

# Allgemeine Relativitätstheorie

*Einsteins schönster Geniestreich auf dem Prüfstand*

*DENKBAR, FRANKFURT AM MAIN, 14. MAI 2018*

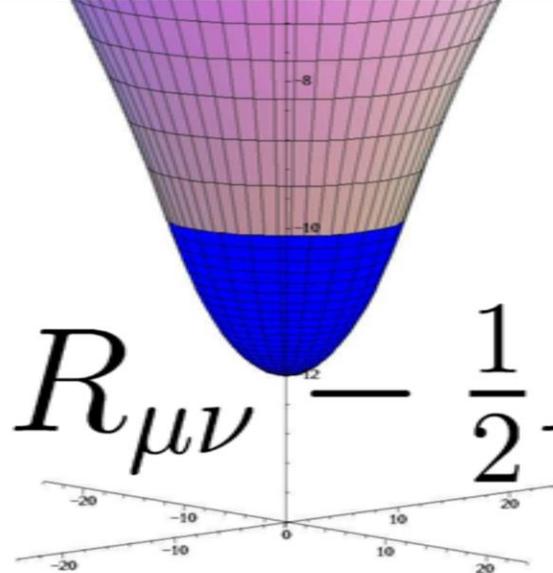
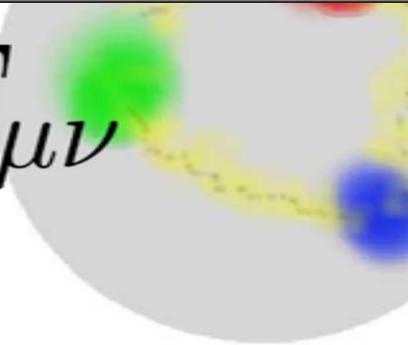
*MATTHIAS HANAUSKE, KENTARO TAKAMI, LUKE BOVARD, JOSE FONT, FILIPPO GALEAZZI, JENS PAPENFORT, LUKAS WEIH, ELIAS MOST, FEDERICO GUERCILENA, NATASCHA WECHSELBERGER, ZEKIYE SIMAY YILMAZ, CHRISTINA MITROPOULOS, JAN STEINHEIMER, STEFAN SCHRAMM, DAVID BLASCHKE, MARK ALFORD, KAI SCHWENZER, ANDREAS ZACCHI, JÜRGEN SCHAFFNER-BIELICH, LAURA TOLOS, GLORIA MONTAÑA, MICHAEL RATTAY, HORST STÖCKER AND LUCIANO REZZOLLA*

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES  
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT  
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK  
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK  
D-60438 FRANKFURT AM MAIN*

# Allgemeinen Relativitätstheorie

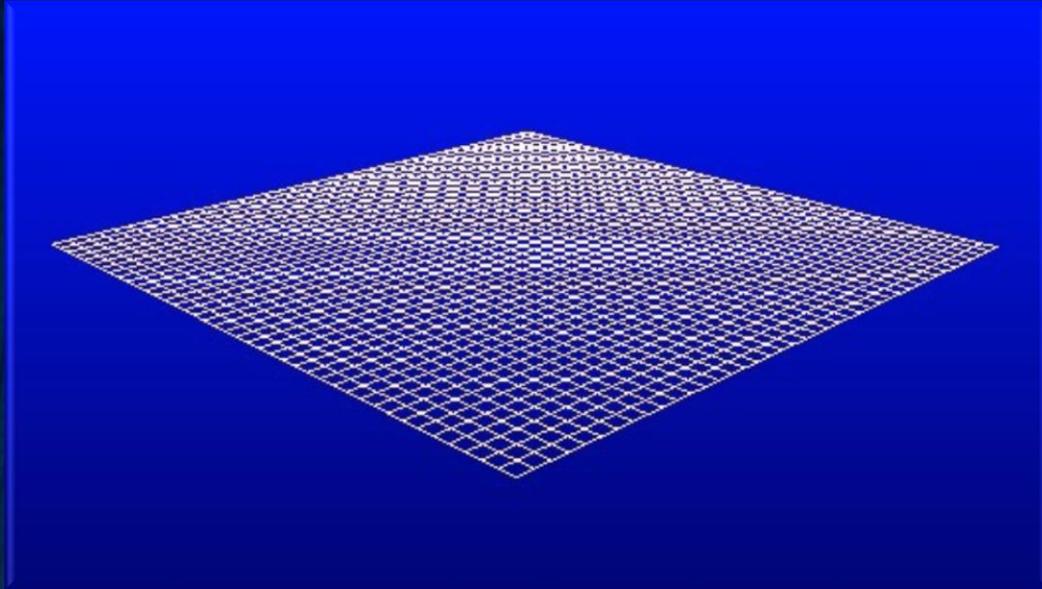
## Die Einsteingleichung

Vor etwa hundert Jahren (1915) stellte Albert Einstein seine „Allgemeine Relativitätstheorie“ (ART) der Öffentlichkeit vor.


$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$


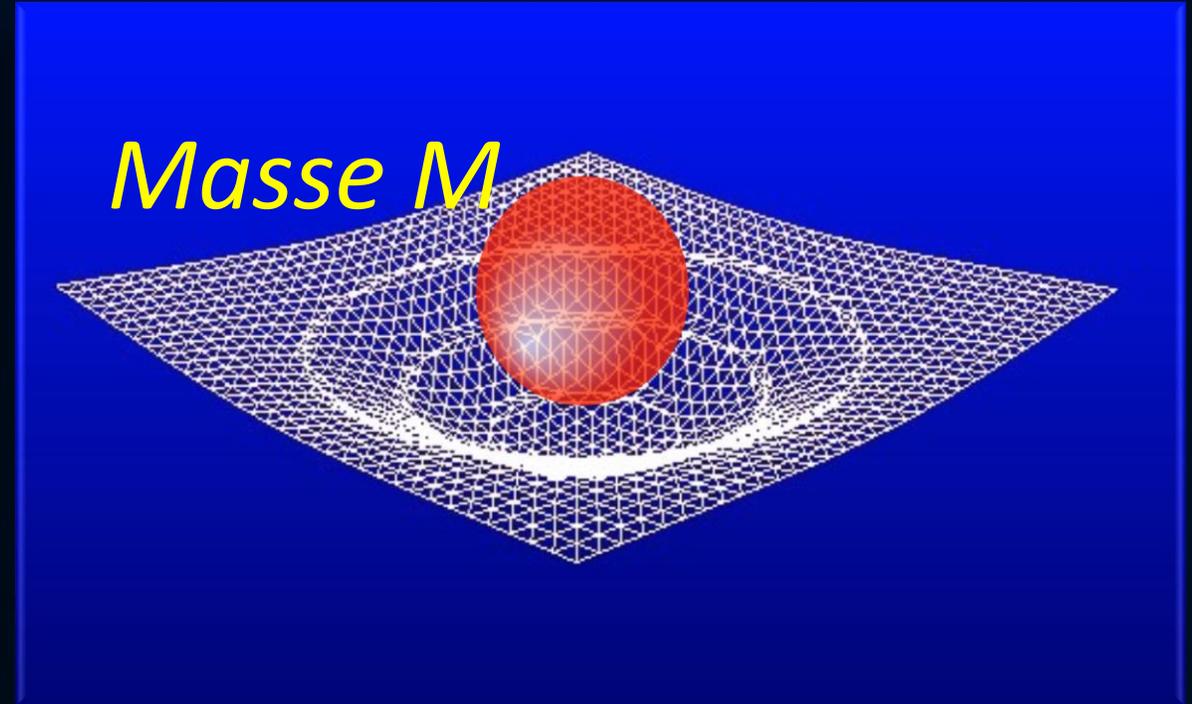
Die ART ist eine sehr revolutionäre Theorie. Sie besagt, dass jegliche Energieformen (z.B. Masse eines Körpers) die „Raumzeit“ verbiegen und durch diese Krümmung des Raumes und der Zeit die Gravitation (Schwerkraft) resultiert. -> Raumzeit-Krümmung = Energie

# Was ist Raumzeit-Krümmung?



## Flache Raumzeit

Raumzeit ohne Materie und Energie hat keine Krümmung



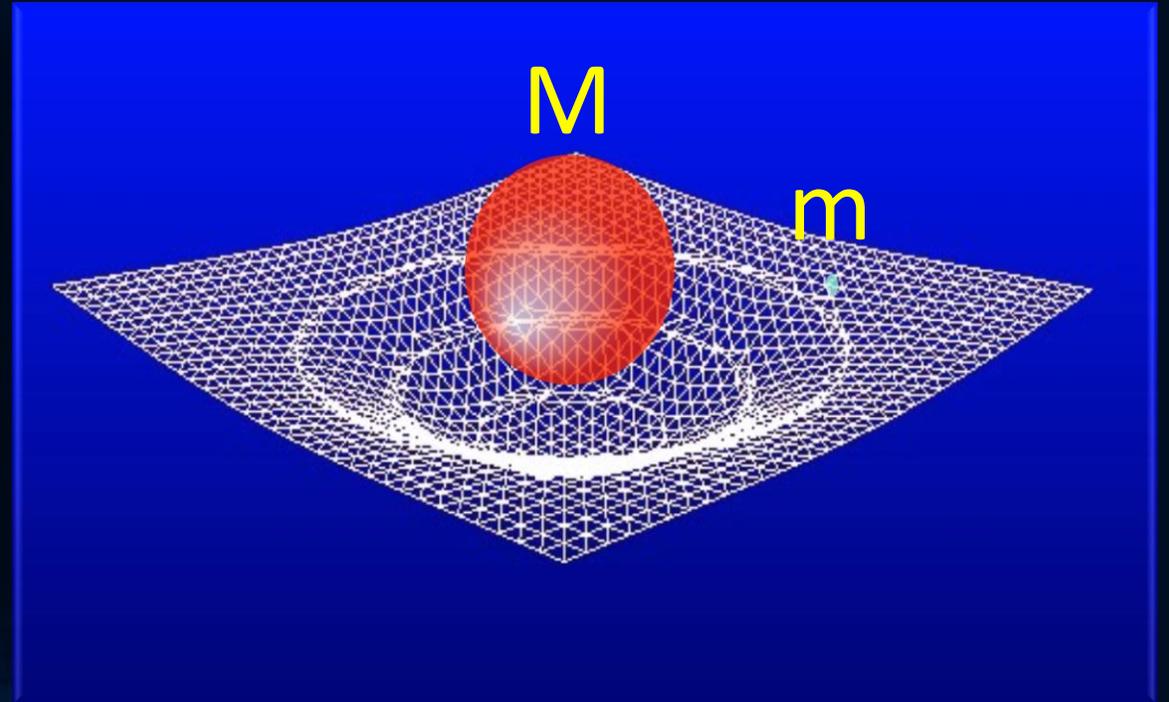
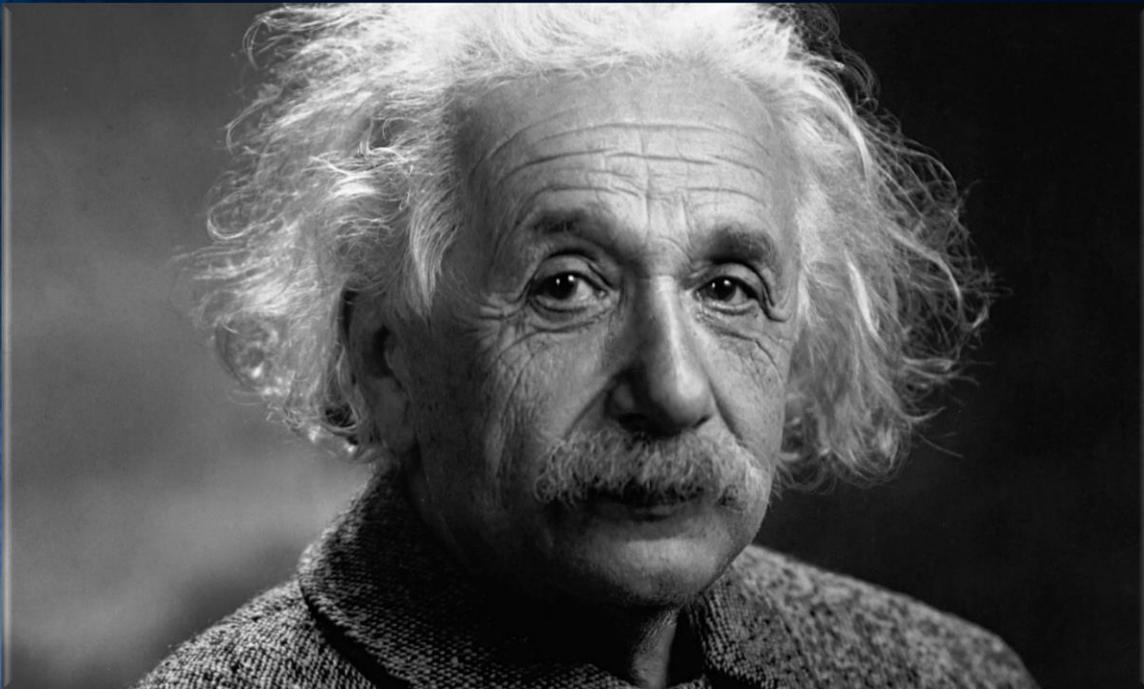
## Gekrümmte Raumzeit

Raumzeit mit Materie verbiegt sich

# Raumzeit-Krümmung ist Gravitation!

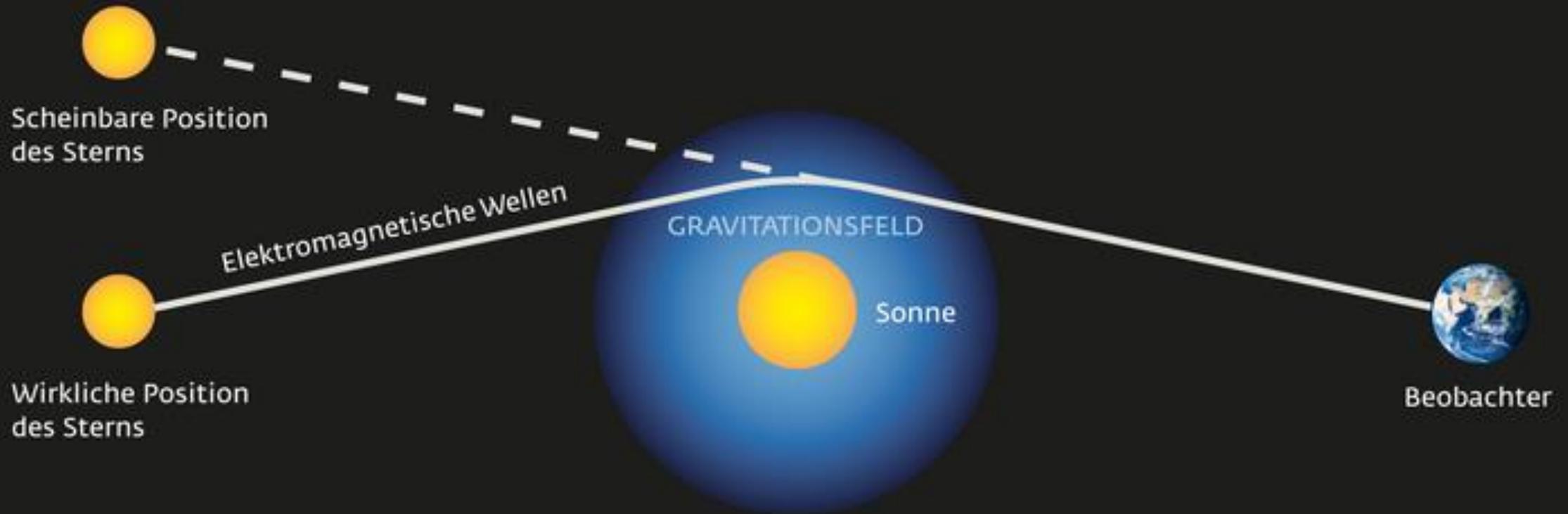
Gravitation: Betrachten wir einen Objekt kleiner Masse  $m$  das um ein Objekt großer Masse  $M$  kreist (z.B. Mond kreist um die Erde)

Einstein's Allgemeine Relativitätstheorie (ART): Die Krümmung der Raumzeit, verursacht durch die große Masse, bestimmt die Umlaufbahn des kleinen Körpers und ist ursächlicher Grund der gravitativen Wechselwirkung



# Erste Bestätigung der ART: Sonnenfinsternis 1919

Aufgrund des extrem revolutionären Charakters der ART glaubten viele Physiker zunächst nicht an Einsteins Theorie. Das änderte sich schlagartig im Jahre 1919:



# Der Gravitationslinsen-Effekt

Der besprochene Gravitationslinsen-Effekt kann auch mehrfache Bilder des gleichen Objektes erzeugen:



# Der Einstein-Ring



LRG 3-757: im Jahre 2007 mit dem Hubble Space Teleskop aufgenommen

# Gravitative Zeitdilatation

Den Effekt der Zeitverbiegung kann man heutzutage sogar auf der Erde nachweisen -> Uhren ticken in den Bergen ein wenig schneller als im Tal.

News  
12.02.2018  
[Drucken](#)  
[Teilen](#)

RELATIVITÄTSTHEORIE

## Warum die Zeit im Gebirge schneller vergeht

Mit einem surrealen Effekt der Gravitationsphysik haben Wissenschaftler die Höhe eines Tunnels in den französischen Alpen bestimmt.

von Robert Gast



© ISTOCK / SKOUATROULIO (AUSSCHNITT)

2018 auf [www.spektrum.de](http://www.spektrum.de)

# Frankfurter Allgemeine

Physik & Mehr

WISSENSCHAFT GIZIN GENE KLIMA WELTRAUM GARTEN NETZRÄTSEL

ALLGEMEINE RELATIVITÄTSTHEORIE

## Hurra, wir hier unten leben länger!

VON ANNE HARDY AKTUALISIERT AM 19.10.2010 06:00

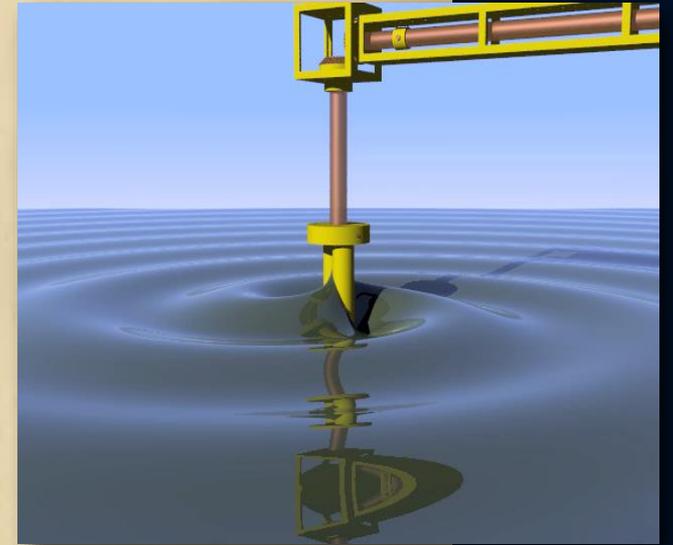


# Über Gravitationswellen.

Von A. EINSTEIN.

(Vorgelegt am 31. Januar 1918 [s. oben S. 79].)

Die wichtige Frage, wie die Ausbreitung der Gravitationsfelder erfolgt, ist schon vor anderthalb Jahren in einer Akademiearbeit von mir behandelt worden<sup>1</sup>. Da aber meine damalige Darstellung des Gegenstandes nicht genügend durchsichtig und außerdem durch einen bedauerlichen Rechenfehler verunstaltet ist, muß ich hier nochmals auf die Angelegenheit zurückkommen.



100 Jahre später LIGO:

# LIGO: Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory

PRL **116**, 061102 (2016)

 Selected for a **Viewpoint** in *Physics*  
PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending  
12 FEBRUARY 2016



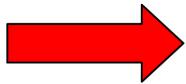
## Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

B. P. Abbott *et al.*\*

(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

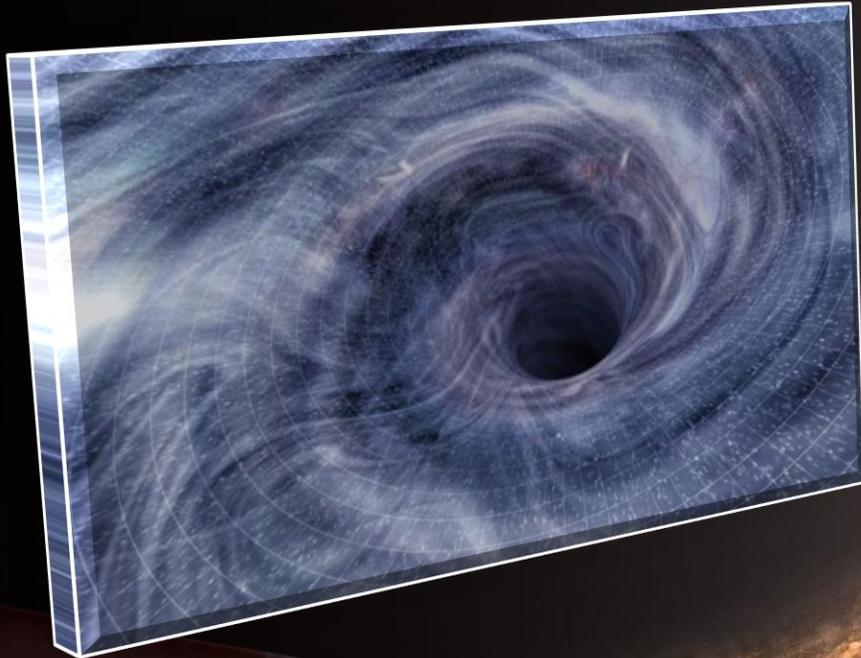
(Received 21 January 2016; published 11 February 2016)

On September 14, 2015 at 09:50:45 UTC the two detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory simultaneously observed a transient gravitational-wave signal. The signal sweeps upwards in frequency from 35 to 250 Hz with a peak gravitational-wave strain of  $1.0 \times 10^{-21}$ . It matches the waveform predicted by general relativity for the inspiral and merger of a pair of black holes and the ringdown of the resulting single black hole. The signal was observed with a matched-filter signal-to-noise ratio of 24 and a false alarm rate estimated to be less than 1 event per 203 000 years, equivalent to a significance greater than  $5.1\sigma$ . The source lies at a luminosity distance of  $410_{-180}^{+160}$  Mpc corresponding to a redshift  $z = 0.09_{-0.04}^{+0.03}$ . In the source frame, the initial black hole masses are  $36_{-4}^{+5} M_{\odot}$  and  $29_{-4}^{+4} M_{\odot}$ , and the final black hole mass is  $62_{-4}^{+4} M_{\odot}$ , with  $3.0_{-0.5}^{+0.5} M_{\odot} c^2$  radiated in gravitational waves. All uncertainties define 90% credible intervals. These observations demonstrate the existence of binary stellar-mass black hole systems. This is the first direct detection of gravitational waves and the first observation of a binary black hole merger.

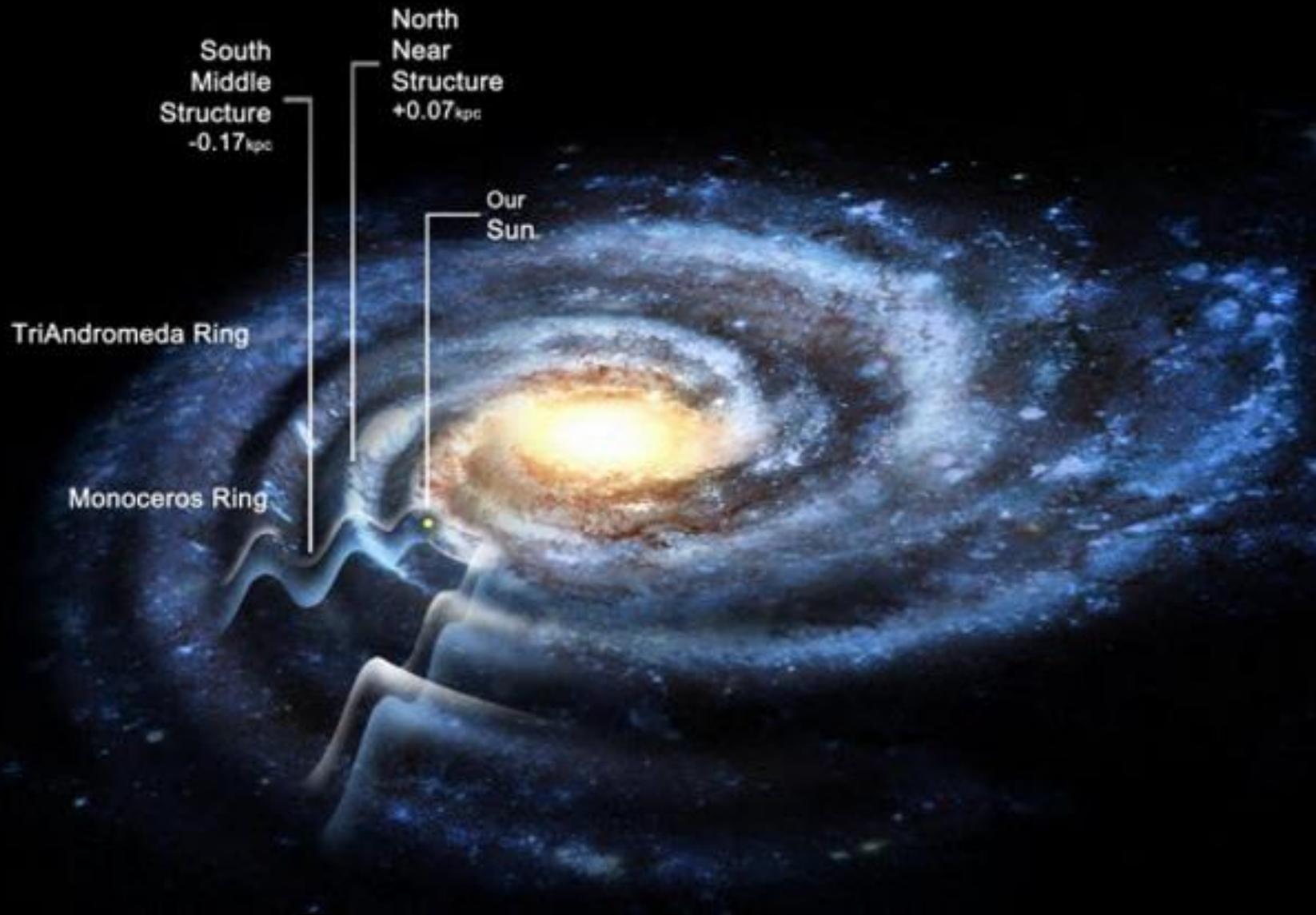


1. Direkter Nachweis von Gravitationswellen  
Signalform: Verschmelzung von zwei schwarzen Löchern

# Was sind schwarze Löcher?



# Das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxie



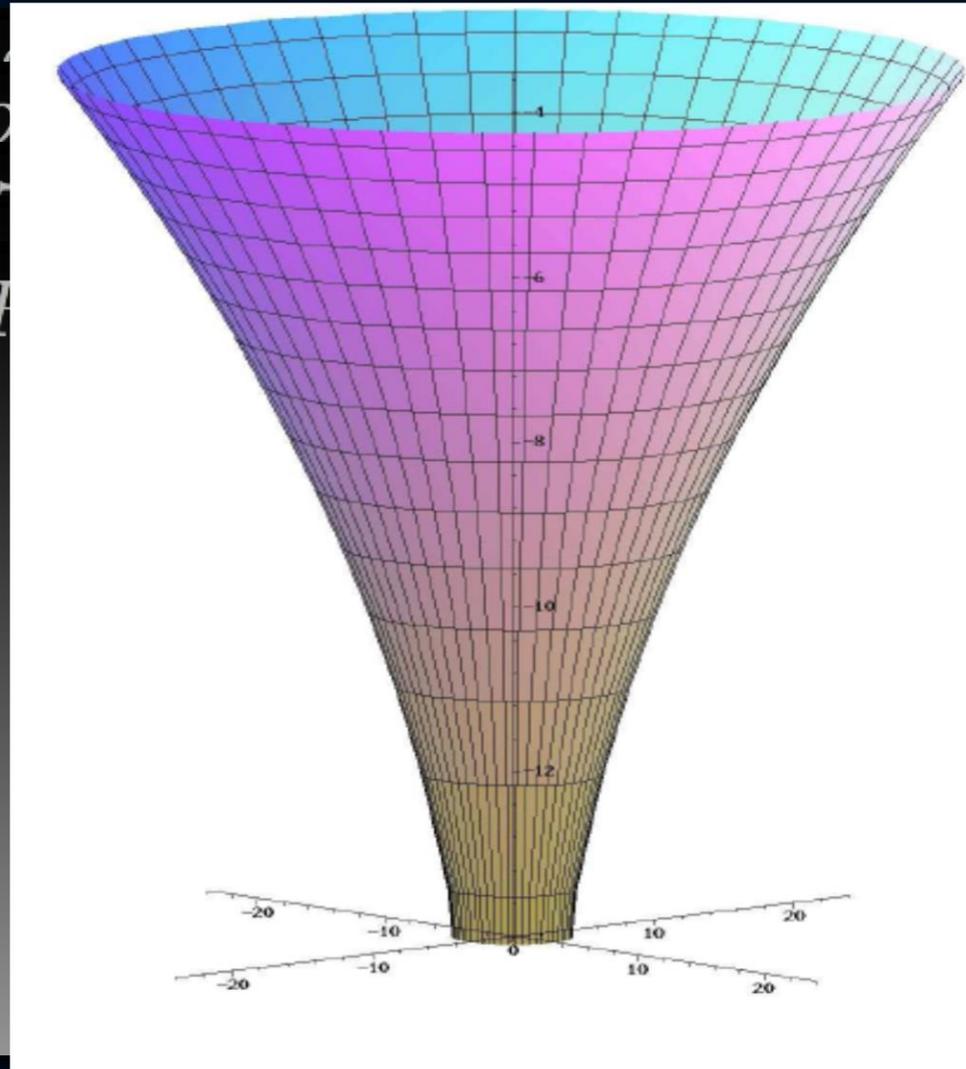
# Wie sieht das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxie aus?



Das EU-Projekt **BlackHoleCam**  
*L.Rezzolla, H.Falke und M.Kramer*

Black hole cam is a European funded project, which is a partner in the Event Horizon Telescope and not a separate network!

# Schwarze Löcher und der Raumzeit-Trichter



M: Masse des Objektes  
R: Radius des Objektes  
 $g_{tt}$ : Metrik der Raumzeit

$$\sqrt{-g_{tt}}$$

Wir sind über den  
Grenzwert  
gekommen und  
haben ein schwarzes  
Loch erzeugt!

Grenzwert der Krümmung: Stabile Objekte (Neutronensterne) sind nicht mehr möglich

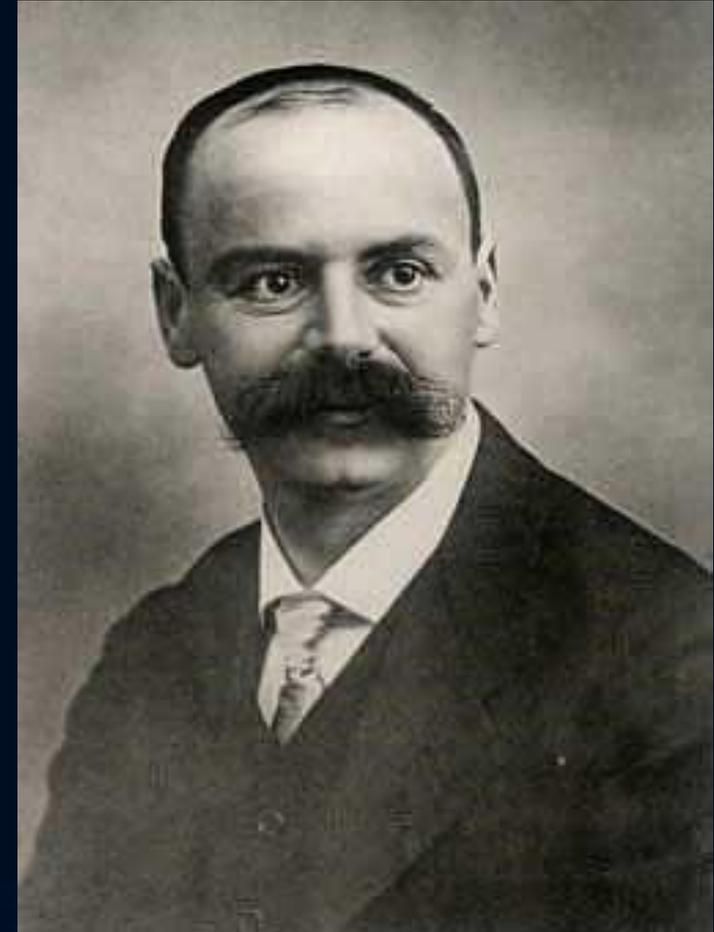
# Die Schwarzschild Lösung

1915 Einsteins Gravitation:  
Krümmung der „Raumzeit“

1916 Karl Schwarzschild:

... geboren 1873 in Frankfurt nahe dem Haus der Rothschild's. Erste Lösung der ART – drei Monate nach Einsteins Artikel! Aussenraummetrik eines nichtrotierenden schwarzen Loches.

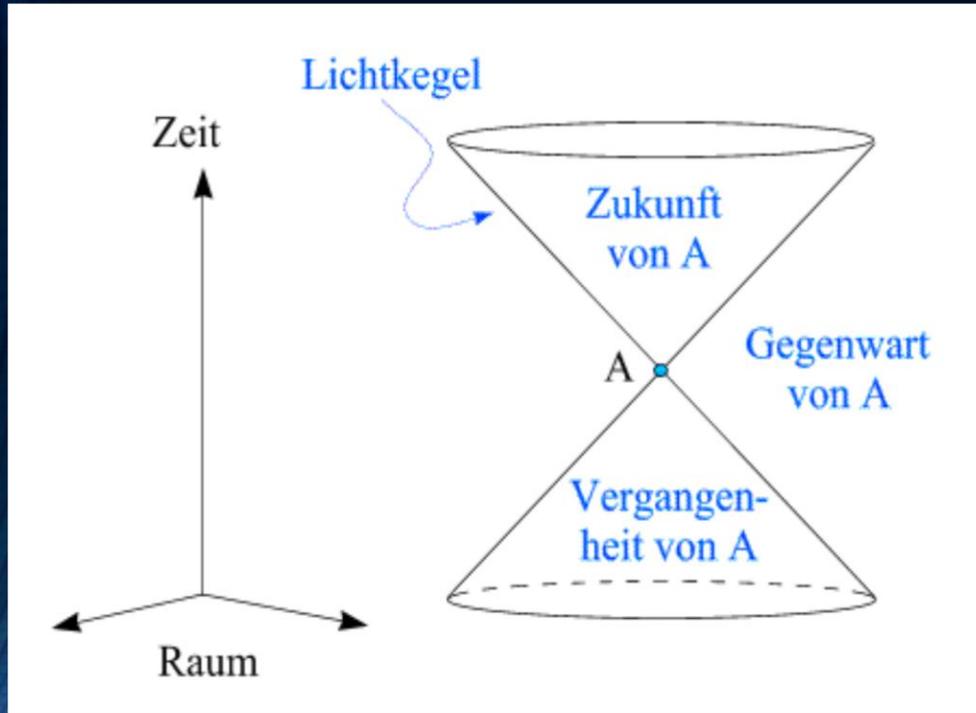
Schwarzschild stirbt einen Monat später an einer Infektion die er sich an der russischen Front einfing...



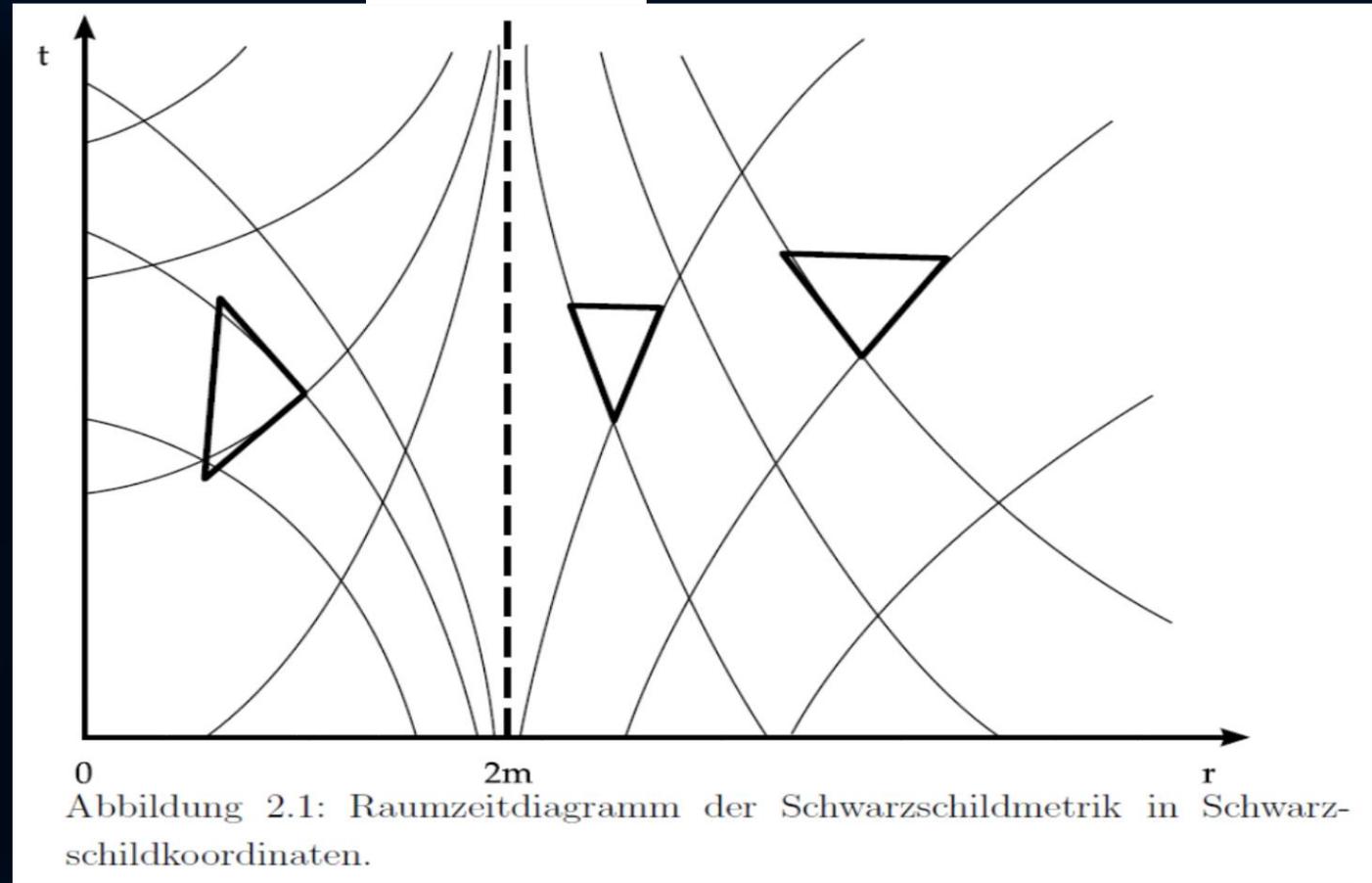
# Raumzeit-Diagramm eines schwarzen Loches

Sichtweise ruhender Beobachter im Unendlichen

Ereignis-  
horizont



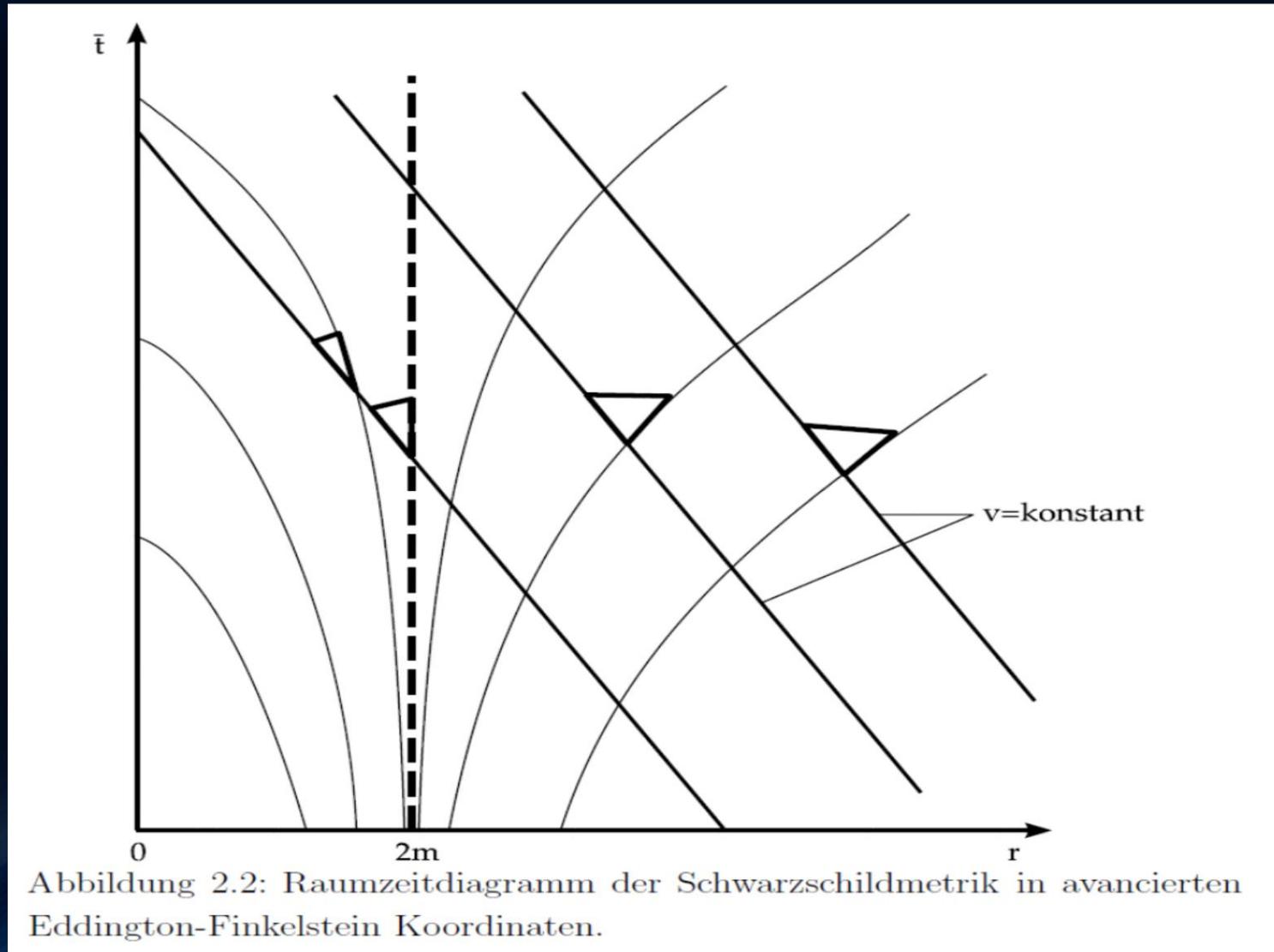
Raumzeit-Struktur  
im flachen Raum



Raumzeit-Struktur um ein schwarzes Loch

# Raumzeit-Diagramm eines schwarzen Loches

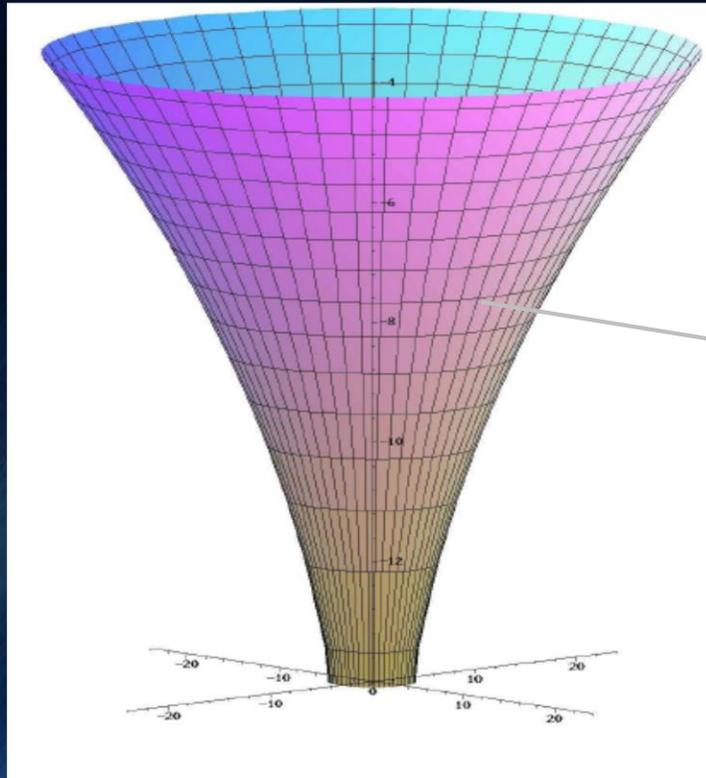
Sichtweise eines in das schwarze Loch fallenden Beobachters



# Das Bildnis des schwarzen Loches

(die wohl beste Veranschaulichung der wesentlichen Eigenschaften eines schwarzen Loches)

## Der Raumzeit-Trichter im Reichstagsgebäude



# Das Bildnis des schwarzen Loches

(die wohl beste Veranschaulichung der wesentlichen Eigenschaften eines schwarzen Loches)



Ereignis-  
horizont

Ereignishorizont

Echte Singularität

# Das Bildnis des schwarzen Loches

(die wohl beste Veranschaulichung der wesentlichen Eigenschaften eines schwarzen Loches)



Artikel im Jahre 2004  
in Physics World  
erschienen.

# Black holes and the German Reichstag

One day a couple of years ago I was attending a meeting of the German Astronomical Society in Berlin, when I was gripped with an almost irrepressible sense of inner unrest. There was no other option – I simply had to leave the lecture halls of the Technical University and enjoy the gorgeous day outside. Before I left, however, I carefully taped my poster to the wall between the entrances to the men's and women's toilets, which seemed the perfect spot for it. Every congress delegate would now be forced – subliminally at least – to notice my creation.

After leaving the university buildings, I first soaked up the summer sunshine in the zoological gardens before heading towards the Reichstag – the home of the German parliament. As I did so, my thoughts wandered off in a different direction. What a waste of time, it occurred to me, all those boring lectures are. What physics desperately needs, I reasoned, is a new and exciting way of presenting the subject.

Unfortunately, modern physics is impossible to comprehend using intuition alone. How can bizarre concepts such as the curvature of space-time or the event horizon of a black hole be understood? What possible imagery could help non-scientists to grasp the significance and vital importance of some of the major insights of theoretical physics? Finding a simple way of conveying those ideas seemed an impossible task.



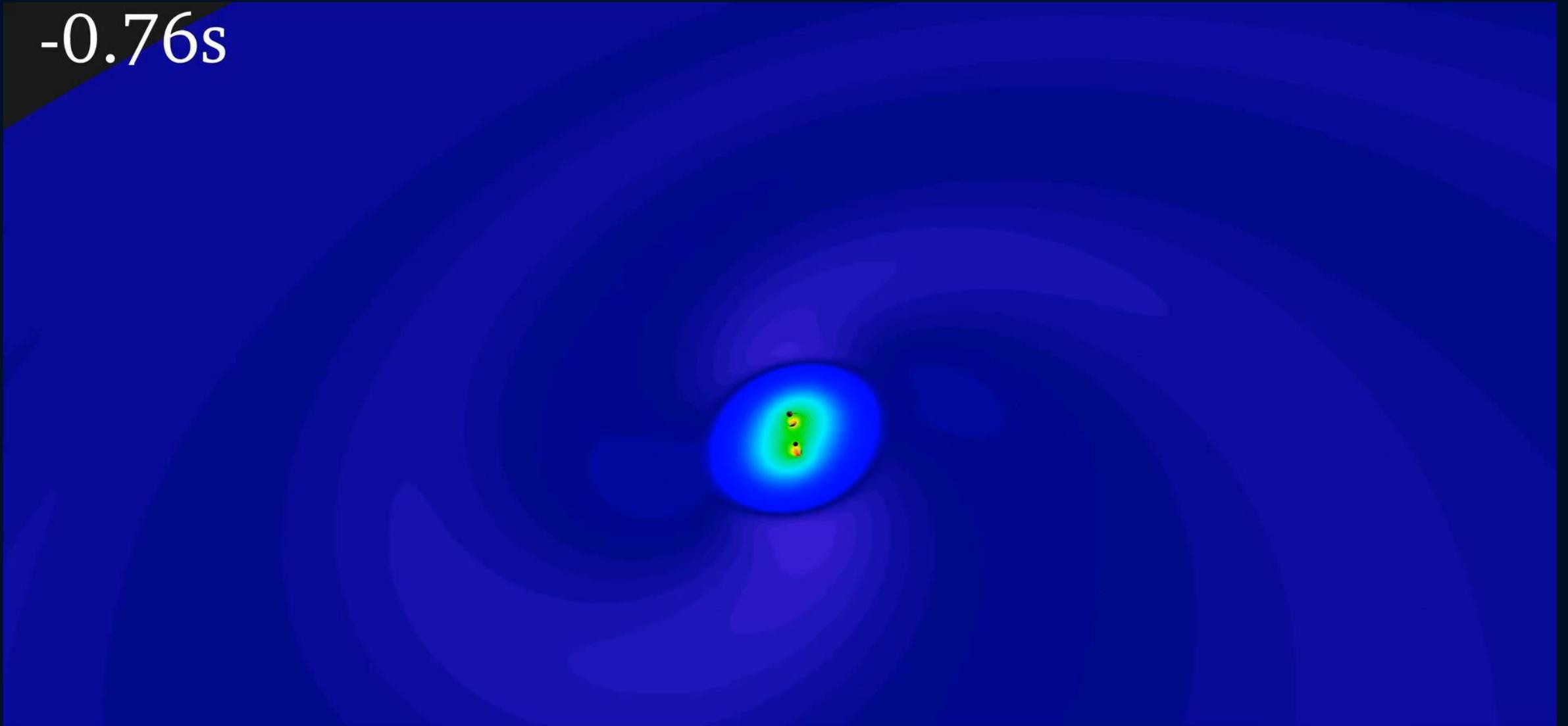
The funnel looks exactly like the diagrams used to illustrate the curvature of a black hole

Along the barrier are displayed various photographs of decisive events in German history that are designed to remind visitors of their responsibilities to the future. They are a warning against forgetfulness and against the repression of the Nazi era.

Suddenly I saw the significance of the information frozen on the pictures. Just as the politicians sit in the inner area of the black hole from which no useful information ever escapes, so the pictures represent external

# Computer Simulation: Kollidierende Schwarze Löcher

-0.76s

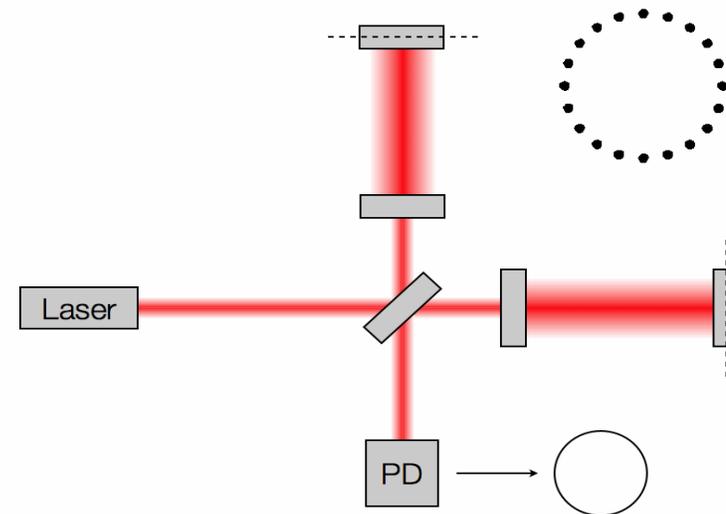
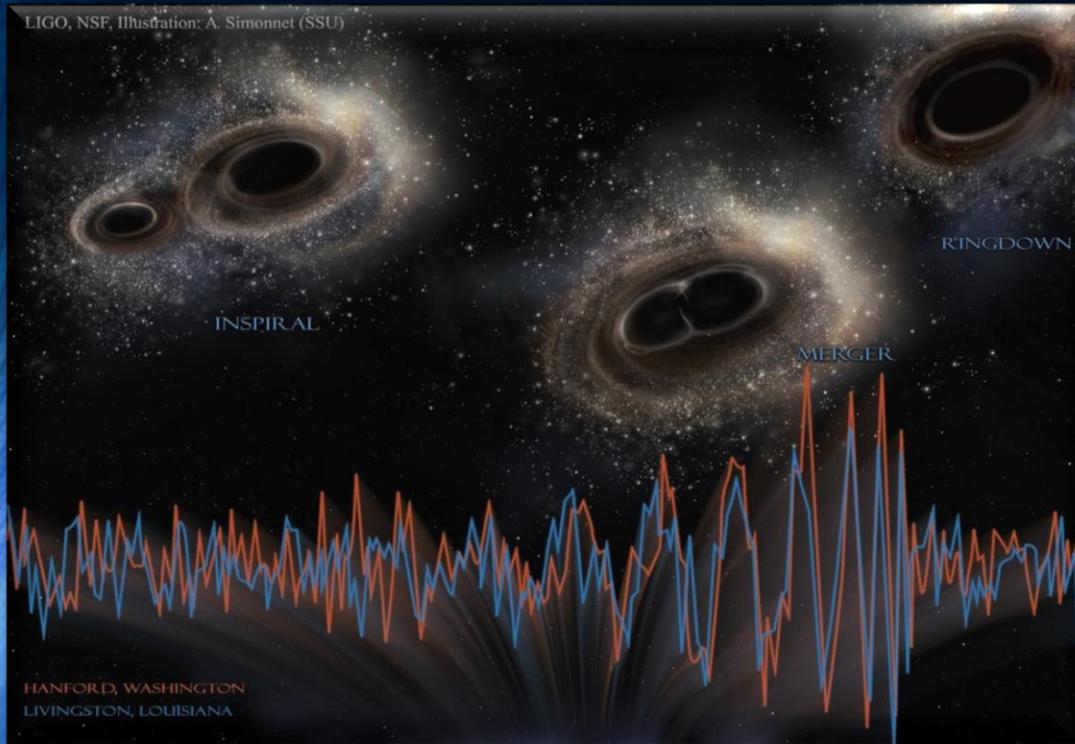


# Gravitationswellen gefunden!! (2015): LIGO

## Kollision zweier Schwarzer Löcher GW150914

Massen: 36 & 29 Sonnenmassen

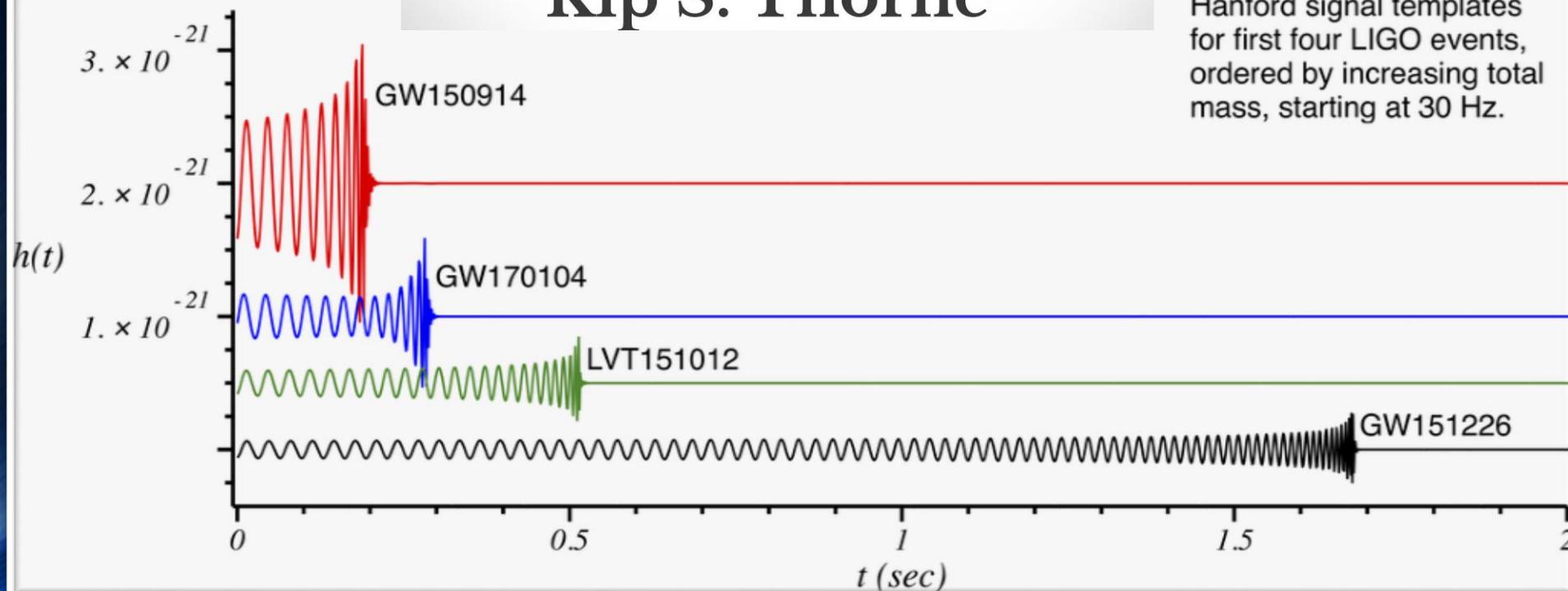
Abstand zur Erde 410 Mpc  
(1.34 Milliarden Lichtjahre)



# 2017 NOBEL PRIZE IN PHYSICS



Rainer Weiss  
Barry C. Barish  
Kip S. Thorne



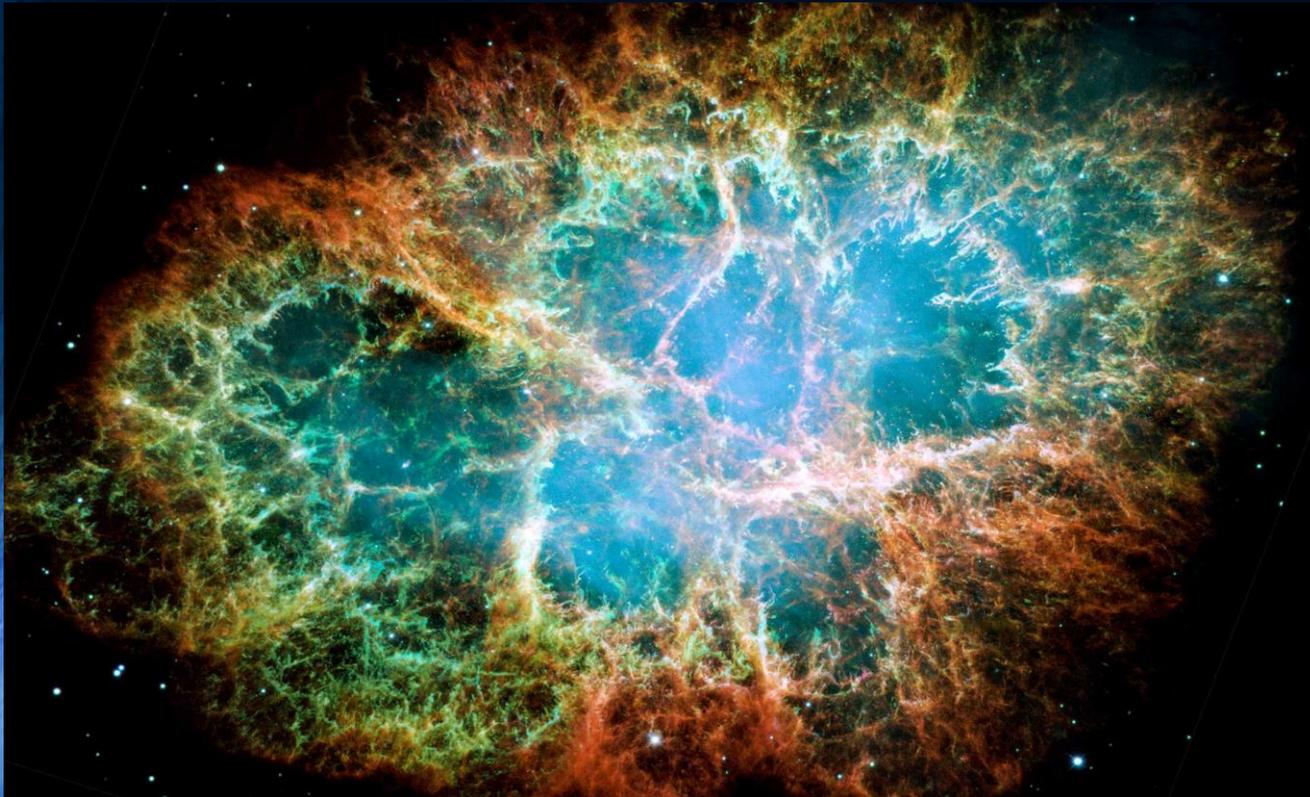
Hanford signal templates for first four LIGO events, ordered by increasing total mass, starting at 30 Hz.

GW170817: Gravitationswelle einer  
Neutronenstern Kollision gemessen!



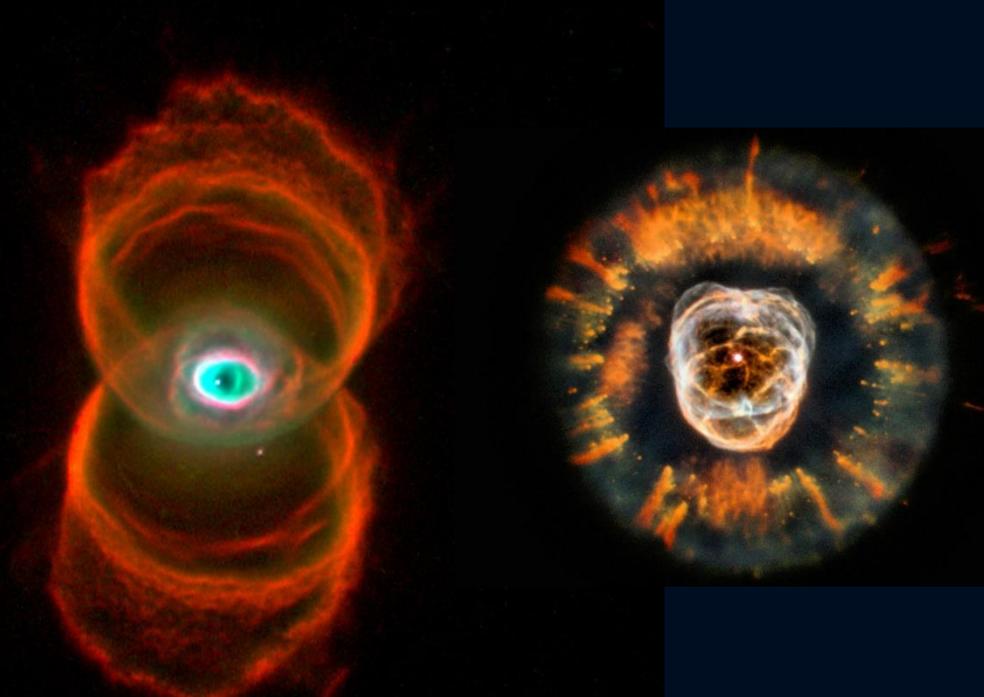
# Was sind Neutronensterne?

Neutronensterne entstehen in einer Supernova Explosion.  
Sonnensysteme, die mindestens 8-mal schwerer als unsere Sonne sind explodieren  
am Ende ihrer Lebenszeit in einer Supernova Explosion –  
im Zentrum bleibt ein Neutronenstern oder ein schwarzes Loch zurück.



Supernova Explosion, Krabben-Nebel

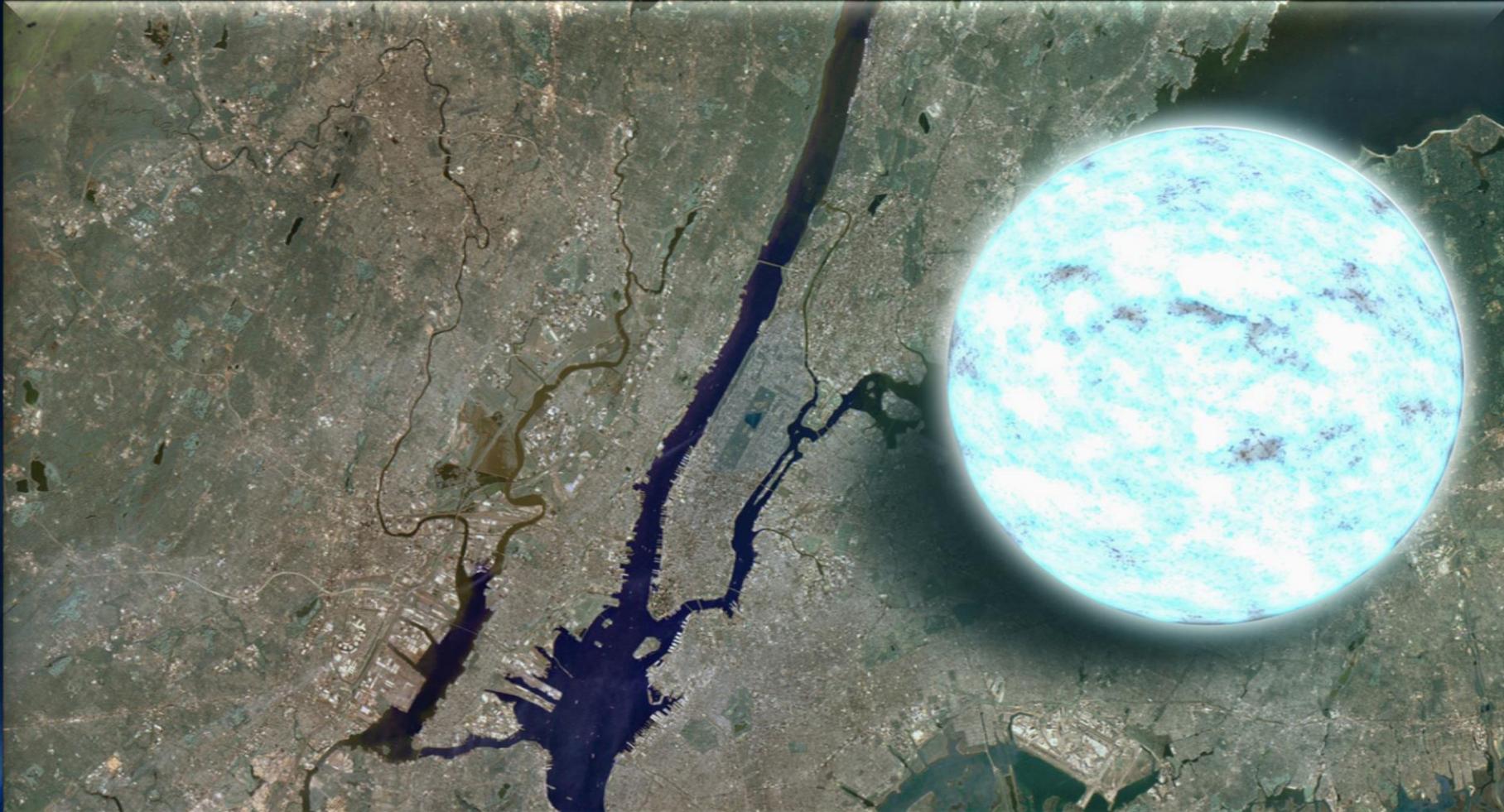
Zwei planetarische Nebel  
Endstadium leichter Sonnen (weißer Zwerg)



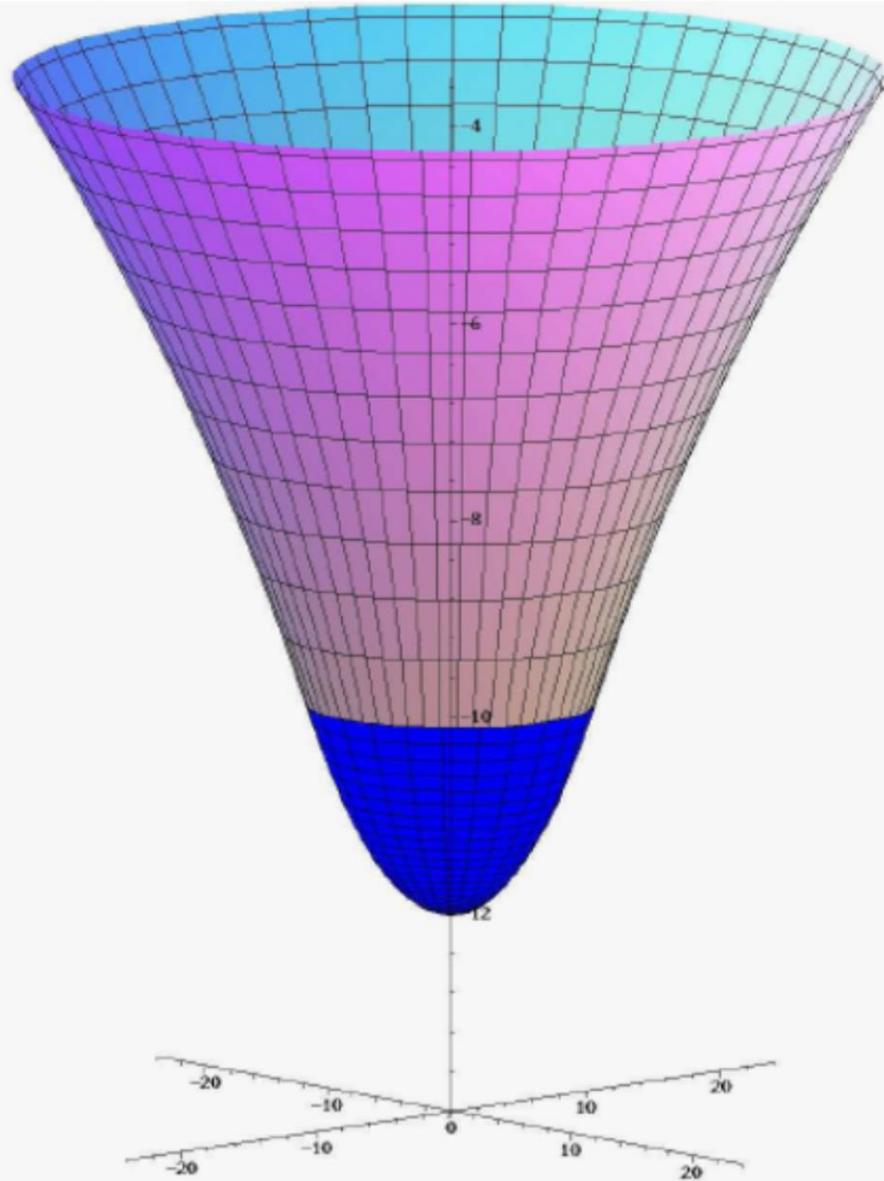
# Was sind Neutronensterne?

Radius  $\sim 10$  km, Masse  $\sim 1$ -2 Sonnenmassen

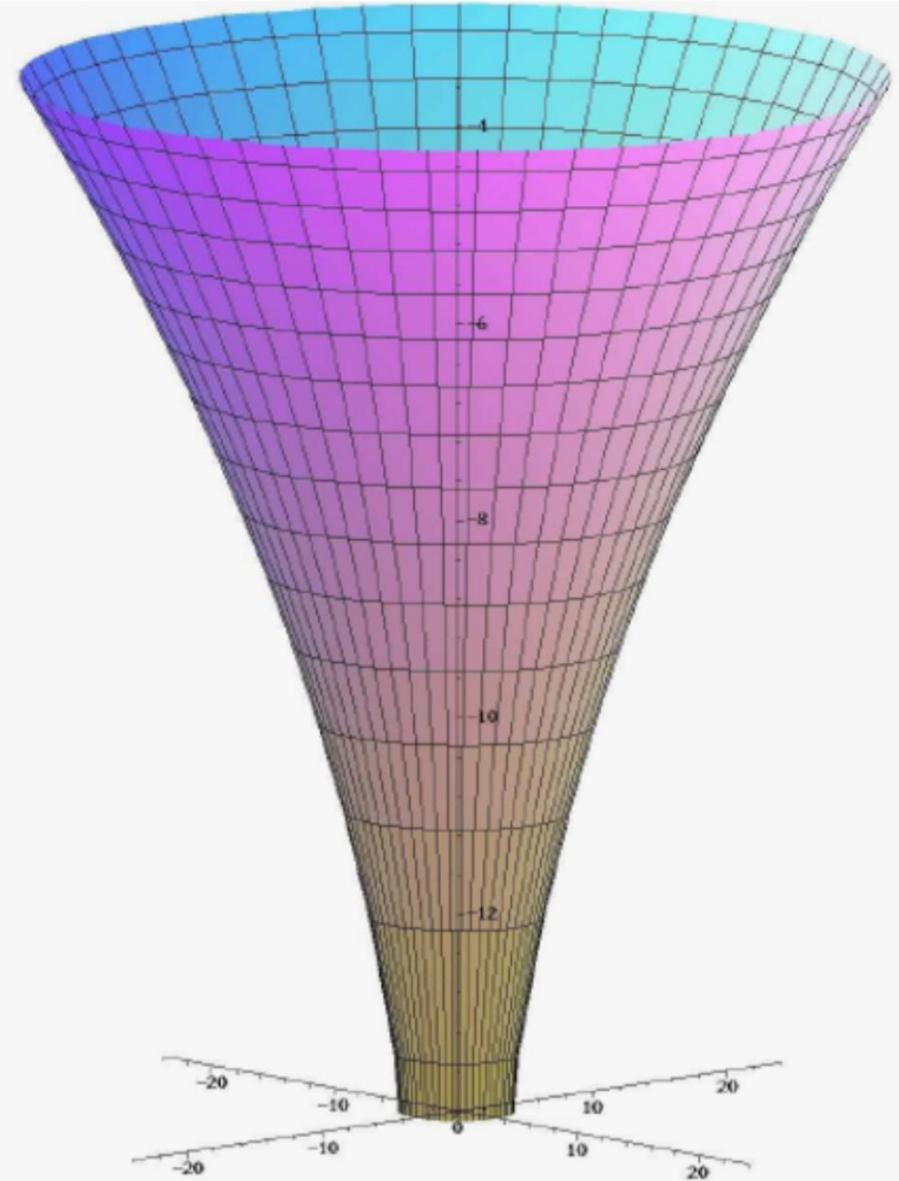
Riesige Magnetfelder  $\sim 10^{11}$  Tesla, schnell rotierend (bis zu 716 Hz)



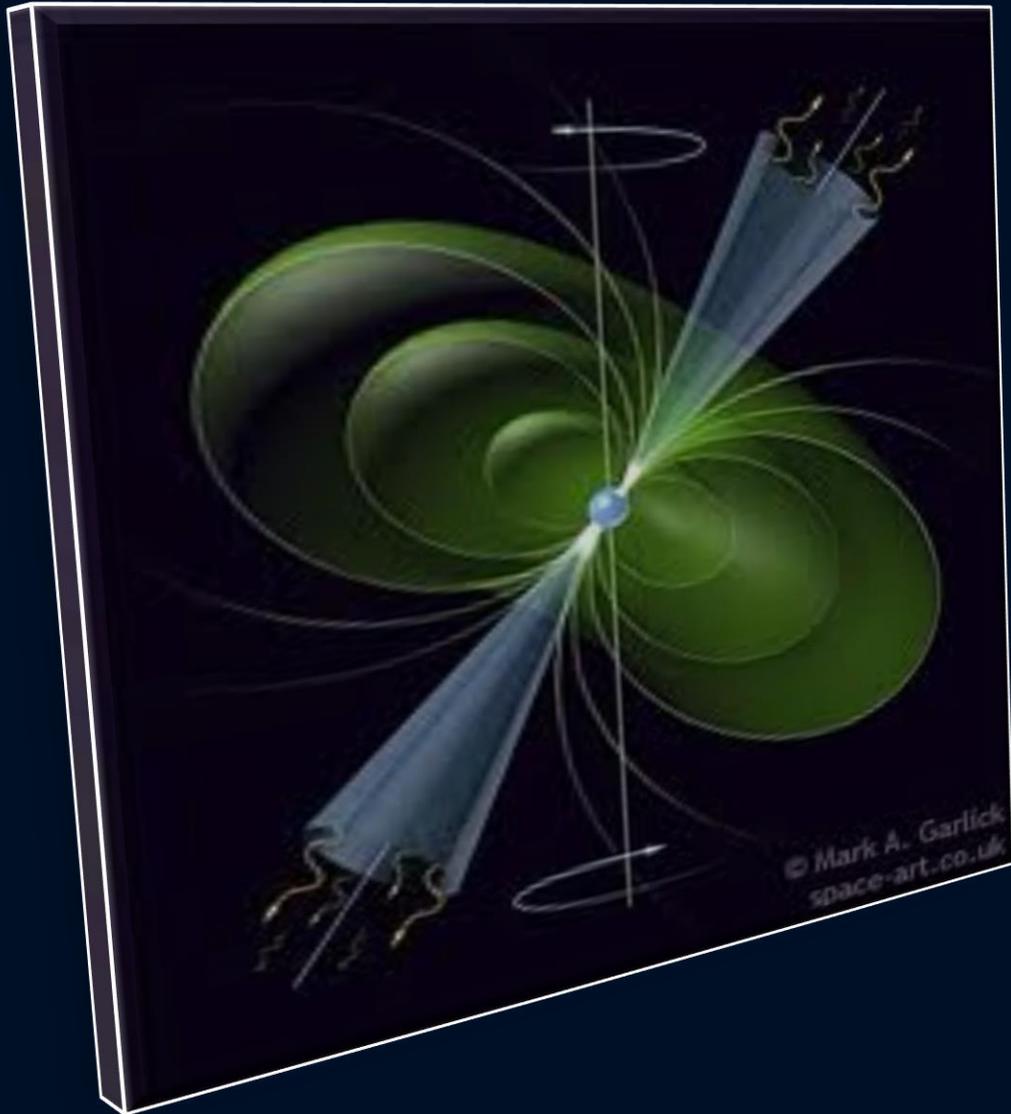
# Neutronenstern



# Schwarzes Loch



# Pulsare := Rotierende Neutronensterne mit starkem Magnetfeld



In den letzten 50 Jahren konnten mittels Radioteleskopen ca. 3000 rotierende Neutronensterne (Pulsare) gefunden werden.

Der erste Pulsar wurde im Jahre 1967 entdeckt (PSR 1919+21, Bell)

Man unterscheidet Sekundenpulsare und Millisekunden-Pulsare



PSR B0329+54 (0.715 s)



PSR B0531+21 (33.5 ms)



PSR B1937+21 (1.56 ms)

# Binäre Neutronenstern Systeme

Zurzeit kennt man ca. 25  
binäre Neutronenstern Systeme

Beispiel:

**Der Double Pulsar**

(PSR J0737-3039A/B):

Entdeckt im Jahre 2003

Eccentricity: 0.088

Pulsar A:  $P=23$  ms,  $M=1.3381(7)$

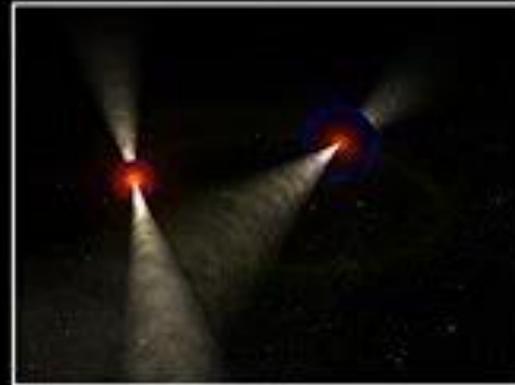
Pulsar B:  $P=2.7$  s,  $M=1.2489(7)$

Abstand zwischen den Sternen nur  
800,000 km

Orbitale Periode: 147 Minuten

Abstand verkleinert sich langsam  
aufgrund der Abstrahlung von  
Gravitationswellen

Die beiden Neutronensterne  
werden erst in 85 Millionen  
Jahren kollidieren

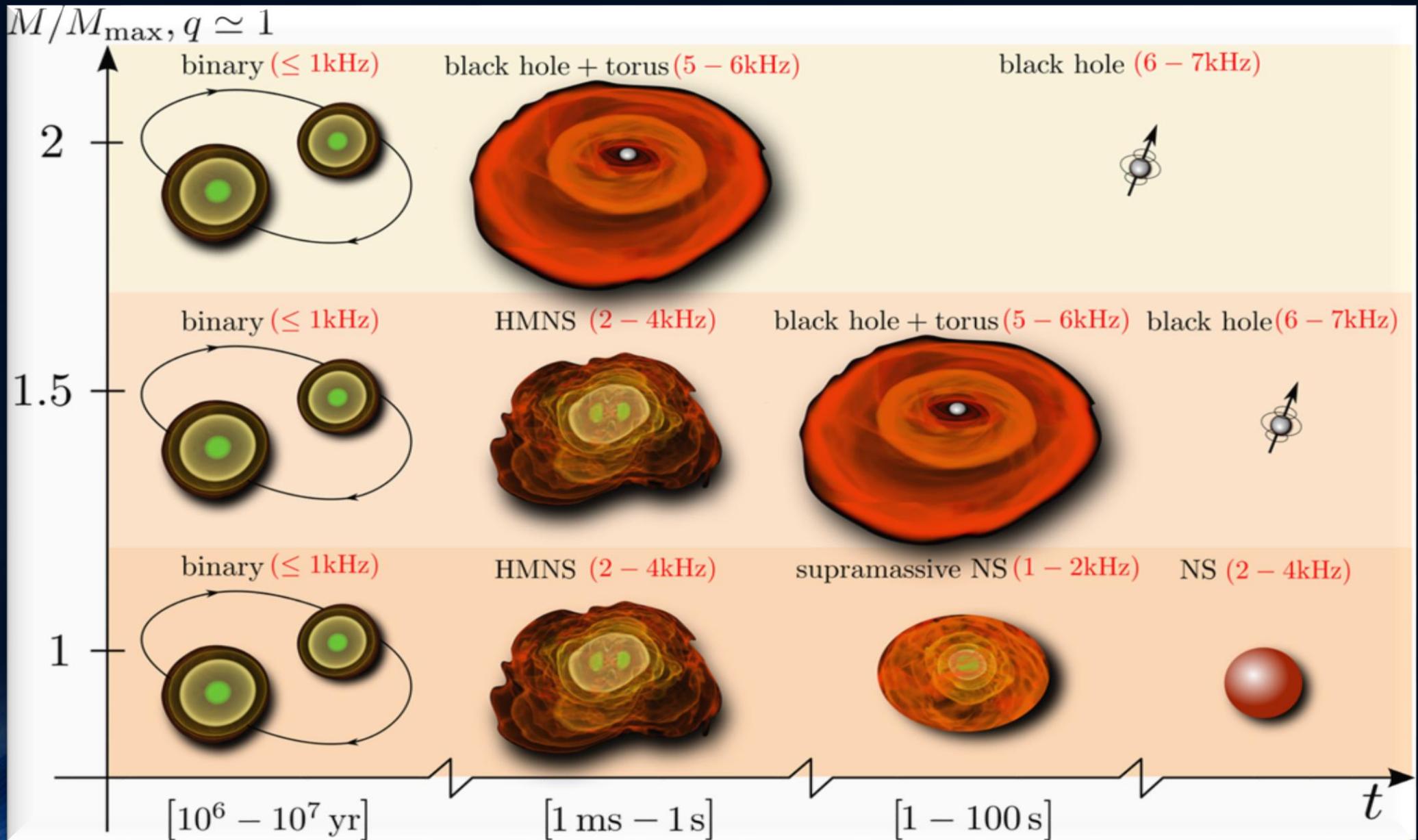


# Was geschieht wenn zwei Neutronensterne miteinander kollidieren?

Zwei sehr massive Neutronensterne

Zwei mittelschwere Neutronensterne

Zwei leichte Neutronensterne



# Computer Simulation einer Neutronenstern Kollision

Credits: Cosima Breu, David Radice und Luciano Rezzolla



**Dichte der  
Neutronenstern Materie**

8.5 14



$\lg(\rho)$  [g/cm<sup>3</sup>]

**Temperatur der  
Neutronenstern Materie**

0 50



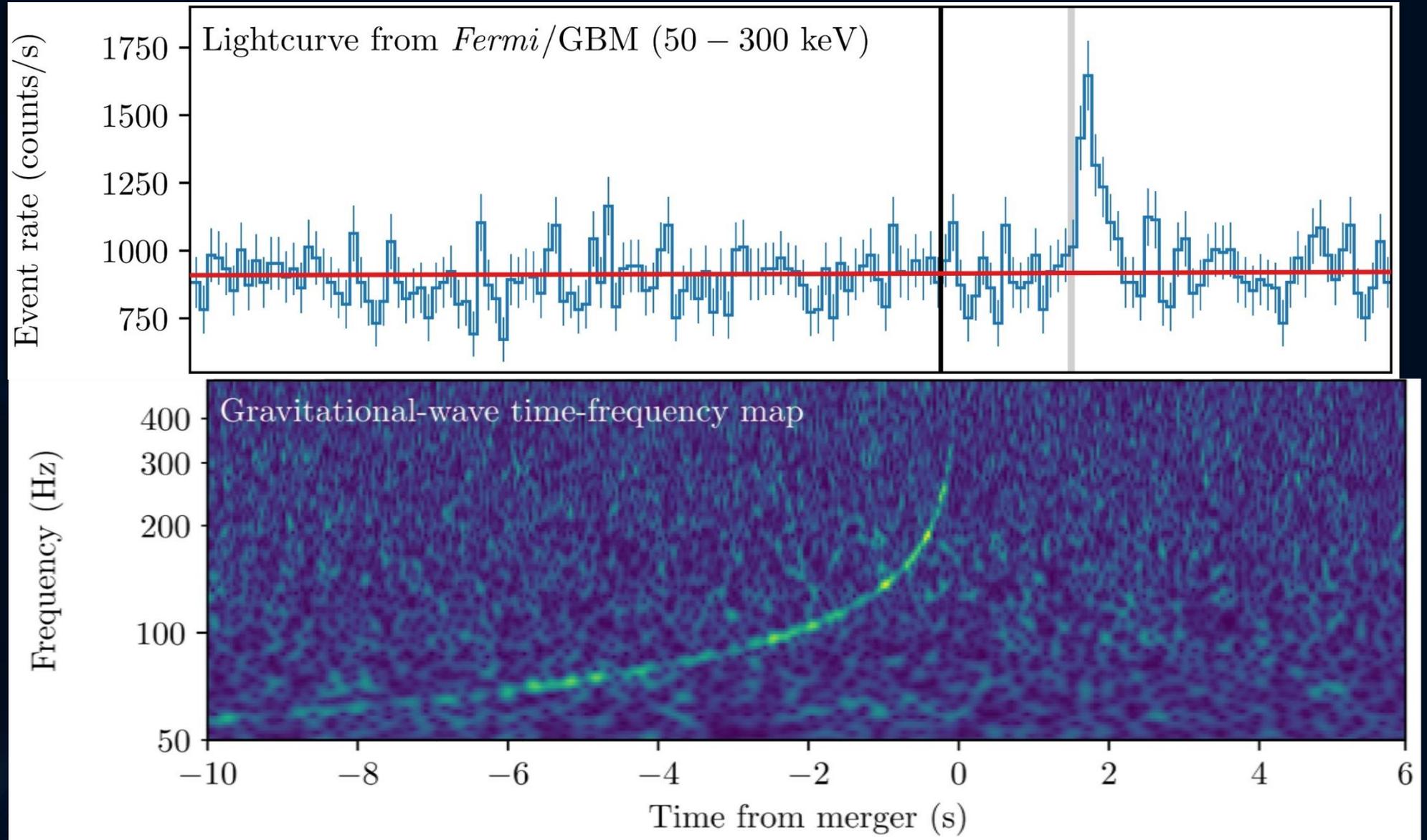
T [MeV]

# Das lang ersehnte Ereignis GW170817

	Low-spin priors ( $ \chi  \leq 0.05$ )	High-spin priors ( $ \chi  \leq 0.89$ )
Primary mass $m_1$	1.36–1.60 $M_\odot$	1.36–2.26 $M_\odot$
Secondary mass $m_2$	1.17–1.36 $M_\odot$	0.86–1.36 $M_\odot$
Chirp mass $\mathcal{M}$	1.188 $^{+0.004}_{-0.002}$ $M_\odot$	1.188 $^{+0.004}_{-0.002}$ $M_\odot$
Mass ratio $m_2/m_1$	0.7–1.0	0.4–1.0
Total mass $m_{\text{tot}}$	2.74 $^{+0.04}_{-0.01}$ $M_\odot$	2.82 $^{+0.47}_{-0.09}$ $M_\odot$
Radiated energy $E_{\text{rad}}$	$> 0.025 M_\odot c^2$	$> 0.025 M_\odot c^2$
Luminosity distance $D_L$	40 $^{+8}_{-14}$ Mpc	40 $^{+8}_{-14}$ Mpc
Viewing angle $\Theta$	$\leq 56^\circ$	$\leq 56^\circ$
Using NGC 4993 location	$\leq 28^\circ$	$\leq 28^\circ$
Combined dimensionless tidal deformability $\tilde{\Lambda}$	$\leq 800$	$\leq 700$
Dimensionless tidal deformability $\Lambda(1.4M_\odot)$	$\leq 800$	$\leq 1400$

# Die gemessene Gravitationswelle und der darauf folgende Gammastrahlen Ausbruch

Der von dem  
Gammastrahlen  
Detektor FERMI  
gemessene  
Gammastrahlen  
Ausbruch  
(1.7 Sekunden später)



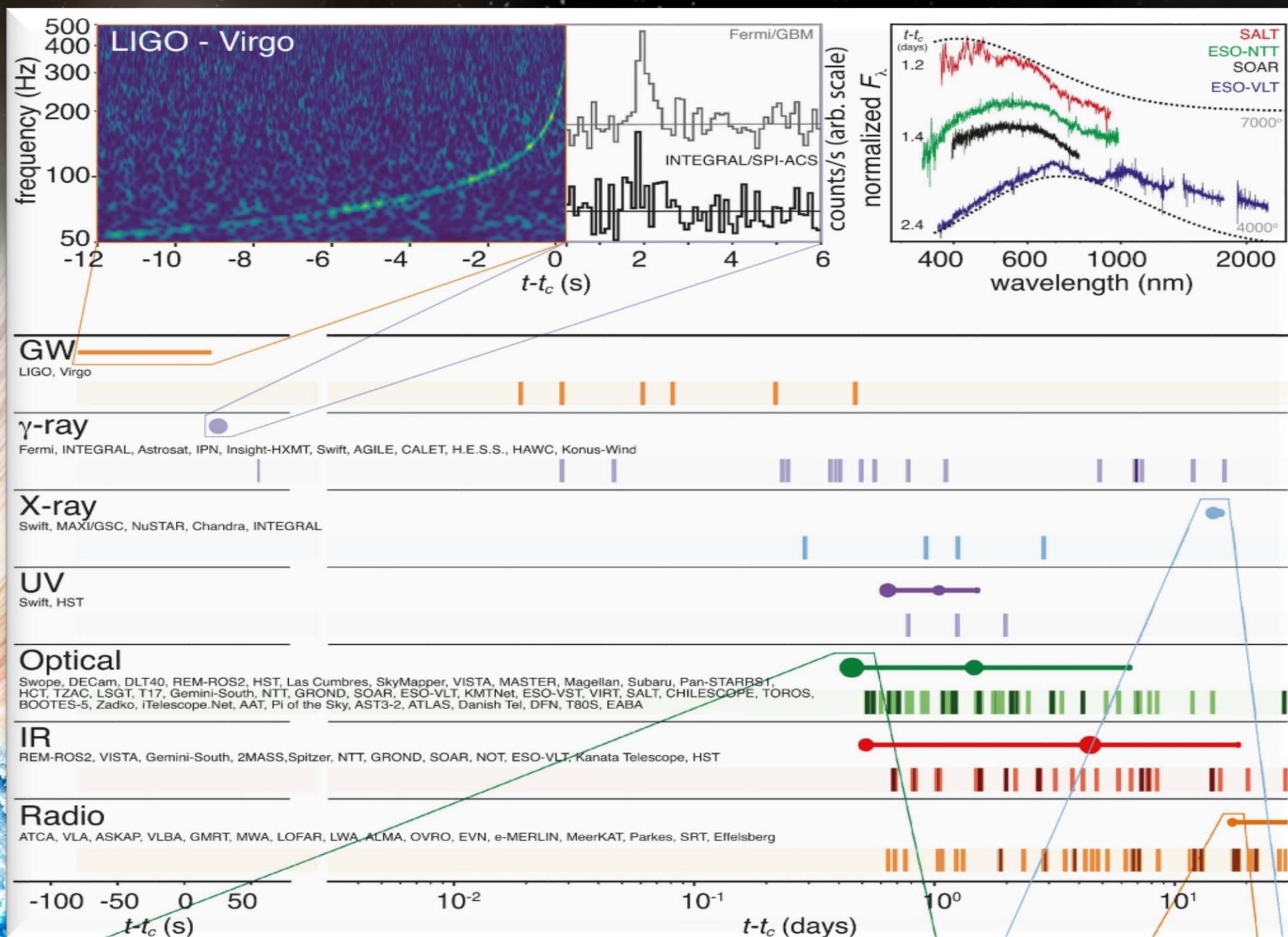
Die von dem  
Gravitationswellen  
Detektor LIGO  
detektierte  
Frequenz der  
Gravitationswelle



# GW170817

Tage, Wochen und Monate später detektierten weltweit unterschiedliche Teleskope (radio, infrarot, optische,...) eine Nachstrahlung dieser Neutronenstern Kollision

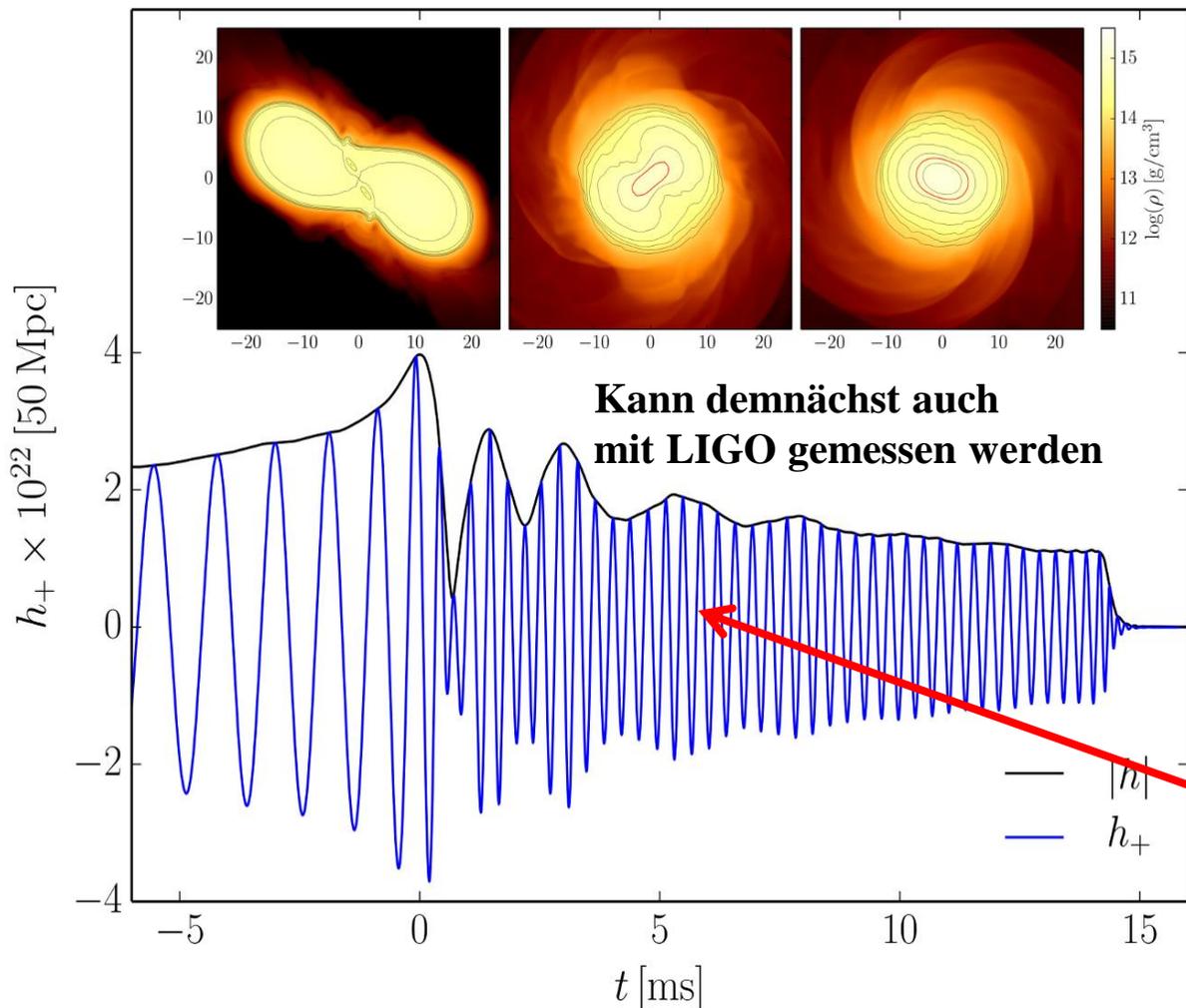
Multi-Messenger Observations of a Binary Neutron Star Merger, LIGO and Virgo Collaborations together with 50 teams of electromagnetic and neutrino astronomers, *Astrophys. J. Lett.* 848, L12 (2017)



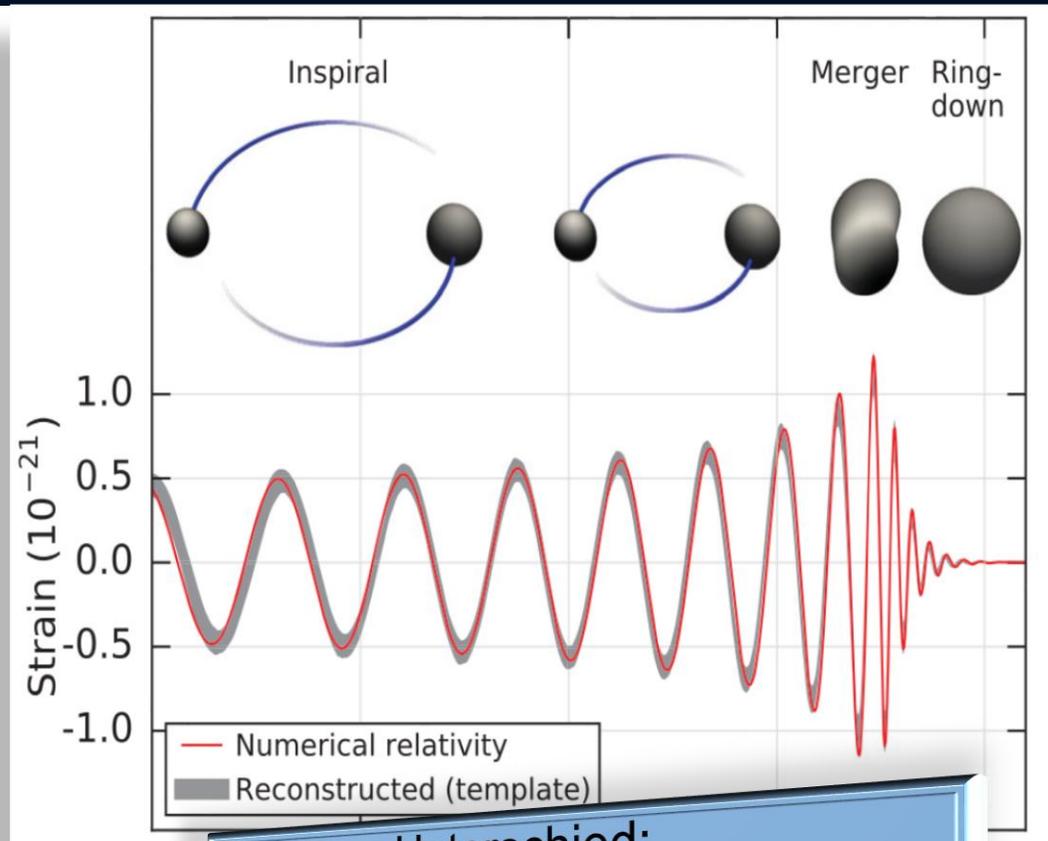


# Gravitationswellen von Neutronenstern Kollisionen

## Neutronenstern Kollision (Simulation)

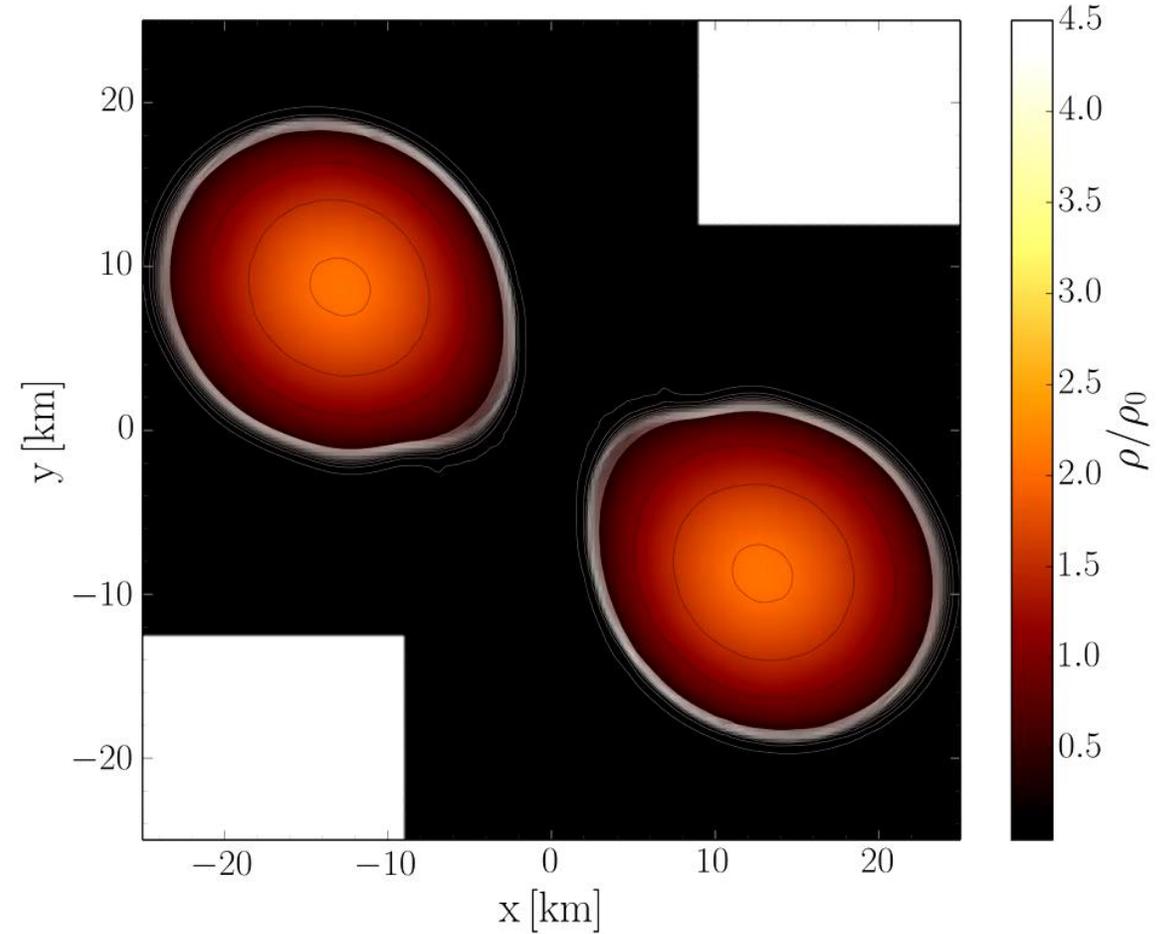
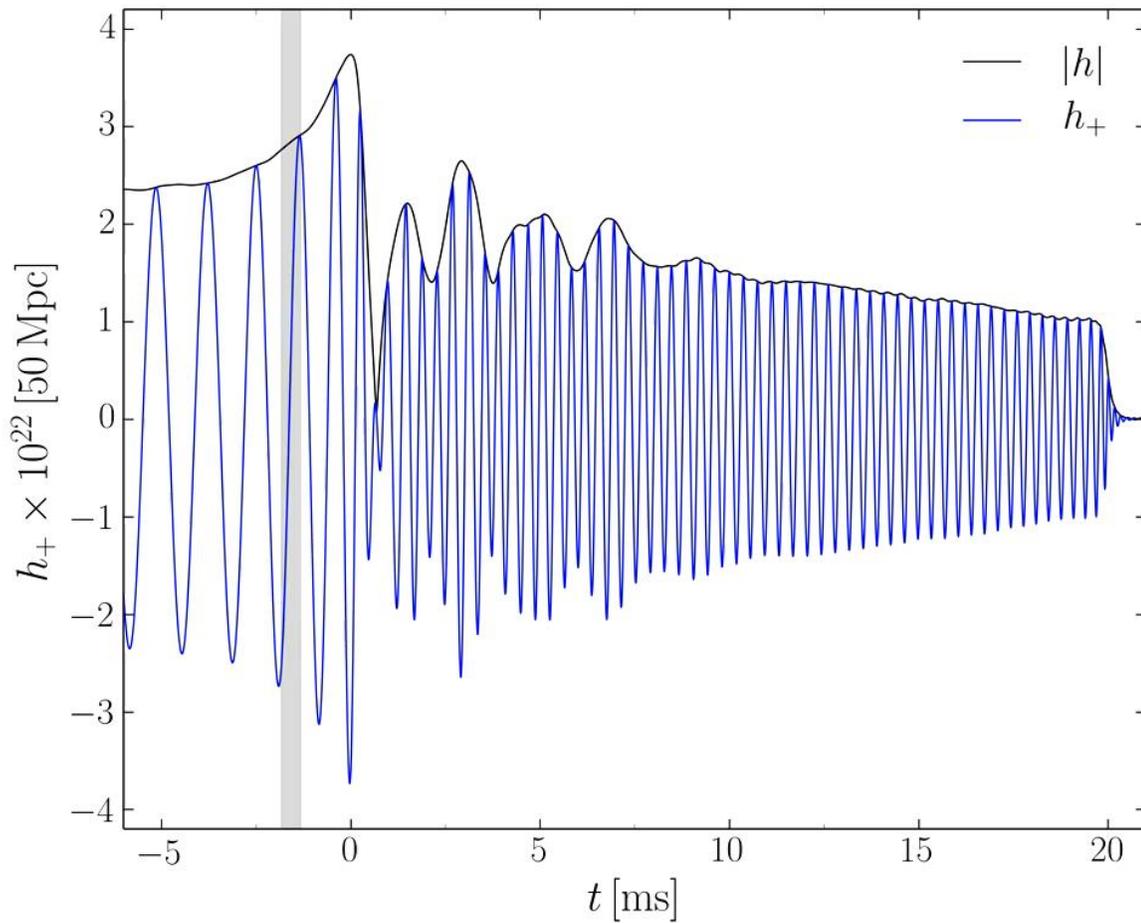


## Kollision zweier schwarzer Löcher



**Unterschied:**  
Bei Neutronenstern Kollisionen  
gibt es meistens eine  
**Post-Kollisionsphase**

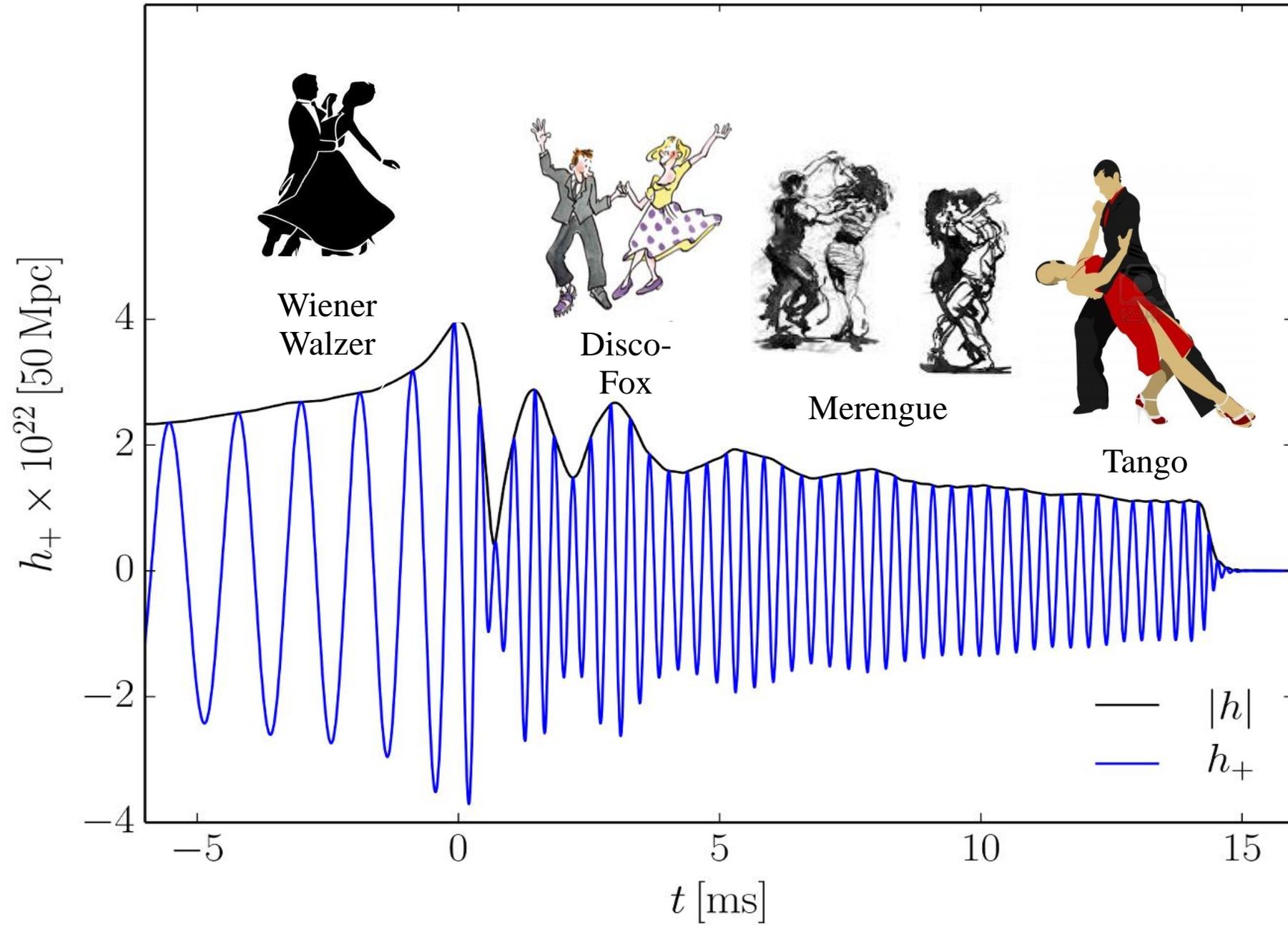
# Was geschieht zwischen der Kollision und dem Kollaps zum schwarzen Loch?



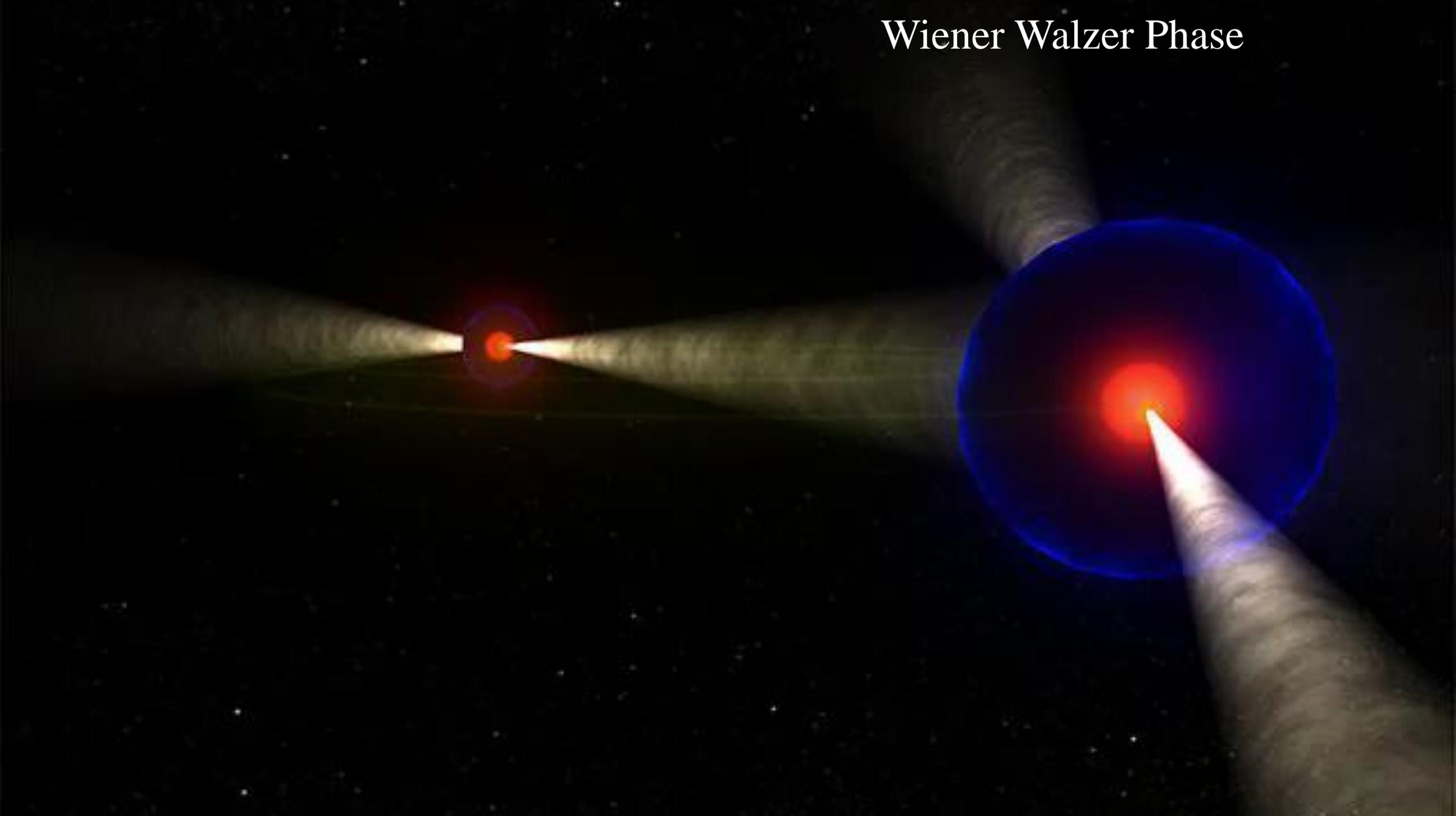
Amplitude der emittierten Gravitationswelle

Dichteprofil in der äquatorialen Ebene

# Tanz der Neutronensterne

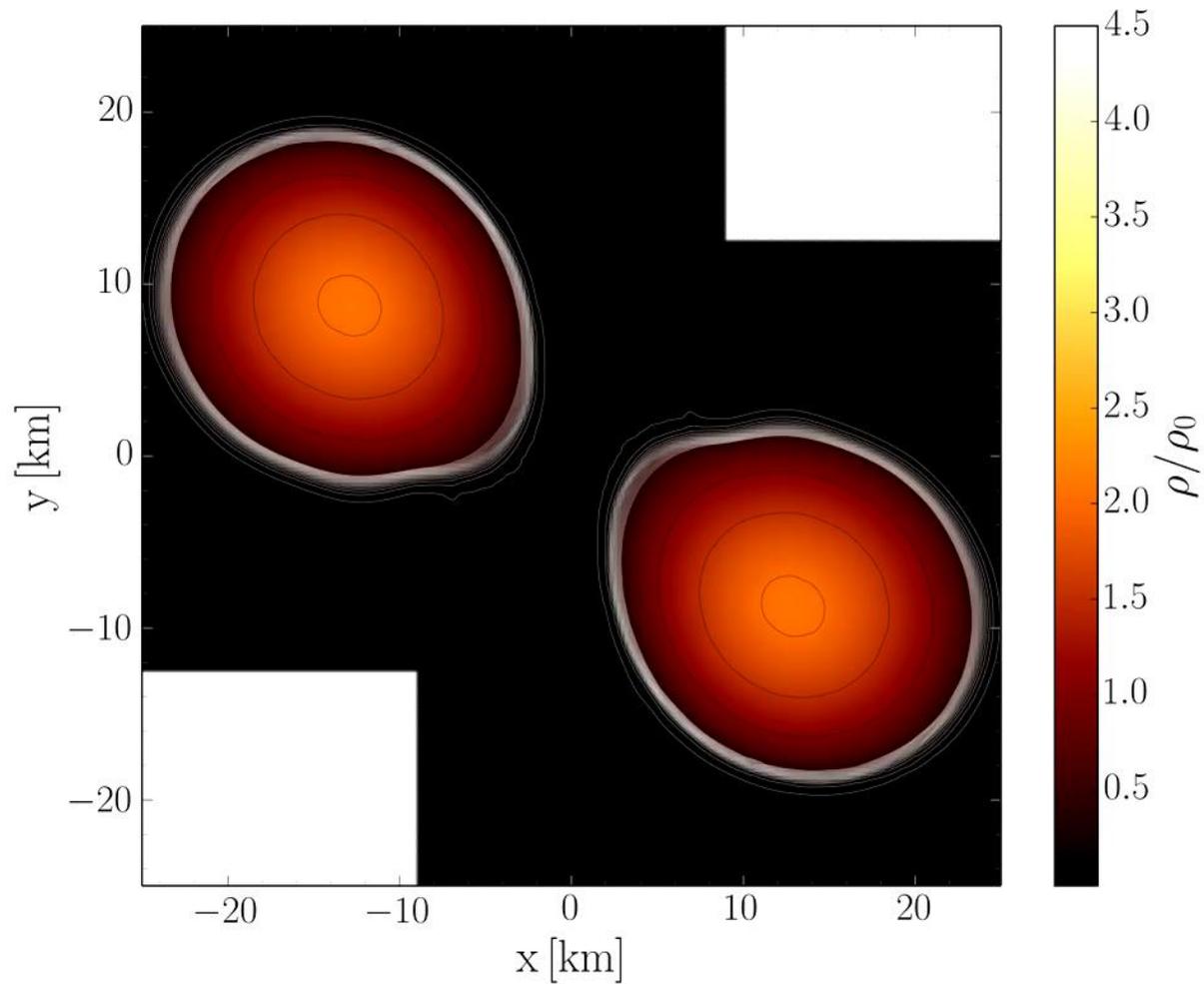
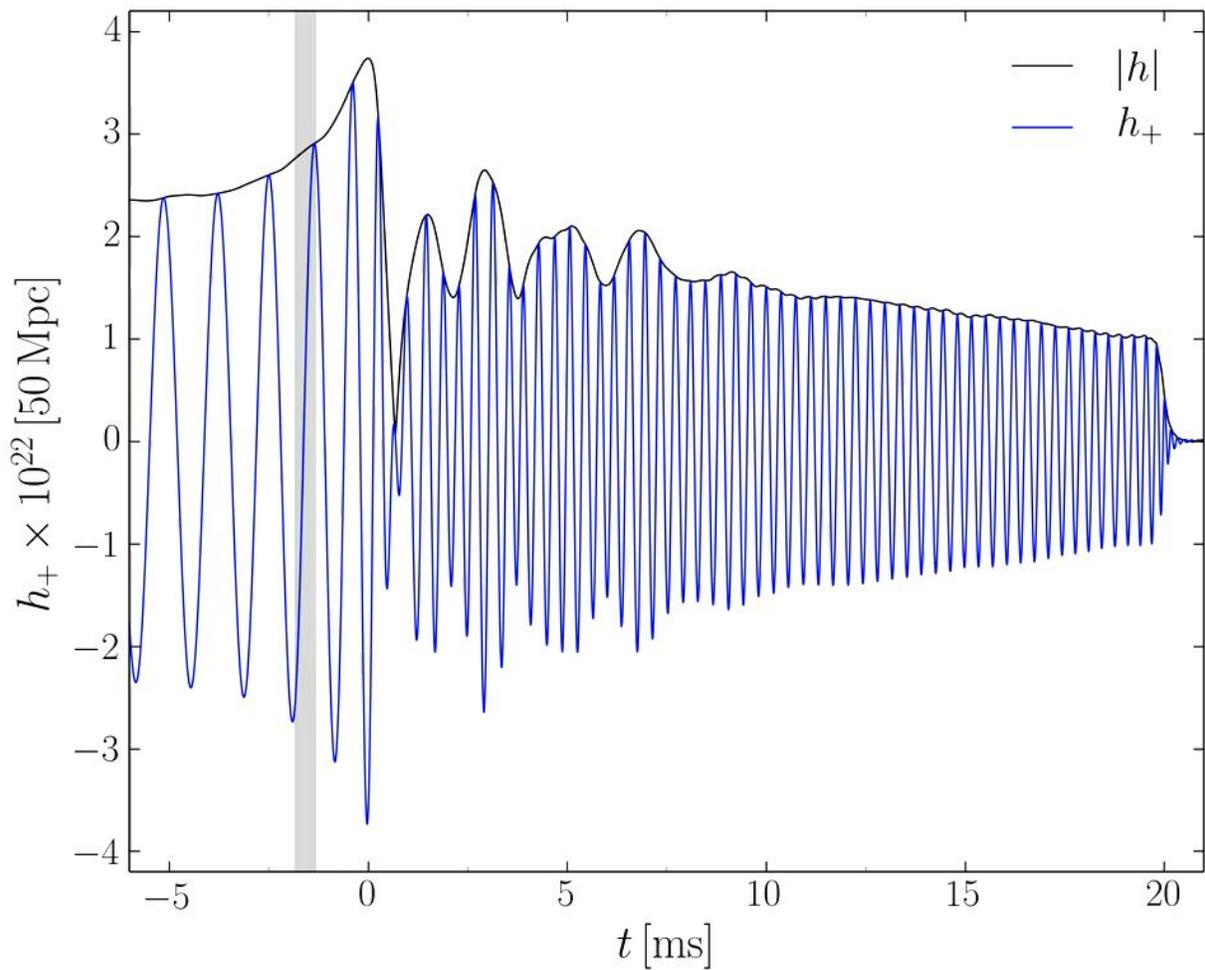


# Wiener Walzer Phase





# Disco-Fox, Merengue und Tango Phase



# Vorlesung: Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer von Dr.phil.nat.Dr.rer.pol. Matthias Hanauske

[Home](#) [Research](#) [Contact](#)

[Einführung](#)

[Teil I](#)

[Teil II](#)

[Teil III](#)

[E-Learning](#)



[www.fias.uni-frankfurt/~hanauske/VARTC/](http://www.fias.uni-frankfurt/~hanauske/VARTC/)

## **Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer (General Theory of Relativity on the Computer) Vorlesung SS 2016, Mo. 16-18.00 Uhr, PC-Pool 01.120**

In dieser Vorlesung werden die mathematisch anspruchsvollen Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) in diversen Programmierumgebungen analysiert. Im ersten Teil des Kurses erlernen die Studierenden die Verwendung von Computeralgebra-Systemen (Maple und Mathematica). Die oft komplizierten und zeitaufwendigen Berechnungen der tensoriellen Gleichungen der ART können mit Hilfe dieser Programme erleichtert werden. Diverse Anwendungen der Einstein- und Geodätengleichung werden in Maple implementiert, quasi analytische Berechnungen durchgeführt und entsprechende Lösungen berechnet und visualisiert. Der zweite Teil des Kurses befasst sich mit der numerischen Berechnung von Neutronensternen und Weißen Zwergen mittels eines C/C++ Programms. Nach einer kurzen Auffrischung der grundlegenden Programmierkenntnisse, erstellen die Studierenden, gemeinsam mit dem Betreuer, ein Programm, das die Tolman-Oppenheimer-Volkov-Gleichung numerisch löst und visualisieren die Ergebnisse. Zusätzlich wird hierbei in die Grundkonzepte der parallelen Programmierung eingeführt und eine MPI- und OpenMP-Version des C/C++ Programms erstellt. Im dritten Teil des Kurses werden zeitabhängige numerische Simulationen der ART mittels des Einstein Toolkit durchgeführt und deren Ergebnisse mittels Python/Matplotlib visualisiert. Inhaltlich wird hierbei ebenfalls auf den, dem Programm zugrunde liegenden (3+1)-Split der ART eingegangen und, abhängig von den Vorkenntnissen der Studierenden, mehrere fortgeschrittene, astrophysikalisch relevante Probleme simuliert. Mögliche Themen dieses abschließenden Teils könnten die folgenden Systeme

Physik der sozio-ökonomischer Systeme mit dem Computer von Dr.phil.nat.Dr.rer.pol. Matthias Hanauske

[Home](#) [Research](#) [Contact](#)

[Einführung](#)

[Teil I](#)

[Teil II](#)

[Teil III](#)

[E-Learning](#)

Vorlesung auch wieder im nächsten Semester



**Physik sozio-ökonomischer Systeme mit dem Computer (Physics of Socio-Economic Systems with the Computer)**  
Vorlesung WS 2017/2018, Fr. 15-17.00 Uhr, PC-Pool 01.120

Zusätzlich zur Vorlesung werden ab dem 27.10.2017 freiwillige Übungstermine eingerichtet, die jeweils freitags, eine Stunde vor der Vorlesung im PC-Pool 01.120 stattfinden (Fr. 14-15.00 Uhr).

Diese Vorlesung gibt eine Einführung in das interdisziplinäre Forschungsfeld der *Physik sozio-ökonomischer Systeme*. In sozio-ökonomischen Systemen, wie z.B. bei Finanzmärkten, sozialen Netzwerken, Verkehrssystemen oder wissenschaftliche Kooperationsnetzwerken, sind die dem System zugrunde liegenden Akteure ständigen Entscheidungssituationen ausgesetzt, wobei der Erfolg und die Auswirkung der individuell gewählten Strategie von den Entscheidungen der anderen beteiligten Akteuren abhängt. Die (evolutionäre) Spieltheorie und die Physik komplexer Netzwerke stellen die beiden Grundsäulen der theoretischen Beschreibung und mathematischen Formulierung solcher Systeme dar. Im ersten Teil des Kurses werden die grundlegenden Konzepte der Spieltheorie thematisiert und die Studierenden erlernen, unter Verwendung von Computeralgebra-Systemen (Maple und Mathematica) deren Anwendung auf diverse Spielklassen. Neben den endlichen Zweipersonen-Spielen und N-Personen-Spielen wird auch auf die evolutionäre Entwicklung ganzer Spieler-Populationen eingegangen

08. Juni 2018, 21.00 Uhr: Night of Science 2018, Campus Riedberg in Frankfurt am Main

# Tanz der Neutronensterne

NIGHT  
OF 2018  
SCIENCE



08.06.2018

...es wird wieder spät.