreibt dessen imaginären Anteil ($\text{Im}(\psi_1^A)$) und die graue undurchsichtige Fläche zeigt den reellwertigen Teil der zweiten Spinorkomponente ($\text{Re}(\psi_2^A)$) in Abhängigkeit der Winkel θ_A und φ_A . Da die zweite Spinorkomponente lediglich reellwertige Anteile besitzt veranschaulicht die Abbildung lediglich drei Flächen. Die Menge der klassischen gemischten Strategien

lediglich reellwertige Anteile besitzt veranschaulicht die Abbildung lediglich drei Flächen. Die Menge der klassischen gemischten Strategien des Spielers A ($\tilde{\mathcal{S}}^A = \{\tilde{s}_1^A, \tilde{s}_2^A\}$) ist eine echte Teilmenge des strategischen Hilbertraums des Spielers A (\mathcal{H}_A) und wird formal realisiert, indem man den Winkel φ_A auf null setzt:

$$\tilde{\mathcal{S}}^A = \left\{ |\psi\rangle_A = \hat{U}(\theta_A, \varphi_A) |s_1^A\rangle \mid \varphi_A \equiv 0, \theta_A \in [0, \pi] \right\} \subsetneq \mathcal{H}_A .$$

In diesem Fall ($\varphi_A \equiv 0$) verschwinden alle imaginären Anteile des Zustandes $|\psi\rangle_A$ und als Folge dessen können die klassischen gemischten Strategien durch Variation des Winkels $\theta \in [0, \pi]$ realisiert werden. Für $\varphi_A > 0$ verschwinden jedoch die imaginären Anteile nicht und diese Art von Quantenstrategien haben kein Pendant in der klassischen Spieltheorie. Da der Entscheidungsoperator auf den reinen Anfangszustand der Strategie s_1 wirkt, entstehen mögliche imaginäre Anteile im Zustand $|\psi\rangle_A$ lediglich in der ersten Spinorkomponente und man nennt deshalb diese Teilmenge von Quantenstrategien die sogenannten s_1 -Quantenstrategien. Die quantentheoretische Beschreibung des Entscheidungszustandes des Spielers A kurz vor der definitiven Auswahl und Bekundung der reinen Strategie besitzt demnach im Allgemeinen neben den reellwertigen auch imaginäre Anteile. Bei s_1 -Quantenstrategien kann sich der Spieler nur im imaginären Raum der ersten Strategie gedanklich bewegen. Eine grundlegende Eigenschaft der gesamten Quantentheorie ist die prinzipielle Unbeobachtbarkeit des Quantenzustandes. Diese Eigenschaft spiegelt sich in der Quanten-Spieltheorie in der Unbeobachtbarkeit des Gedankenprozesses wider. Die einzelnen Inhalte, Gedankenwege und gefühlsauslösende Überlegungen, die während des Entscheidungsprozesses im Gehirn des Spielers (bewusst oder unterbewusst) ablaufenden, können nicht direkt gemessen werden. s_1 -Quantenstrategien können als der gedankliche Weg während des Entscheidungsprozesses interpretiert werden, welcher vom gedanklichen Ursprung her von der klassischen Strategie s_1 startet und hypothetisch, gebunden an die Wünsche und Ängste des Spielers, den Gedankenweg weiterbildet. Aus diesem Grund besitzen die s_1 -Quantenstrategien (bzw. s_2 -Quantenstrategien), die speziell bei einer der reinen klassischen Strategien starten ($\{(\theta_A \equiv 0, \varphi_A) \mid \varphi_A \in [0, \frac{\pi}{2}]\}$), eine besondere Bedeutung.



Spielbaum eines (2 Personen)-(2 Strategien) Quantenspiels.

Die quantenspieltheoretische Erweiterung beschreibt somit den Entscheidungszustand eines Spielers A als einen im komplexen Hilbertraum definierten Zustandsvektor. Der Spielbaum eines (2 Personen)-(2 Strategien) Quantenspiels ist in der nebenstehenden Abbildung visualisiert. Der Zwei-Spielerzustand $|\Psi\rangle$ ist ein vierkomponentiger Spinor, welcher auf dem gemeinsamen Hilbertraum der Spieler ($\mathcal{H} := \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$) definiert ist. Die Basisvektoren dieses vierdimensionalen komplexwertigen Raumes werden durch die vier möglichen, klassischen Strategienkombinationen (messbaren Eigenzustände des Quantensystems) gebildet ($|s_1^A s_1^B\rangle := (1, 0, 0, 0)$, $|s_1^A s_2^B\rangle := (0, -1, 0, 0)$, $|s_2^A s_1^B\rangle := (0, 0, -1, 0)$ und $|s_2^A s_2^B\rangle := (0, 0, 0, 1)$). Der Zwei-Spieler-Anfangszustand $|s_1^A s_1^B\rangle$ bildet sich durch das äußere Produkt der Ein-Spieler Zustände $|s_1^A\rangle$ und $|s_1^B\rangle$. Die vektorielle Repräsentation der allgemeinen Ein-

Spieler Zustände $|\psi_A\rangle$, bzw. $|\psi_B\rangle$ ist wie folgt durch die Basen der reinen Zustände definiert:

$$|\psi_A\rangle := \begin{pmatrix} \psi_1^A \\ -\psi_2^A \end{pmatrix} = \psi_1^A |s_1^A\rangle + \psi_2^A |s_2^A\rangle, \quad |\psi_B\rangle := \begin{pmatrix} \psi_1^B \\ -\psi_2^B \end{pmatrix} = \psi_1^B |s_1^B\rangle + \psi_2^B |s_2^B\rangle$$

wobei: $|s_1^\mu\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $|s_2^\mu\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $|s_1^A s_1^B\rangle := |s_1^A\rangle \otimes |s_1^B\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Der finale Zwei-Spielerzustand eines simultanen Zwei-Strategien-'One Shot'- Quantenspiels wird somit durch den vierkomponentigen Quantenzustand $|\Psi\rangle$ beschrieben, welcher sich in der Eisert'schen Repräsentation wie folgt aus dem Anfangszustand $|\Psi_0\rangle = \widehat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle$ entwickelt

$$|\Psi\rangle = \widehat{\mathcal{J}}^\dagger (\hat{U}_A \otimes \hat{U}_B) \widehat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle, \quad |\Psi_0\rangle = \widehat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\gamma}{2}) \\ 0 \\ 0 \\ i \sin(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix},$$

wobei $\widehat{\mathcal{J}} := (J_{\alpha\beta})$, $\alpha, \beta = 1 \dots 4$ die von dem Parameter γ abhängige Verschränkungsmatrix (bzw. den Verschränkungsoperator) beschreibt

$$\widehat{\mathcal{J}} := e^{i \frac{\gamma}{2} (\hat{s}_1 \otimes \hat{s}_1)} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\gamma}{2}) & 0 & 0 & i \sin(\frac{\gamma}{2}) \\ 0 & \cos(\frac{\gamma}{2}) & -i \sin(\frac{\gamma}{2}) & 0 \\ 0 & -i \sin(\frac{\gamma}{2}) & \cos(\frac{\gamma}{2}) & 0 \\ i \sin(\frac{\gamma}{2}) & 0 & 0 & \cos(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix}, \quad \gamma \in [0, \frac{\pi}{2}].$$

Der Erwartungswert der Auszahlungen der Spieler wird zusätzlich durch die Spielmatrix (siehe nebenstehende Auszahlungstabelle) mitbestimmt:

$$\$A = \$_{11}^A P_{11} + \$_{12}^A P_{12} + \$_{21}^A P_{21} + \$_{22}^A P_{22}$$

$$\$B = \$_{11}^B P_{11} + \$_{21}^B P_{12} + \$_{12}^B P_{21} + \$_{22}^B P_{22}$$

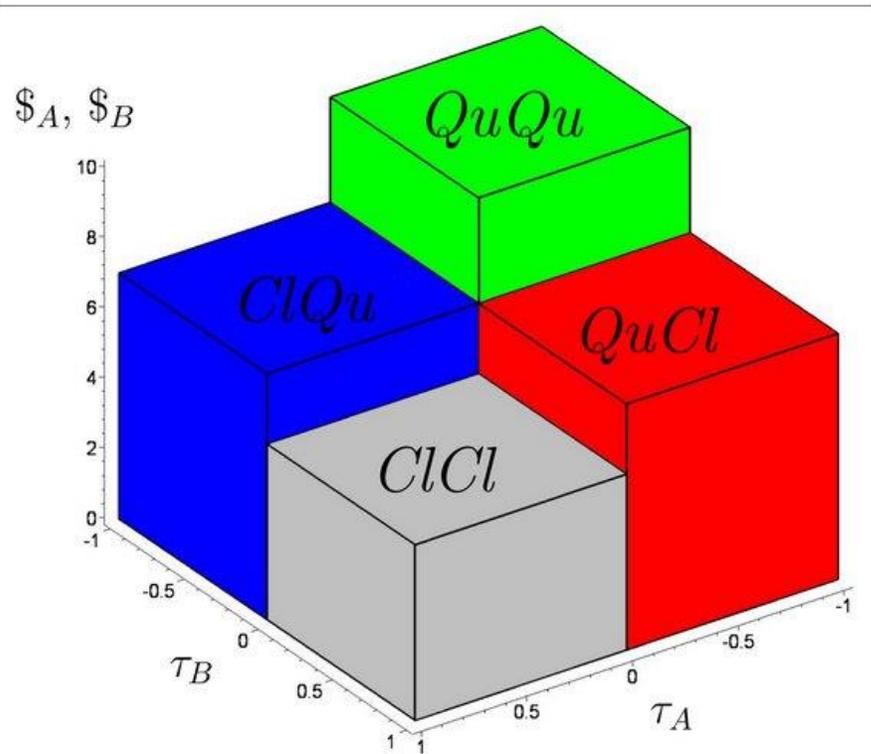
mit: $P_{kl} = |\langle s_k^A s_l^B | \Psi \rangle|^2$, $k, l = \{1, 2\}$

A \ B	s_1^B	s_2^B
s_1^A	$(\$_{11}^A, \$_{11}^B)$	$(\$_{12}^A, \$_{21}^B)$
s_2^A	$(\$_{21}^A, \$_{12}^B)$	$(\$_{22}^A, \$_{22}^B)$

Allgemeine Auszahlungsmatrix eines (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels.

Dieser Erwartungswert der Auszahlungen stellt eine Erweiterung des aus der klassischen Spieltheorie bekannten Konzepts der Auszahlungsfunktion in gemischten Strategien dar.

Um die Auswirkungen des quantenspieltheoretischen Konzepts auf die dem Spieler ratsame Wahl der Entscheidung zu untersuchen, wird im Folgenden die Struktur der quantenspieltheoretisch erweiterten gemischten Auszahlungsfunktion untersucht. Im Unterschied zur klassischen Auszahlungsfunktion ($\tilde{\$}^\mu(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B)$), die lediglich von den gemischten Strategien des Spielers A (\tilde{s}^A) und des Spielers B (\tilde{s}^B) abhängt, hängt die quantentheoretische Erweiterung der Auszahlungsfunktion im Allgemeinen von fünf Parametern ab: Die vier Winkel der Entscheidungsoperatoren ($\theta_A, \varphi_A, \theta_B$ und φ_B) und der Parameter γ , welcher die Stärke der Strategienverschränkung quantifiziert.



Visualisierungsraum der quantentheoretisch erweiterten Auszahlung $\$$ als Funktion der reduzierten s_1 -Quantenstrategien τ_A des Spielers A und τ_B des Spielers B.

Um die Auszahlungsfunktion dennoch als Fläche in einem dreidimensionalen Raum zu visualisieren, reduziert man deren Abhängigkeiten, indem man einerseits den Verschränkungsparameter γ fixiert und die Menge der Quantenstrategien auf diejenigen beschränkt, die vom Ursprung der reinen, klassischen s_1 -Strategie starten. Die Abhängigkeiten des vierkomponentigen Zwei-Spieler Quantenzustand $|\Psi\rangle$ werden durch die Einführung zweier neuer Parameter (τ_A und τ_B) reduziert:

$|\Psi\rangle = |\Psi(\theta_A, \varphi_A, \theta_B, \varphi_B)\rangle \rightarrow |\Psi(\tau_A, \tau_B)\rangle$. Die für jeden Spieler wählbaren Entscheidungswinkel θ und φ werden dadurch auf einen einzigen Parameter $\tau \in [-1, 1]$ reduziert. Positive τ -Werte entsprechen den klassischen gemischten Strategien, wohingegen negative τ -Werte Quantenstrategien mit $\theta = 0$ und $\varphi > 0$ repräsentieren. Der gesamte quantentheoretische Strategienraum wird dadurch in vier separate Regionen unterteilt: in den absolut klassischen Bereich (ClCl: $\tau_A, \tau_B \geq 0$), den absoluten Quantenbereich (QuQl: $\tau_A, \tau_B < 0$) und in die beiden semi-klassischen Quantenbereiche (ClQl: $\tau_A \geq 0 \wedge \tau_B < 0$ und QlCl: $\tau_A < 0 \wedge \tau_B \geq 0$). Durch diese (τ_A, τ_B) -Repräsentation wird die Menge der möglichen Quantenstrategien auf die folgende Untermenge reduziert:

$$\underbrace{\{(\tau \pi, 0) \mid \tau \in [0, 1]\}}_{\text{klassischer Bereich Cl}} \quad \wedge \quad \underbrace{\{(0, \tau \frac{\pi}{2}) \mid \tau \in [-1, 0]\}}_{\text{Quantenbereich Ql}}$$

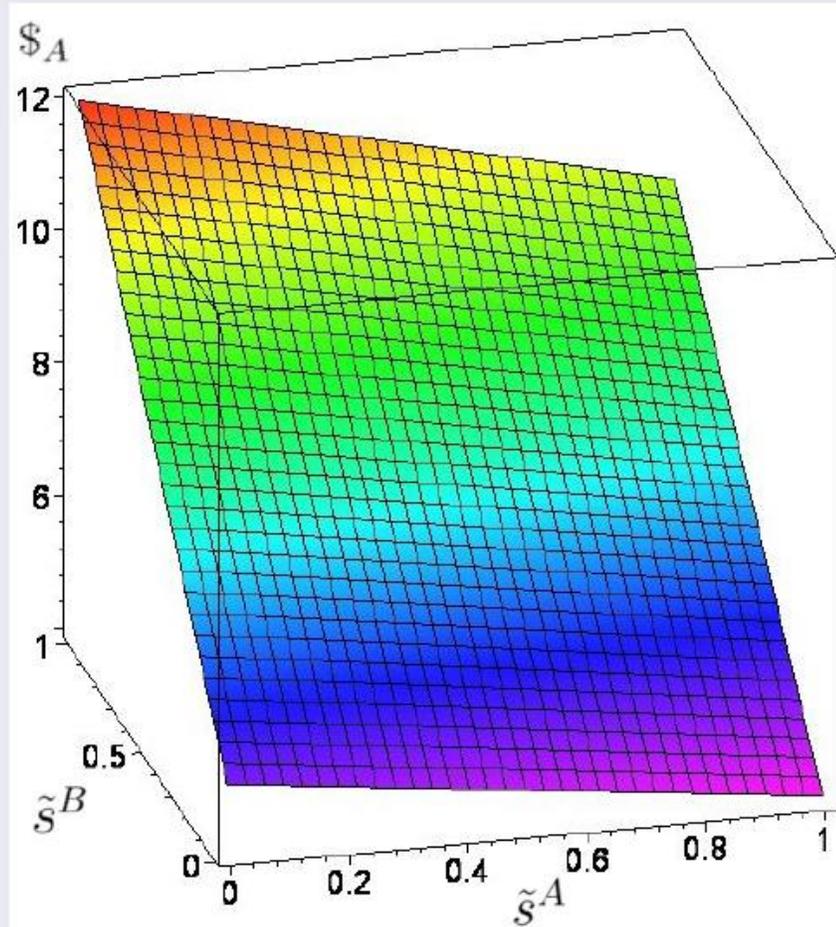
Die nebenstehende Abbildung stellt die vier Regionen des Visualisierungsraums der quantentheoretischen Auszahlungsfunktion dar. Die absolut klassische Region (ClCl, $\varphi_A, \varphi_B \equiv 0$) befindet sich im vorderen Bereich, die Region in welchem beide Spieler eine Quantenstrategie

quantentheoretischen Auszahlungsfunktion dar. Die absolut klassische Region (CI_{CI} , $\varphi_A, \varphi_B \equiv 0$)

befindet sich im vorderen Bereich, die Region in welchem beide Spieler eine Quantenstrategie wählen (QuQI: $\tau_A, \tau_B < 0$) ist im hinteren Bereich des Diagramms zu finden und die semi-klassischen Quantenregionen befinden sich seitlich in dem rechten und linken Bereich. Bei der im nächsten Unterkapitel folgenden Diskussion der exemplarischen Beispiele wird dieser Visualisierungsraum benutzt werden, um die Resultate der Quanten-Spieltheorie zu verdeutlichen. Der Eisert'sche Ansatz wurde in der wissenschaftlichen Literatur, in den ersten Jahren nach seiner Veröffentlichung, kritisch diskutiert. Bereits im Jahre 2000 kommentierten beispielweise Benjamin & Hayden den Eisert'schen Ansatz und behaupteten, dass die benutzte Matrix-Repräsentation der Quanten-Entscheidungsoperatoren der Spieler eine unzulässige Einschränkung darstelle. Definiert man die Quanten-Entscheidungsoperatoren auf einer allgemeinen $SU(2)$ -Gruppe, so die Behauptung, dann entstehen keine neuen Nash-Gleichgewichte im Quantenbereich der Strategien. Benjamin & Hayden begründeten diese Behauptung, indem sie zeigten, dass die beste Antwort auf das von Eisert definierte Quanten Nash-Gleichgewicht ($\hat{Q} = \hat{U}(0, \pi/2)$) die zusammengesetzte Entscheidungsoperation ($\hat{U}(0, \pi/2) \hat{U}(\pi, 0)$) ist. Dies ist zwar mathematisch richtig, entspricht jedoch nicht dem Verständnis der in dieser Arbeit benutzten Formalisierung der Quanten-Spieltheorie. Die Einschränkung der Quanten-Entscheidungsoperatoren durch die Matrix-Repräsentation, in Verbindung mit der Reduktion auf s_1 -Quantenstrategien (bzw. s_2 -Quantenstrategien) spiegelt die, während des Entscheidungsprozesses durchdachten gedanklichen Pfade des jeweiligen Spielers wider. Zusammengesetzte, simultane Gedankenwege wie ($\hat{U}(0, \pi/2) \hat{U}(\pi, 0)$) würden einem schizophren artigen Gedankenprozess entsprechen, indem der Spieler während des Entscheidungsprozesses in zwei separate Persönlichkeiten (A1 und A2) unterschiedlicher Denkrichtungen geteilt ist ($\hat{U}_{A1}(0, \pi/2)$ und $\hat{U}_{A2}(\pi, 0)$) -- dies ist im Eisert'schen Ansatz nicht möglich. Im Jahre 2002 kommentierten S.J. van Enk & R. Pike den Eisert'schen quantenspieltheoretischen Ansatz und behaupteten, dass (2 Personen)-(2 Strategien) Quantenspiele äquivalent zu einem klassischen (2 Personen)-(3 Strategien) Spiel seien, wobei die dritte, klassische Strategie der Quantenstrategie \hat{Q} entsprechen soll. Das Verschwinden der dominanten Strategie im Gefangenendilemma und die Vorteilhaftigkeit der neuen dominanten \hat{Q} -Strategie im (2 Personen)-(3 Strategien) Spiel sei nach van Enk & Pike nicht beeindruckend, da es sich um unterschiedliche Spiele handelt. Diese Aussage ist nicht richtig, da das zugrundeliegende, beobachtbare Spiel auch in einer quantentheoretisch erweiterten Form ein (2 Personen)-(2 Strategien) bleibt. Die gewählten, beobachtbaren Strategienentscheidungen der Spieler sind auch bei Quantenspielen die beiden reinen Strategien. Die von van Enk & Pike aufgezeigte Analogie kann man lediglich als pädagogische Veranschaulichung der Quantenstrategie verstehen. Die Vorteilhaftigkeit des durch die \hat{Q} -Strategie erweiterte Strategienraum steigt bei zunehmender Verschränkung der Spielerstrategien. Liegt dieser Verschränkungswert unterhalb einer spieleigenen, definierten Grenze, so können die Spieler die Vorteilhaftigkeit des Gedankenweges \hat{Q} nicht erkennen und bleiben als Folge dessen im Dilemma des (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels gefangen. Liegt die Stärke der Strategienverschränkung jedoch oberhalb der definierten Barriere, so erscheint der Gedankenweg \hat{Q} ihnen als vorteilhaft. Die neue, dominante Strategie \hat{Q} stellt jedoch keine real existierende Strategie dar, da diese stets als eine der beiden reinen Strategie beobachtet wird (im Falle des Gefangenendilemmas als kooperierende Strategie).

Quantum extension of dominant class games

Classical payoff for player A



A \ B	s_1^B	s_2^B
s_1^A	(10,10)	(4,12)
s_2^A	(12,4)	(5,5)

Table: Payoffmatrix of a dominant, prisoners dilemma like game.

This dominant, prisoners dilemma like game has only one pure, symmetric Nash equilibrium (s_2^A, s_2^B) which is the only ESS of the evolutionary game.

Teil III.2.3 Symmetrische (2x2)-Quantenspiele

Parametersätze	Spielklasse	$\$_{11}$	$\$_{12}$	$\$_{21}$	$\$_{22}$	Nash-Gleichgewichte
Set_A	Dominantes Spiel	10	4	12	5	Ein reines Nash-Gleichgewicht (s_2^A, s_2^B)
Set_B	Koordinationsspiel	10	4	9	5	Zwei reine NEs, ein internes NE $(s^* = \frac{1}{2})$
Set_C	Anti-Koordinationsspiel	10	7	12	5	Zwei reine NEs, ein internes NE $(s^* = \frac{1}{2})$

Parameterwerte der drei symmetrischen Beispielspiele.

Die auf der rechten Seite dargestellte Abbildung stellt die quantentheoretisch erweiterte Auszahlung $\$A$ des Spielers A (untransparente Fläche) und $\$B$ des Spielers B (transparente Fläche) als Funktion der reduzierten s_1 -Quantenstrategien τ_A des Spielers A und τ_B des Spielers B dar. Als zugrundeliegender Parametersatz wurde Set_A verwendet und die Stärke der Quantenverschränkung der Spielerstrategien wurde auf null gesetzt ($\gamma = 0$). Als Visualisierungsraum wurde der in der oberen Abbildung beschriebene reduzierte Raum verwendet, wobei der absolute Quantenbereich QuQu, bei dem beide Spieler eine Quantenstrategie benutzen,

im hinteren Teil des Diagramms zu finden ist und die rein klassische Region ClCl nach vorne projiziert wurde. Die Abbildung zeigt deutlich, dass das unverschränkte Quantenspiel identisch mit der klassischen Version des Spiels ist. Im Bereich, in dem beide Spieler eine Quantenstrategie wählen ($\tau_A < 0 \wedge \tau_B < 0$),

ist die Auszahlung der Spieler gleich der Auszahlung, als wenn die Spieler die klassische Strategie s_1 gewählt hätten ($\$A(\tau_A = 0, \tau_B = 0) = 10, \$B(\tau_A = 0, \tau_B = 0) = 10$). Das Nash-Gleichgewicht des klassischen Spiels ((s_2^A, s_2^B) , die dominante Strategie) entspricht den folgenden τ -Werten:

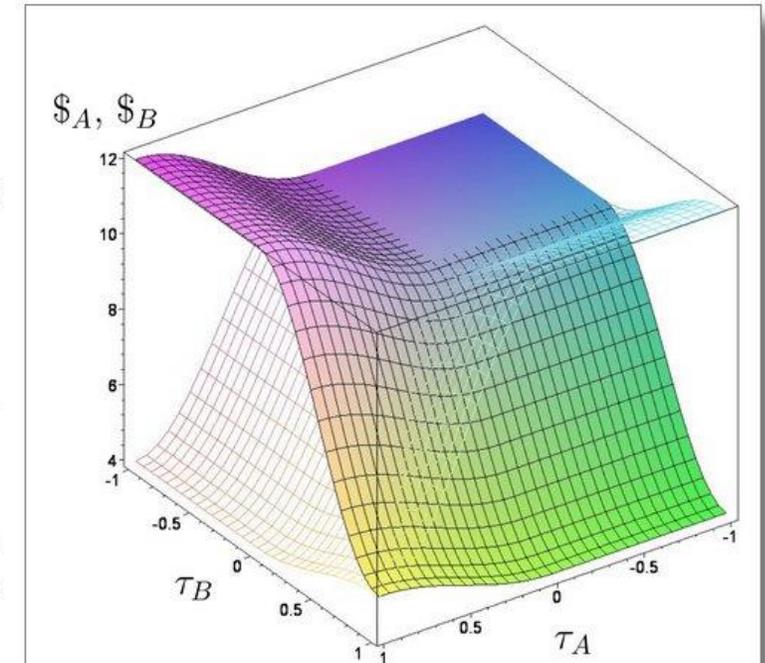
$(s_2^A, s_2^B) \hat{=} (\tau_A = 1, \tau_B = 1)$ und bleibt auch im unverschränkten Quantenspiel bestehen.

Die beiden Diagramme in der linken unteren Abbildung stellen die quantentheoretisch erweiterte Auszahlungsfunktion bei einem mittleren und dem maximalen Verschränkungswert dar. Die Struktur der Auszahlungsflächen innerhalb der vollständig klassischen Region ClCl verändert ihr Erscheinungsbild bei

Symmetrische (2 Personen)-(2 Strategien) Spiele lassen sich formal in drei unterschiedliche Spielklassen separieren (siehe Teil I).

Dominante Spiele (Set_A)

Das durch Parametersatz Set_A definierte Spiel gehört der Klasse der dominanten Spiele an. Das Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien befindet sich bei der Strategienkombination, bei welcher beide Spieler die Strategie s_2 spielen (s_2^A, s_2^B).

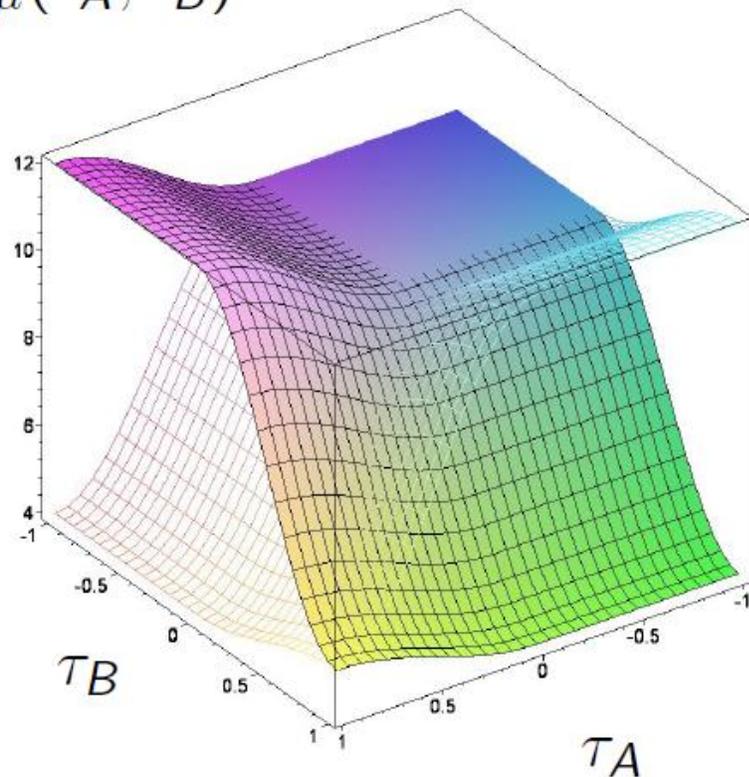


Quantentheoretisch erweiterte Auszahlung $\$A$ des Spielers A (untransparente Fläche) und $\$B$ des Spielers B (transparente Fläche) als Funktion der reduzierten s_1 -Quantenstrategien τ_A des Spielers A und τ_B des Spielers B in einem unverschränkten Quantenspiel ($\gamma = 0$) unter Verwendung des Parametersatzes Set_A .

Quantum extension of dominant class games

Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = 0$ (no entanglement)

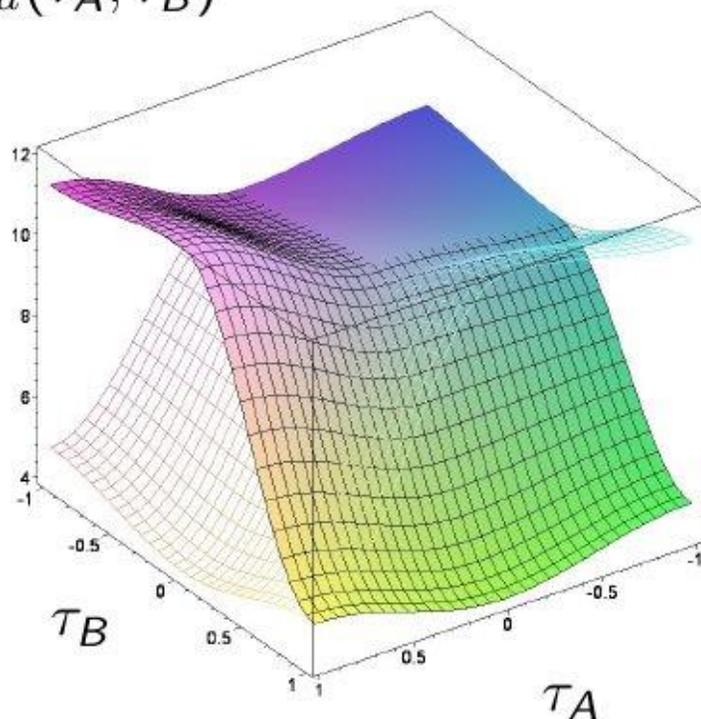
$$\$_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$$



The diagram clearly exhibits that the non-entangled quantum game simply describes the classical version of the prisoner's dilemma game. For the case, that both players decide to play a quantum strategy ($\tau_A < 0 \wedge \tau_B < 0$) their payoff is equal to the case where both players choose the classical pure strategy s_1 ($\$A(\tau_A = 0, \tau_B = 0) = 10$). The classical Nash equilibrium $((s_2^A, s_2^B)$, the dominant strategy) corresponds to the following τ -values: $(s_2^A, s_2^B) \hat{=} (\tau_A = 1, \tau_B = 1)$.

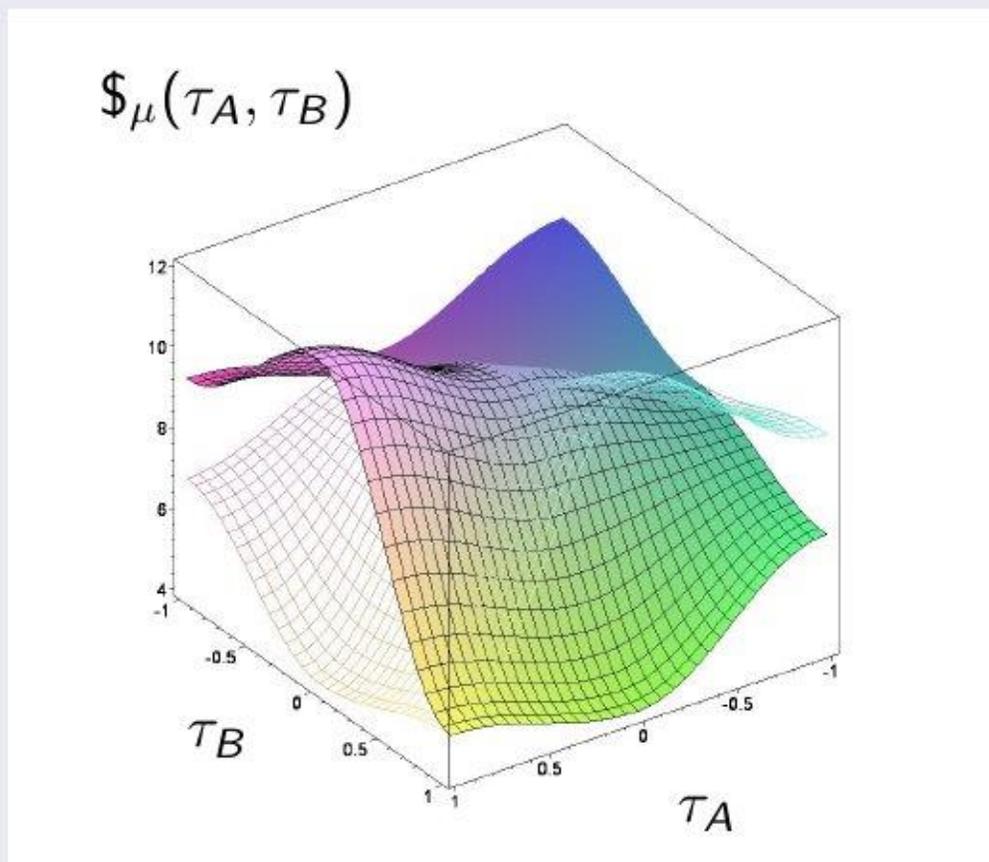
Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{10} \approx 0.31$

$$\mathcal{S}_\mu(\tau_A, \tau_B)$$



For the absolute classical region $CI|C|$ the shape of the surfaces does not change, whereas for the partially classical-quantum ($CIQu$ and $QuCI$) and absolute quantum region regions $QuQu$ the payoff structure changes due to a possible interference of quantum strategies within Hilbertspace. The structure of Nash-equilibria does not change for the left picture, whereas for the following pictures the previously present dominant strategy of the prisoner's dilemma game has disappeared and a new, advisable quantum Nash-equilibrium will appear at $(\hat{Q}, \hat{Q} \hat{=} (\tau_A = -1, \tau_B = -1))$. During the transition from this figure to the next picture two separate phenomena occur. At first, for an entanglement value $\gamma_1 \approx 0.37$, the best response for player A to the strategy $s_2^B \hat{=} \tau_B = 1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\mathcal{S}_A(\tau_A = -1, \tau_B = 1) \approx 5.05$ is now higher than $\mathcal{S}_A(\tau_A = 1, \tau_B = 1) = 5$. Secondly, for an entanglement value $\gamma_2 \approx 0.53$, the best response for player A to the strategy $\hat{Q}_B \hat{=} \tau_B = -1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\mathcal{S}_A(\tau_A = 1, \tau_B = -1) \approx 9.96$ is for $\gamma_2 = 0.53$ lower than $\mathcal{S}_A(\tau_A = -1, \tau_B = -1) = 10$.

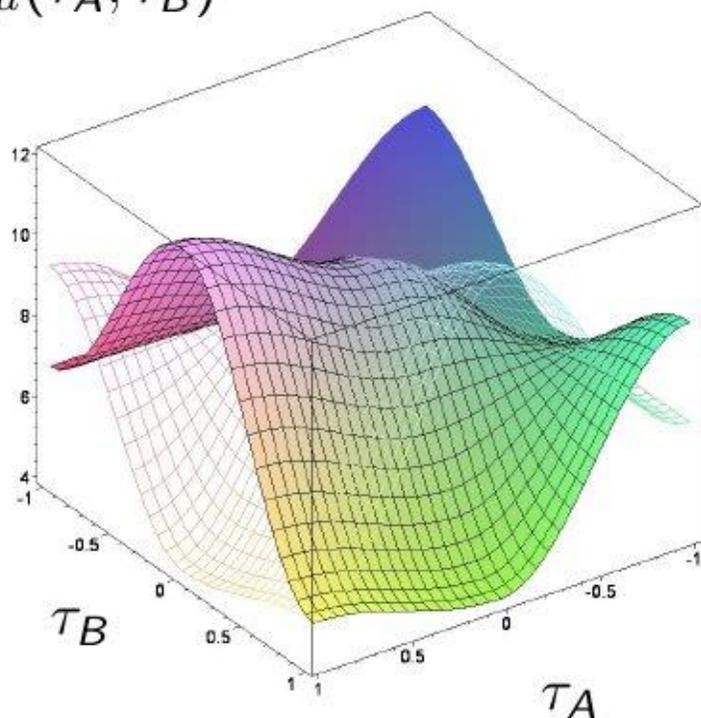
Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{8} \approx 0.52$



For the absolute classical region $CICI$ the shape of the surfaces does not change, whereas for the partially classical-quantum ($CIQu$ and $QuCI$) and absolute quantum region regions $QuQu$ the payoff structure changes due to a possible interference of quantum strategies within Hilbertspace. The structure of Nash-equilibria did not change for the last figure, whereas for this and the following pictures the previously present dominant strategy of the prisoner's dilemma game has disappeared and a new, advisable quantum Nash-equilibrium has appeared ($\hat{Q}, \hat{Q} \hat{=} (\tau_A = -1, \tau_B = -1)$). During the transition from the last picture to this figure two separate phenomena occurred. At first, for an entanglement value $\gamma_1 \approx 0.37$, the best response for player A to the strategy $s_2^B \hat{=} \tau_B = 1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $S_A(\tau_A = -1, \tau_B = 1) \approx 5.05$ is now higher than $S_A(\tau_A = 1, \tau_B = 1) = 5$. Secondly, for an entanglement value $\gamma_2 \approx 0.53$, the best response for player A to the strategy $\hat{Q}_B \hat{=} \tau_B = -1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $S_A(\tau_A = 1, \tau_B = -1) \approx 9.96$ is for $\gamma_2 = 0.53$ lower than $S_A(\tau_A = -1, \tau_B = -1) = 10$.

Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{6} \approx 0.94$

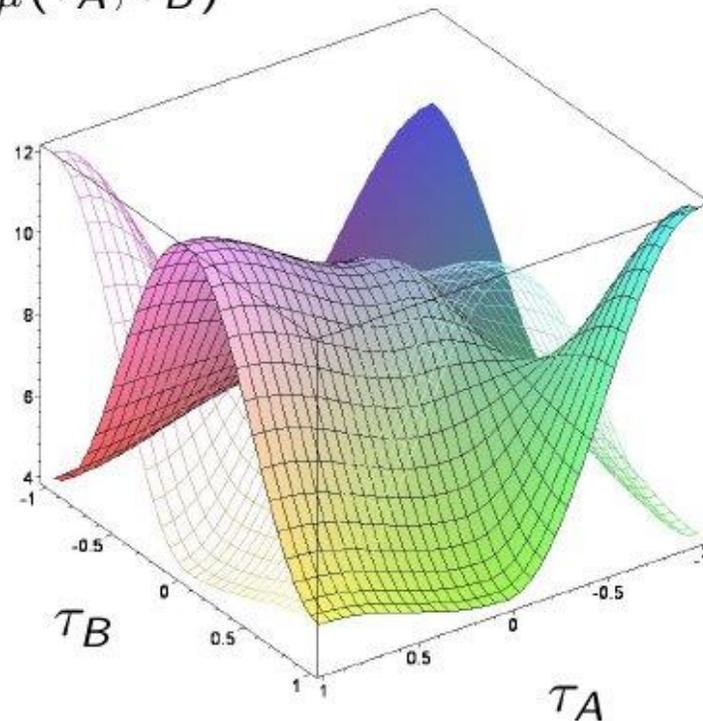
$$S_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$$



The results show, that a quantum extension of a classical prisoner's dilemma game is able to change the structure of Nash-equilibria, and even previously present dominant strategies could become nonexistent, if the value of entanglement increases further than a defined γ -threshold. Players with a higher strategic entanglement value γ escape the dilemma as they see the advantage of the quantum strategy combination (\hat{Q}_A, \hat{Q}_B) , which is measured as if both are playing the classical strategy s_2 .

Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{2} \approx 1.57$

$$S_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$$



The results show, that a quantum extension of a classical prisoner's dilemma game is able to change the structure of Nash-equilibria, and even previously present dominant strategies could become nonexistent, if the value of entanglement increases further than a defined γ -threshold. Players with a higher strategic entanglement value γ escape the dilemma as they see the advantage of the quantum strategy combination (\hat{Q}_A, \hat{Q}_B) , which is measured as if both are playing the classical strategy s_2 .

Quantum Game Theory and Financial Crises

M. Hanauske, J. Kunz, S. Bernius und W. König "Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory-based analysis of financial crises" (in Physica A 389 (2010) 5084 – 5102)

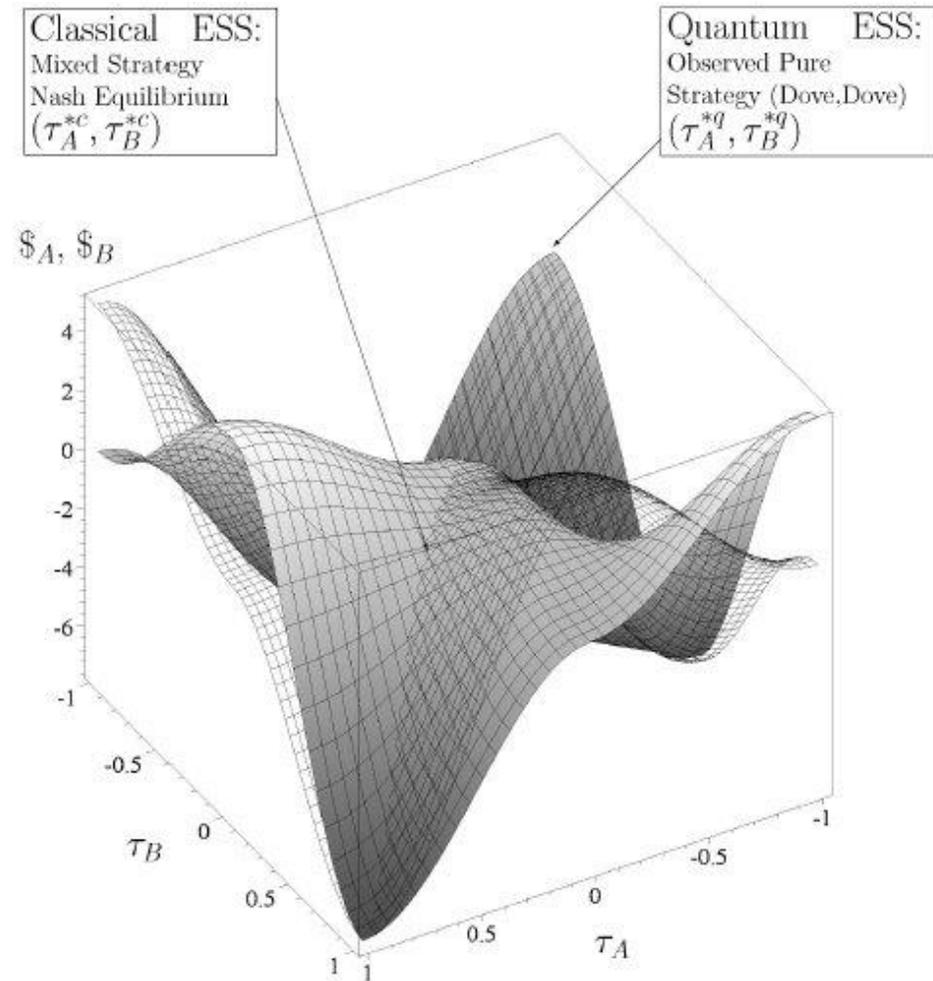


Figure 5.10.: Same description as Figure 5.7, whereas the results were calculated within a maximally entangled quantum game ($\gamma = \frac{\pi}{2}$) using parameter set $P3$.

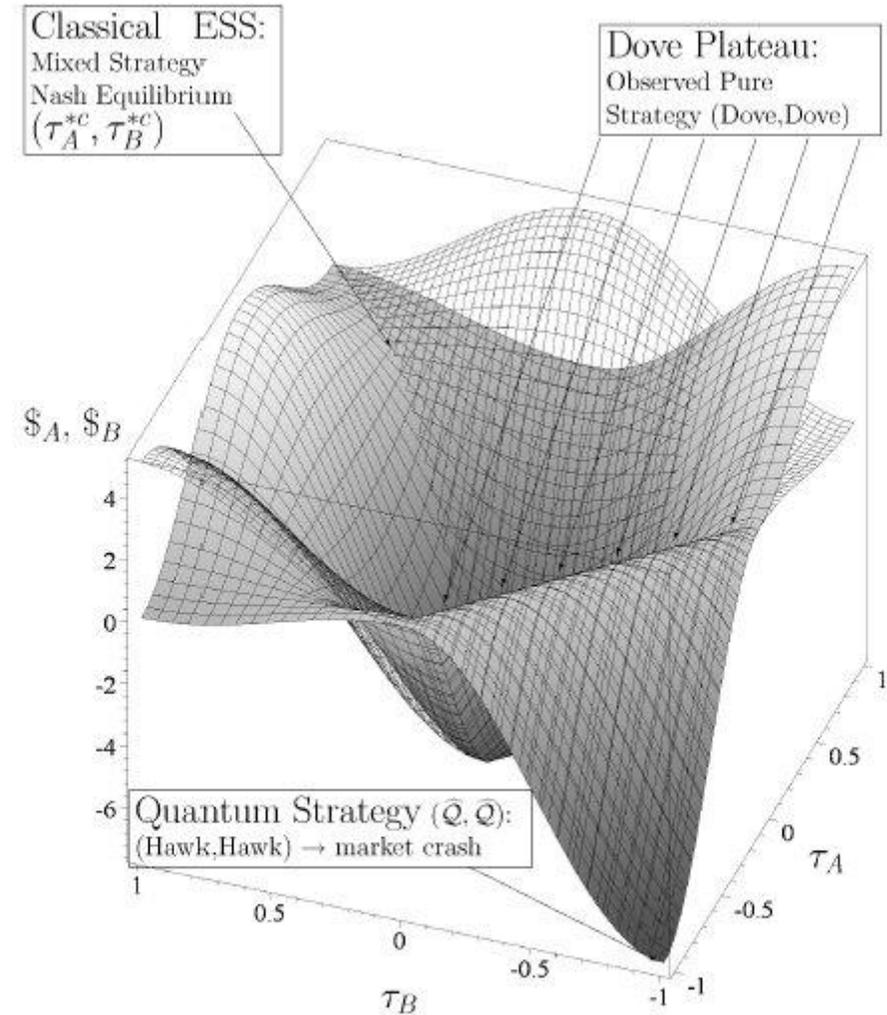


Figure 5.13.: Same description as Figure 5.12, whereas the results were calculated within a maximally entangled quantum game ($\gamma = \frac{\pi}{2}$) using parameter set $P3$.



Symmetric (2x2) quantum games

For vanishing values of entanglement ($\gamma=0$) quantum games are identical to classical games.

Dominant Class:

Games with a dilemma: The dilemma resolves if the value of entanglement is above a defined γ -barrier.

Games without a dilemma: No further Nash-equilibria, dominant strategy remains.

Class of coordination games:

The coordination problem resolves if the value of entanglement is above a defined γ -barrier.

Class of anti-coordination games:

An additional Nash-Equilibrium appears if the value of entanglement is above a defined γ -barrier.

In General: If the strategy entanglement is large enough, then additional Nash equilibria can occur, previously present, not favorable dominant or evolutionary stable strategies could become nonexistent and new, favorable evolutionary stable strategies do appear for some game classes.

Quantum Game Theory and Scientific Communication

M. Hanauske, S. Bernius und B. Dugall “Quantum Game Theory and Open Access Publishing” (in *Physica A* 382 (2007) 650-664)

Matthias Hanauske, Wolfgang König und Berndt Dugall “Evolutionary Quantum Game Theory and Scientific Communication” (Beitrag auf der Konferenz “Second Brazilian Workshop of the Game Theory Society” (2010))

Matthias Hanauske “Evolutionary Game Theory and Complex Networks of Scientific Information” (Chapter in the Springer Book “Models of science dynamics—Encounters between complexity theory and information science” (2011))

Quantum Game Theory and Financial Crises

M. Hanauske, J. Kunz, S. Bernius und W. König “Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory-based analysis of financial crises” (in *Physica A* 389 (2010) 5084 – 5102)

Quantum Game Theory and Experimental Economics

M. Hanauske, S. Bernius, W. König und B. Dugall “Experimental Validation of Quantum Game Theory” (Beitrag auf der Konferenz “Logic and the Foundations of Game and Decision Theory” (2008))

Quantum Game Theory and Networks of Software Firms

Quantum Game Theory and Social Norms in Firms



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

Journal of Mathematical Psychology 50 (2006) 220–241

Journal of
Mathematical
Psychology

www.elsevier.com/locate/jmp

Quantum dynamics of human decision-making

Jerome R. Busemeyer*, Zheng Wang, James T. Townsend

Indiana University, USA

Received 10 December 2004; received in revised form 11 January 2006

Available online 15 March 2006

Abstract

A quantum dynamic model of decision-making is presented, and it is compared with a previously established Markov model. Both the quantum and the Markov models are formulated as random walk decision processes, but the probabilistic principles differ between the two approaches. Quantum dynamics describe the evolution of complex valued probability amplitudes over time, whereas Markov models describe the evolution of real valued probabilities over time. Quantum dynamics generate interference effects, which are not possible with Markov models. An interference effect occurs when the probability of the union of two possible paths is smaller than each individual path alone. The choice probabilities and distribution of choice response time for the quantum model are derived, and the predictions are contrasted with the Markov model.

© 2006 Elsevier Inc. All rights reserved.

Keywords: Quantum; Markov; Dynamics; Decision-making; Random-walk; Diffusion; Choice; Response-time

A Brief Introduction to Quantum Formalism
Emmanuel Haven and Andrei Khrennikov

**Quantization in Financial Economics:
An Information-Theoretic Approach**
Raymond J. Hawkins and B. Roy Frieden

Quantum Game Theoretical Frameworks in Economics
Edward W. Piotrowski and Jan Śładkowski

The Intrinsic Quantum Nature of Classical Game Theory
Y. Pelosse

**Decision-Making and Cognition Modeling from the
Theory of Mental Instruments**
Irina Basieva and Andrei Khrennikov

Adaptive Dynamics and an Optical Illusion
Masanori Ohya and Yoshiharu Tanaka

Strategic Choice in Hilbert Space
Charles E. Smith Jr. and Christopher Zorn

1

19

39

59

Voters' Preferences in a Quantum Framework 141
Polina Khrennikova and Emmanuel Haven

**Quantum Structure in Cognition Origins, Developments,
Successes, and Expectations** 157
Diederik Aerts and Sandro Sozzo

Quantum Cognition, Neural Oscillators, and Negative Probabilities 195
J. Acacio de Barros and Gary Oas

**Quantum-Like Type Indeterminacy: A Constructive
Approach to Preferences à la Kahneman and Tversky** 229
A. Lambert-Mogiliansky

Quantum Models of Human Causal Reasoning 251
Jennifer S. Trueblood and Percy K. Mistry

**A Quantum Probability Model for the Constructive
Influence of Affective Evaluation** 267
Lee C. White, Emmanuel M. Pothos, and Jerome R. Busemeyer

**Is there Room in Quantum Ontology for a Genuine
Causal Role for Consciousness?** 293
Paavo Pyllkkänen

Big Challenges Section 319

Why Quantum? 321
Andrei Khrennikov

**Quantum Principles and Mathematical Models
in Physics and Beyond** 335
Arkady Plotnitsky

Emmanuel Haven • Andrei Khrennikov
Editors

The Palgrave Handbook of Quantum Models in Social Science

Applications and Grand Challenges

Quantum cognition: a new theoretical approach to psychology

Peter D. Bruza¹, Zheng Wang², and Jerome R. Busemeyer³

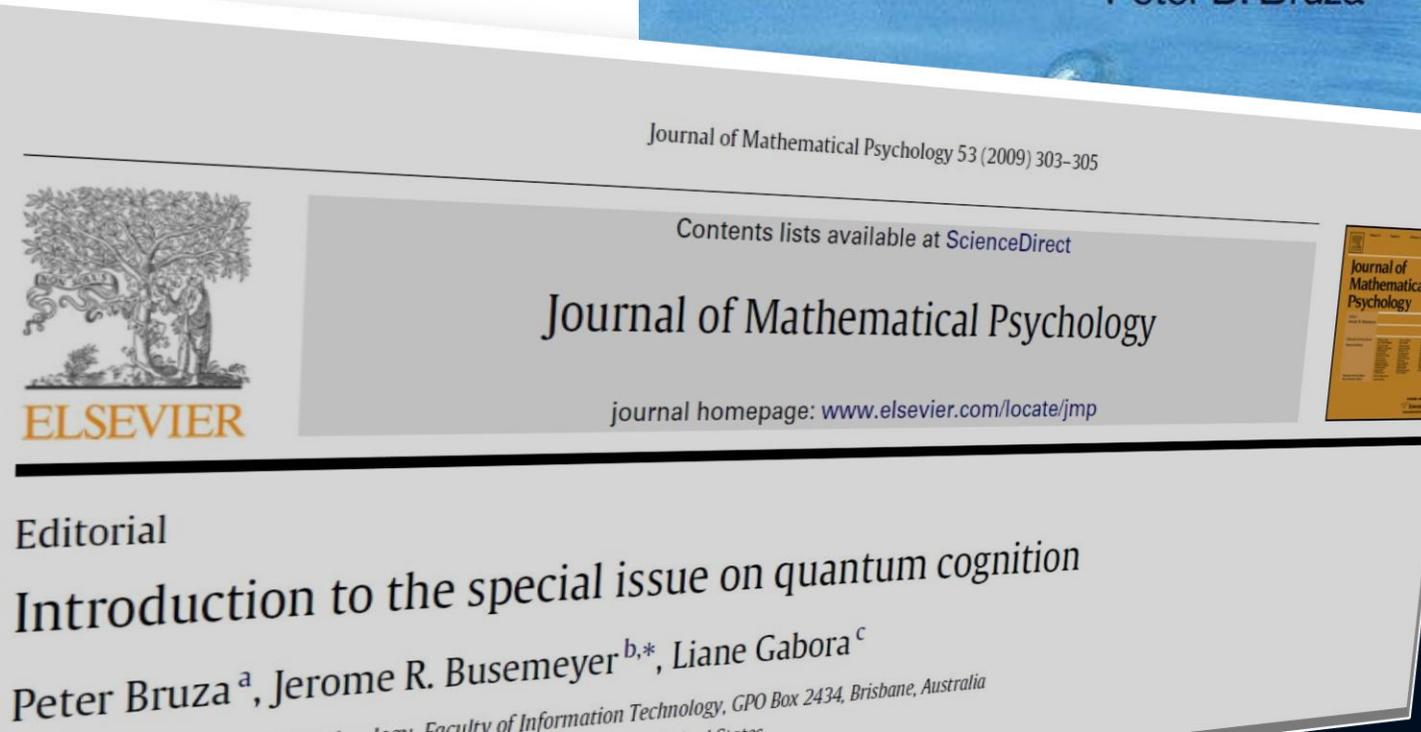
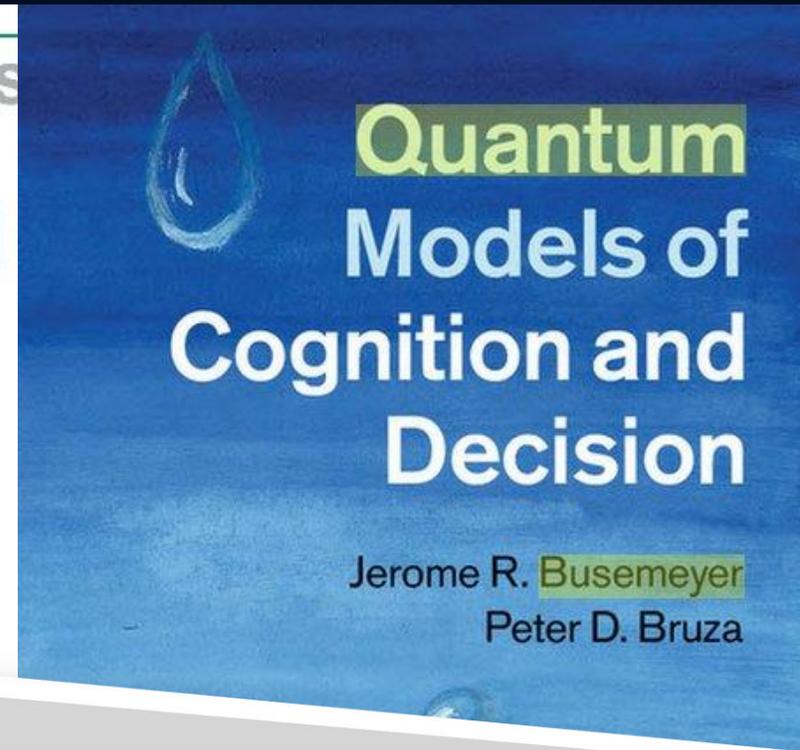
¹Information Systems School, GPO Box 2434, Queensland University of Technology, Brisbane 4001, Australia

²School of Communication, 3145 Derby Hall, 154 North Oval Mall, The Ohio State University, Columbus, OH 43210, USA

³Department of Psychological and Brain Sciences, 1101 East 10th Street, Indiana University, Bloomington, IN 48705, USA

What type of probability theory best describes the way humans make judgments under uncertainty and decisions under conflict? Although rational models of cognition have become prominent and have achieved much success, they adhere to the laws of classical probability theory despite the fact that human reasoning does not always conform to these laws. For this reason we have seen the recent emergence of models based on an alternative probabilistic framework drawn from quantum theory. These quantum models show promise in addressing cognitive phenomena that have proven recalcitrant to modeling by means of classical probability theory. This review compares and contrasts probabilistic models based on Bayesian or classical versus quantum principles, and highlights the advantages and disadvantages of each approach.

maker is rational and derived from. However, the Bayesian model does not describe the way humans make decisions. To what extent can quantum theory be used to describe human decision-making? This review compares and contrasts probabilistic models based on Bayesian or classical versus quantum principles, and highlights the advantages and disadvantages of each approach.





ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Mathematical Psychology

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jmp



Quantum structure in cognition

Diederik Aerts*

*Center Leo Apostel for Interdisciplinary Studies, Vrije Universiteit Brussel, 1160 Brussels, Belgium
Department of Mathematics, Vrije Universiteit Brussel, 1160 Brussels, Belgium
Department of Psychology, Vrije Universiteit Brussel, 1160 Brussels, Belgium*

ARTICLE INFO

Article history:

Received 27 May 2008

Received in revised form

17 April 2009

Available online 31 May 2009

Keywords:

Concept theories

Concept conjunction

Guppy effect

Overextension

Quantum mechanics

Interference

Superposition

Hilbert space

Fock space

ABSTRACT

The broader scope of our investigations is the search for the way in which concepts and their combinations carry and influence meaning and what this implies for human thought. More specifically, we examine the use of the mathematical formalism of quantum mechanics as a modeling instrument and propose a general mathematical modeling scheme for the combinations of concepts. We point out that quantum mechanical principles, such as superposition and interference, are at the origin of specific effects in cognition related to concept combinations, such as the guppy effect and the overextension and underextension of membership weights of items. We work out a concrete quantum mechanical model for a large set of experimental data of membership weights with overextension and underextension of items with respect to the conjunction and disjunction of pairs of concepts, and show that no classical model is possible for these data. We put forward an explanation by linking the presence of quantum aspects that model concept combinations to the basic process of concept formation. We investigate the implications of our quantum modeling scheme for the structure of human thought, and show the presence of a two-layer structure consisting of a classical logical layer and a quantum conceptual layer. We consider connections between our findings and phenomena such as the disjunction effect and the conjunction fallacy in decision theory, violations of the sure thing principle, and the Allais and Elsborg paradoxes in economics.

© 2009 Elsevier Inc. All rights reserved.

Frühjahrstagung der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft
in Regensburg im Jahre 2010

Evolutionary Quantum Game Theory — •MATTHIAS HANAUSKE¹ and JENNIFER KUNZ² — ¹Institute of Information Systems — ²Chair of Controlling and Auditing, Goethe-University, Frankfurt/M.

Quantum game theory is a mathematical and conceptual amplification of classical game theory. The space of all conceivable decision paths is extended from the purely rational, measurable space in the Hilbertspace of complex numbers. Through the concept of a potential entanglement of the imaginary quantum strategy parts, it is possible to include corporate decision path, caused by cultural or moral standards. If this strategy entanglement is large enough, then, additional Nash-equilibria can occur and previously present dominant strategies could become nonexistent. The main equation of evolutionary game theory, the Replicator equation, gets a more complex structure and other evolutionary stable strategies can appear. In addition to a detailed introduction in evolutionary quantum game theory several examples of applications will be presented during this talk. The current financial crisis will be discussed using a quantum extension of an anti-coordination game, the different publication patterns of scientist will be studied and the evolution of social norms in firms will be explained using a quantum coordination game.

(<http://evolution.wiwi.uni-frankfurt.de/Lyon2009/>, ArXiv: 0904.2113, arXiv: physics/0612234)

Im Jahre 2010 hatte ich die Möglichkeit meine Ergebnisse zur evolutionären Quantenspieltheorie auf der DPG-Frühjahrstagung vorzustellen (siehe nebenstehende Zusammenfassung des Vortrages). Herr Prof. Albert-Laszlo Barabasi war ebenfalls auf der Konferenz und hielt einen Vortrag über seine aktuelle Forschung (siehe nächste Folie).



GAMES 2008



THIRD WORLD CONGRESS OF THE GAME THEORY SOCIETY

JULY 13 - 17, 2008, EVANSTON, ILLINOIS, USA

Photo courtesy of © [Josh McKinnon](#)

[EDITED - Games 2008 Program - Sunday, 4 PM](#)

Founded in January 1999, the Game Theory society aims to promote the investigation, teaching, and application of game theory.

Game theory studies strategic interaction in competitive and cooperative environments. Half a century old, it has already revolutionized economics, and is spreading rapidly to a wide variety of fields.

Every four years the Society hosts its World Congress. The first was held in Bilbao, Spain in 2000. The second was held in Marseille, France in 2004. The third is to be held on the Evanston Campus of Northwestern University, in the United States.

Please send inquiries to games2008@kellogg.northwestern.edu

[SCHEDULE NOW AVAILABLE](#)

[Please click here](#)

[HOME](#)

[COMMITTEE MEMBERS](#)

[PLENARY SPEAKERS](#)

[SPEAKER INFORMATION](#)



Rhodium

Center for Game Theory
and Economic Behavior,
Kellogg School of
Management

Platinum



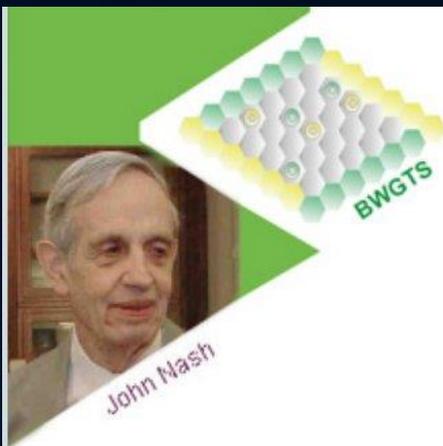
Gold

Managerial Economics and
Decision Sciences, Kellogg
School of Management

Silver



Das Nash-Fest in Sao Paulo (Brasilien, 2010)



John Nash

SECOND BRAZILIAN WORKSHOP OF THE GAME THEORY SOCIETY

in honor of JOHN NASH, on the occasion of the 60th anniversary of Nash equilibrium



Event

Program

Papers

Registration

Travel & Venue

[General Information](#) [Financial Support](#) [Location](#)
[Sponsors](#) [Committee](#) [Participants](#) [Contact us](#)

ORGANIZERS



General Information

It is a great pleasure to invite you to participate in the SECOND BRAZILIAN WORKSHOP OF THE GAME THEORY SOCIETY, the 1st São Paulo School of Advanced Sciences on Game Theory of FAPESP - The State of São Paulo Research Foundation. It will be held at the University of São Paulo, from July 29 to August 4, 2010. The event will honor JOHN NASH, on the occasion of the 60th anniversary of Nash equilibrium.

The workshop will offer the participants the opportunity to interact with some of the most productive researchers in Game Theory. The week-long event will consist of conferences, contributed papers sessions and mini-courses which will start at the introductory level and will reach the frontiers of current research. All graduate students should send a recommendation letter from their supervisors to bwgt2010@usp.br.

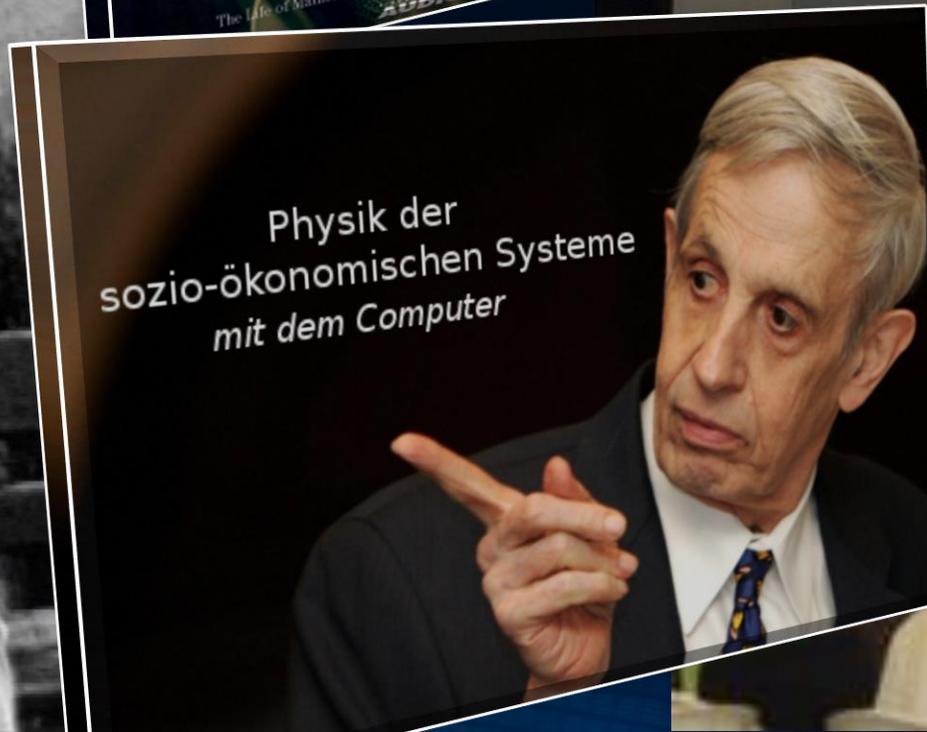
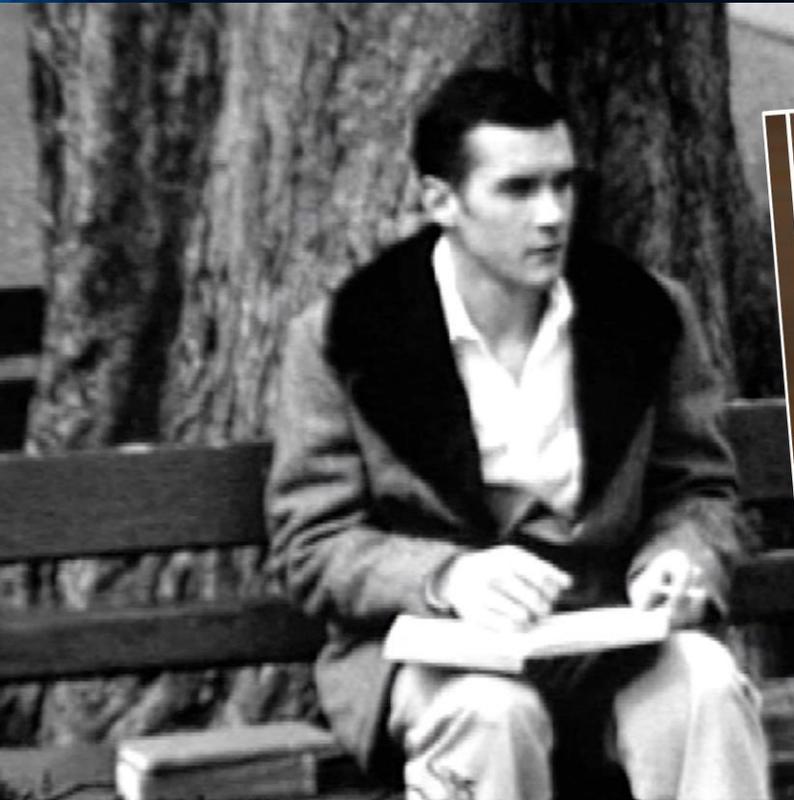
Videos des Workshops unter [http//..](http://..)

John Forbes Nash

John Forbes Nash Jr.
at Princeton university
in 1949



"2nd Brazilian Workshop of the Game Theory Society" in honor of John Nash (27.7. - 04.08.2010, Sao Paulo, Brazil)









Wie geht es weiter?

Über die evolutionären Dilemmata unserer Population

Das aktuelle Verhalten der Menschheit (unserer Population) ist geprägt von unterschiedlichsten, dilemma-artigen Entscheidungssituationen (wieder aufflammendes Dilemma des Wettrüstens, Tragik der Almende am Beispiel von klimapolitischen Entscheidungen, ...). Die ursächliche aggressive und selbstbezogene Natur des Menschen wird in Spielen auf sozio-ökonomischen Netzwerken meist durch eine höhere Auszahlung gefördert. Der aktuelle Vertrauensverlust in internationalen politischen Entscheidungssituationen ist in der Theorie der Quantenspiele als eine Abnahme der Verschränkung zu sehen. Sich dadurch herausbildende aggressive „Quasi-Spezies“ handeln nur nach dem egoistischen Prinzip des „Homo Ökonomikus“. Um eine langfristige, friedvolle und nachhaltige Entwicklung unserer Population zu garantieren und dilemma-artigen Entscheidungssituationen zu entfliehen ist ein gewisses Maß an Verschränkung erforderlich.

Über die evolutionären Dilemmata unserer Population

Overview

[Committees](#)

[Call for Abstracts](#)

[Timetable](#)

[Registration](#)

[Participant List](#)

[Travel, Visa & Accommodation](#)

[Registration Fees & Student Support](#)

[Important Dates & Further Information](#)

[Previous Conferences & Editions](#)

[In Memoriam: John Alexander](#)

Contact

[✉ wpcf2020.jamaica@gmail.com](mailto:wpcf2020.jamaica@gmail.com)

[✉ benjamin.schweid@ston.ac.uk](mailto:benjamin.schweid@ston.ac.uk)

[✉ maria.stefaniak.dokt@pwr.edu.pl](mailto:maria.stefaniak.dokt@pwr.edu.pl)



This event follows the tradition of previous editions by bringing together experts and other interested researchers in the field of particle-particle correlations and femtoscopy in nuclear and particle physics. The topics covered by the WPCF concern dynamical and thermodynamical properties of emitting sources produced in heavy-ion collisions, including links to phase transitions, the equation of state, and transport properties. Moreover, two- and multi-particle correlation measurements provide tools to reveal the existence of new resonances (both at high and at low energies) and phenomena such as nuclear clusters, molecules and spectroscopic properties of unbound states. Lastly, diffraction in high energy physics has been developed with applications in elastic p+p collisions at the LHC including proton holography. The scope of the conference will include correlation and femtoscopy research at RHIC/LHC energies and at low - intermediate energies as well.

How to increase entanglement?

	H	L
H	$(B_H - \beta d, B_H - \beta d)$	$(B_H - d, B_L + \alpha d)$
L	$(B_L + \alpha d, B_H - d)$	$(B_L + \gamma d, B_L + \gamma d)$

Ein Beispiel:

Population: Angestellte der Goethe Universität Frankfurt

Strategien:

H: Ich flieg natürlich auch weiter auf internationale Konferenzen

L: Ich werde beruflich nicht mehr in ein Flugzeug steigen

Wir nehmen an, das für jeden einzelnen Spieler der betrachteten Population $B_H > B_L$ gilt.

Within the evolutionary extension of the CO₂-consumers game, each player daily selects one game partner out of his/her social neighborhood and discusses the two options of the specific subgame and fixes his/her individual choice for the next day. The Table 1 summarizes the payoff structure of the underlying (2×2) game. In contrast to common payoff matrices of games, we have focused on a non-monetary utility formulation. B_H, B_L : quantifies the non-monetary benefit a person gains in the case of choosing the strategy H (L) and as a result emitting a high (low) amount of carbon dioxide.

Zukünftige Vorträge:
Tagung der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft (DPG)
in Dresden (15.03-20.03.2020)

Quantum Game Theory for Power-, Heat- and Traffic- Networks

Energy systems including the sectors electricity, heating and transportation need to transform towards renewable energy sources. The future of the electric power network depends on the decisions of the various actors which are embedded in a multipartite complex network. A game-theoretic approach of the whole European sector-coupled energy system depends on country-specific political and economic decisions and last but not least on the behavior of consumption of each human. The population of carbon dioxide consumers and in particular, the impact of social/moral pressure on the behavior of the consumers will be in the focus of talk. Classical evolutionary game theory, simulations of spatial games and evolutionary quantum game theory will be used to understand the dynamics of the transformation process towards a carbon neutral society.

CFP: METAPHYSICS OF PHYSICS
(BONN, MARCH 31-APRIL 2, 2020,
DEADLINE: JANUARY 19, 2020)



Submitted by Meinard Kuhlmann (University of Mainz).