

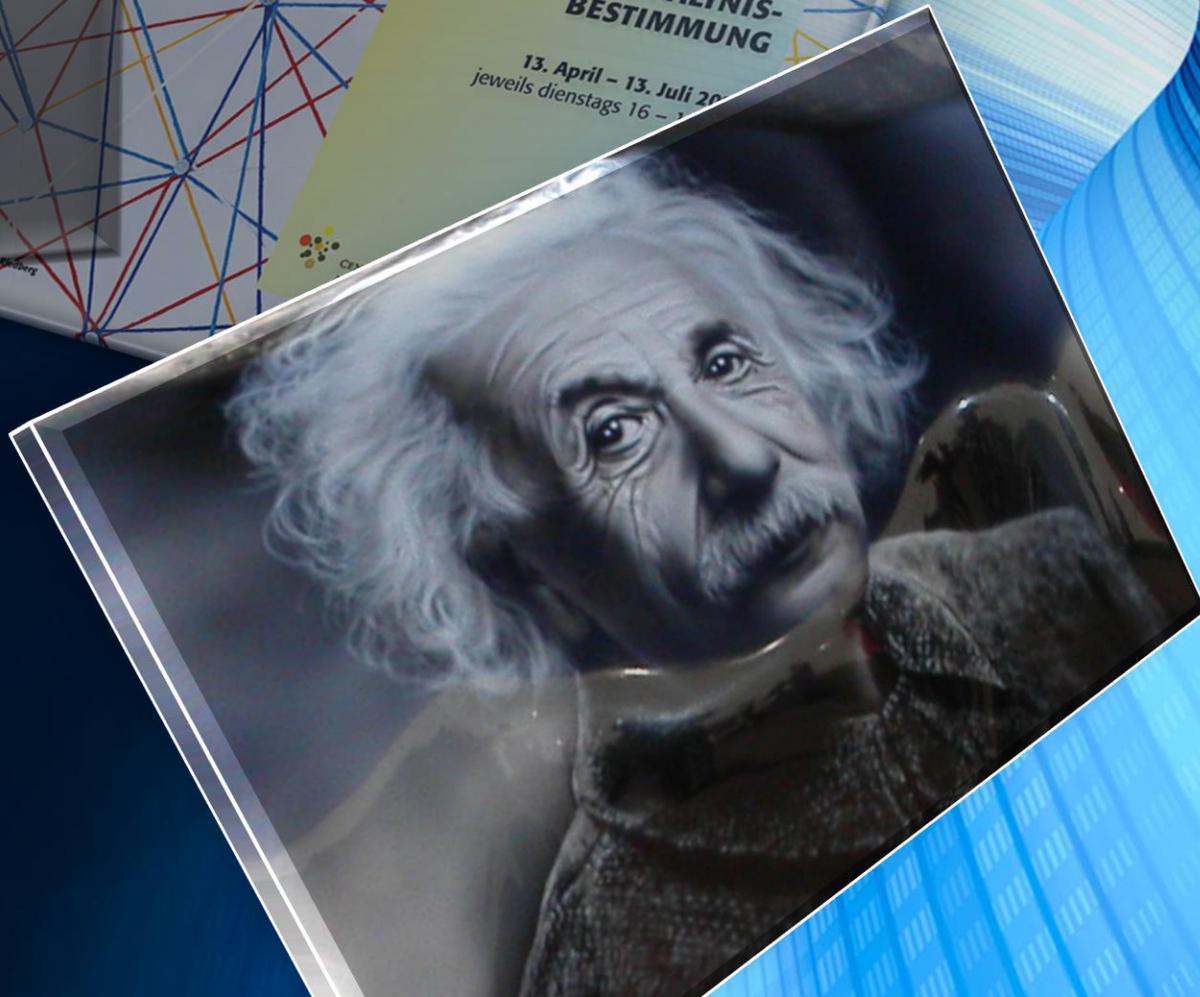
THEOLOGIE UND NATURWISSENSCHAFTEN –  
MÖGLICHKEITEN IHRER  
VERHÄLTNISBESTIMMUNG

GOETHE UNIVERSITÄT

4. MAI 2021

Raum, Zeit, Realität  
(Relativitätstheorien)

MATTHIAS HANAUSKE  
FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES  
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT  
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK  
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK  
D-60438 FRANKFURT AM MAIN

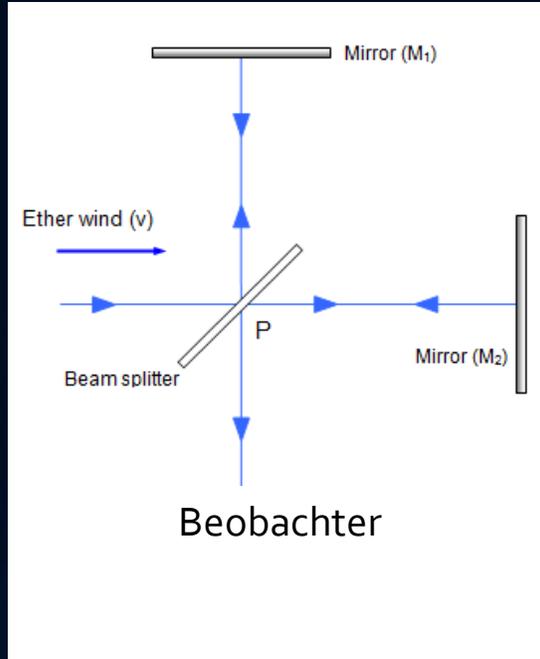
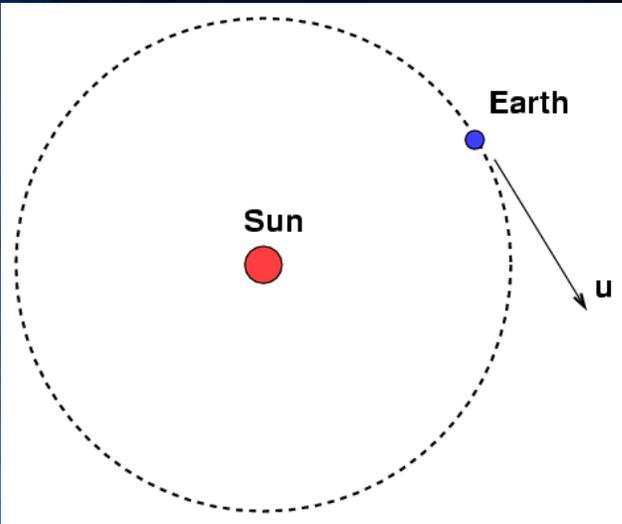


# Relativitätstheorien

die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie von Albert Einstein

## Die spezielle Relativitätstheorie:

Michelson-Morley Experiment  
(Ätherdrift-Experiment):



Ab dem Jahr 1881 wurden eine Reihe von Experimenten durchgeführt, die die relative Bewegung der Erde zum Äther messen sollten. Nach der Äthertheorie sollte die Geschwindigkeit des Lichts, gemessen in einem Labor auf der Erde, von seiner Ausbreitungsrichtung abhängen. Dabei stellte sich heraus, dass sich das Licht offenbar in alle Richtungen gleich schnell ausbreitet; der Äther konnte somit nicht nachgewiesen werden.

## Einsteins Postulate:

### Äquivalenzpostulat:

Alle physikalischen Gesetze und Resultate aller Experimente sind in allen gleichförmig geradlinig gegeneinander bewegten Systemen gleich.

### Konstanz der Lichtgeschwindigkeit:

Die Lichtgeschwindigkeit hat im Vakuum zu allen Zeiten und an allen Orten den konstanten Wert  $c=299792$  [km/s] und ist insbesondere von der Bewegung der Quelle unabhängig.

### Raumzeit-Vektor

$$x^\mu \equiv \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Lorentz-Transformation  
Übergang von einem ruhenden System in ein gleichförmig bewegtes System

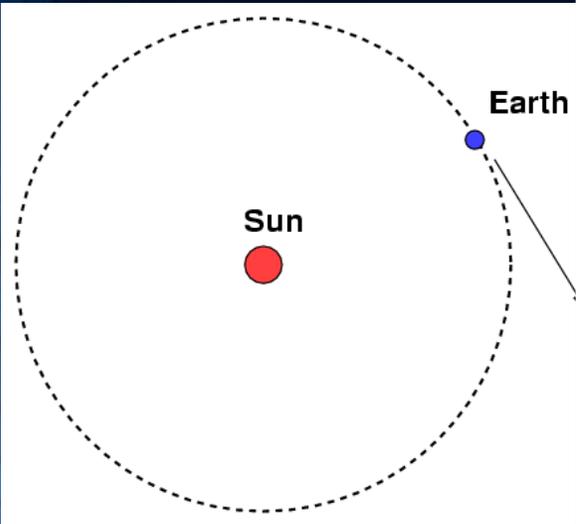
$$x'^\mu = \sum_{\lambda=0}^3 L_{\mu\lambda} x^\lambda$$

# Relativitätstheorien

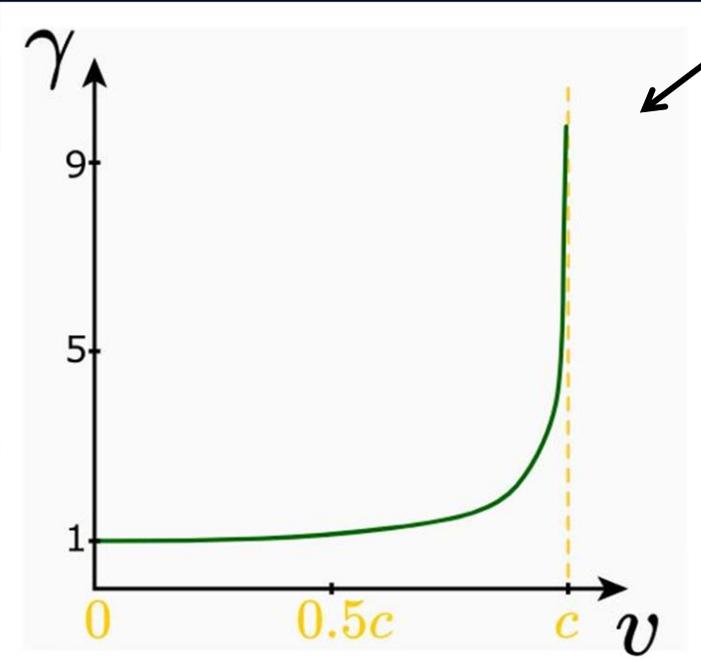
die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie von Albert Einstein

## Die spezielle Relativitätstheorie:

Michelson-Morley Experimente  
(Ätherdrift-Experiment):



Ab dem Jahr 1881 wurden eine Reihe von Experimenten durchgeführt, die die relative Bewegung der Erde zum Äther messen sollten. Nach der Äthertheorie sollte die Geschwindigkeit des Lichts, gemessen in einem Labor auf der Erde, von seiner Ausbreitungsrichtung abhängen. Dabei stellte sich heraus, dass sich das Licht offenbar in alle Richtungen gleich schnell ausbreitet; der Äther konnte somit nicht nachgewiesen werden.



Ei

Lorentz-Faktor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Systemen gleich.

**Konstanz der Lichtgeschwin**

ie Lichtgeschwindigkeit hat

in allen Orten den

insbesondere von  $c$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

Lorentz-Transformation  
mit Geschwindigkeit  
in x-Richtung

$$\begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Raumzeit-Vektor

$$x^\mu \equiv \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

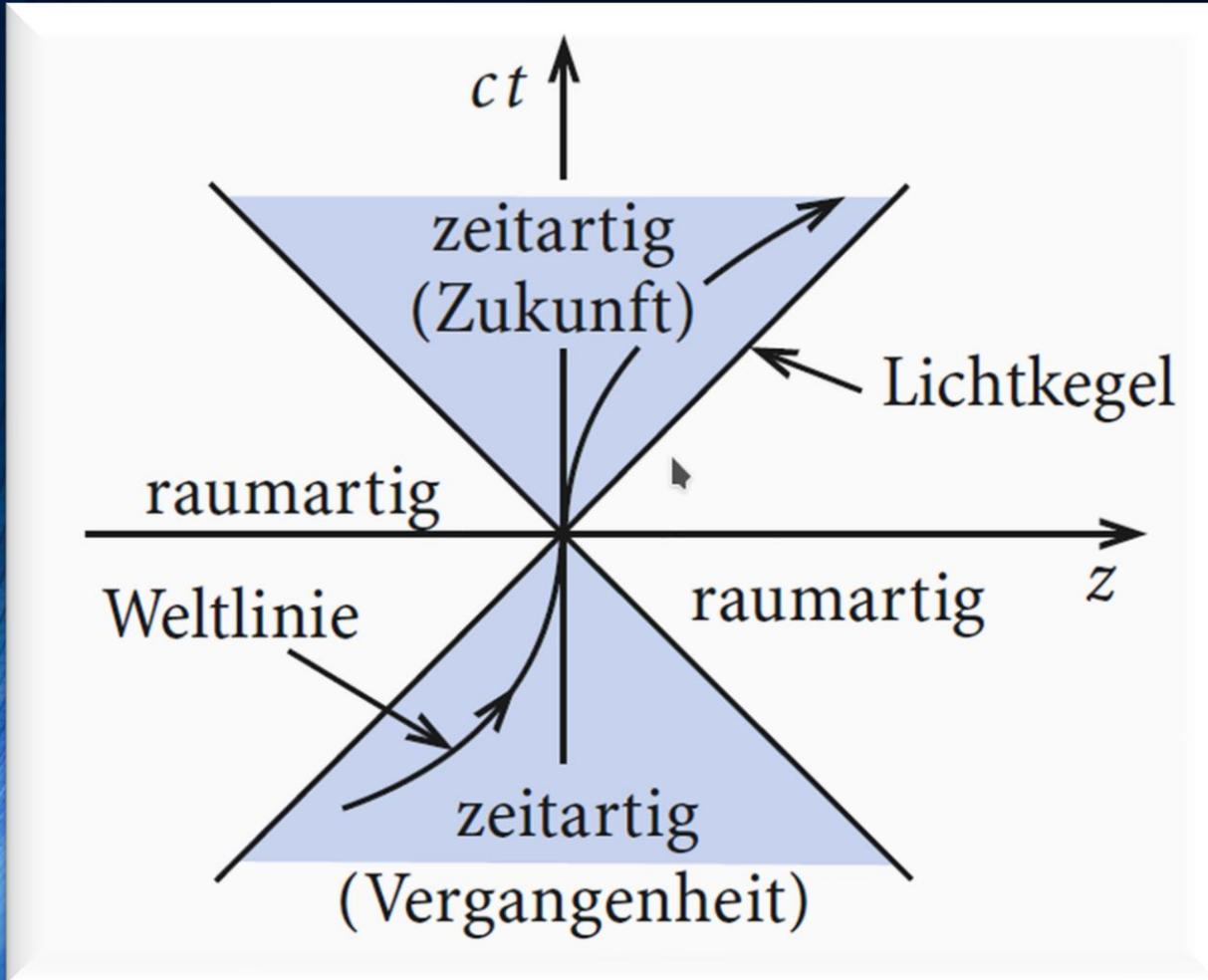
Lorentz-Transformation  
Übergang von einem ruhenden  
System in ein gleichförmig  
bewegtes System

$$x'^\mu = \sum_{\lambda=0}^3 L_{\mu\lambda} x^\lambda$$

# Die spezielle Relativitätstheorie

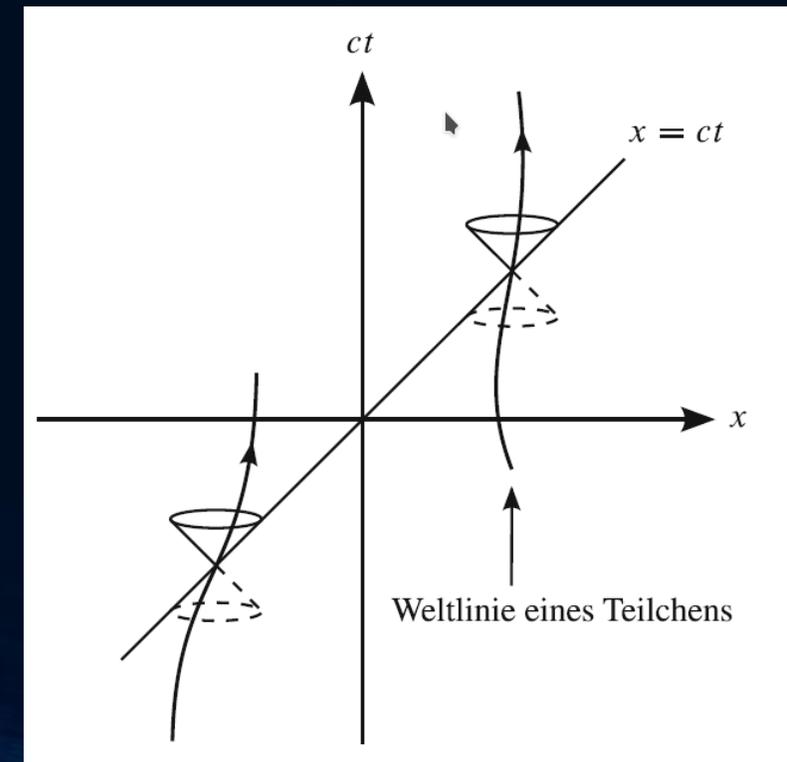
*Grundlegende Folgerungen*

## Raumzeitdiagramme



Es gibt keinen absoluten Raum und es gibt keine absolute Zeit. Raum und Zeit sind vom Bewegungszustand des Betrachters abhängig

*Der bewegte Stab ist verkürzt  
Die bewegte Uhr geht langsamer  
Gleichzeitigkeit ist relativ*



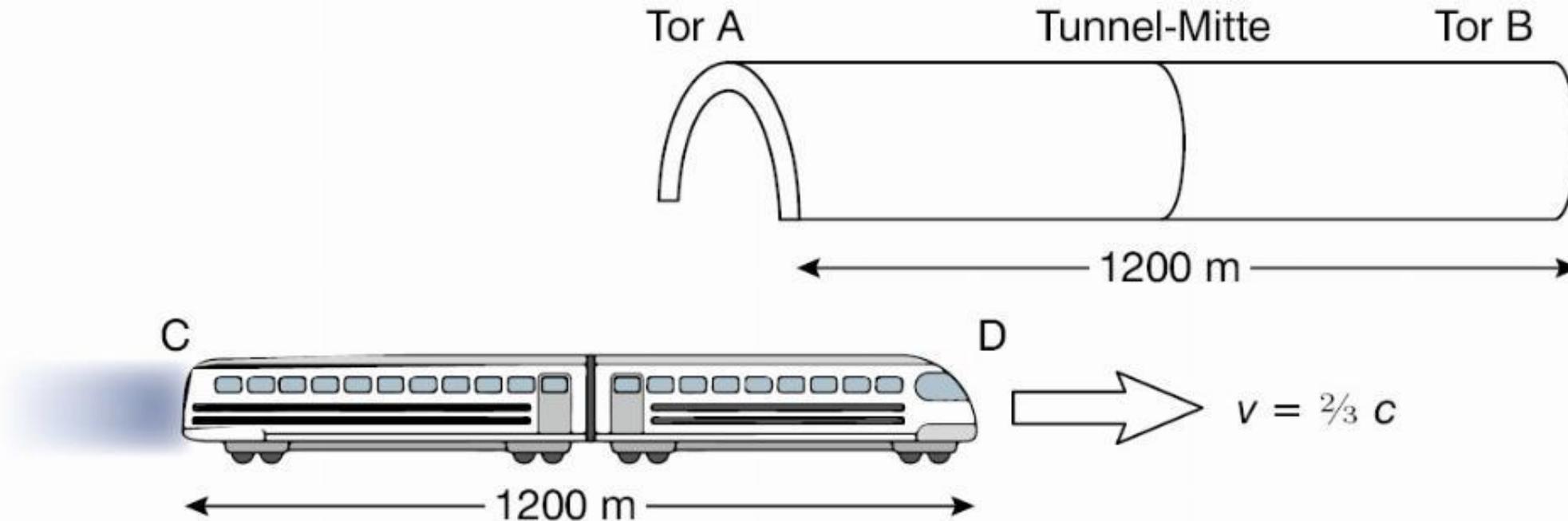
# Die spezielle Relativitätstheorie

Das Zug-Bahnsteig Gedankenexperiment (hier Zug-Tunnel-Beispiel)

Eigenlänge  $l_0$  von Tunnel und Zug: je 1200 m

Relativgeschwindigkeit  $v = \frac{2}{3} c$

Längenkontraktion:  $l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 74,5 \% \cdot 1200 \text{ m} \approx 900 \text{ m}$



# Die spezielle Relativitätstheorie

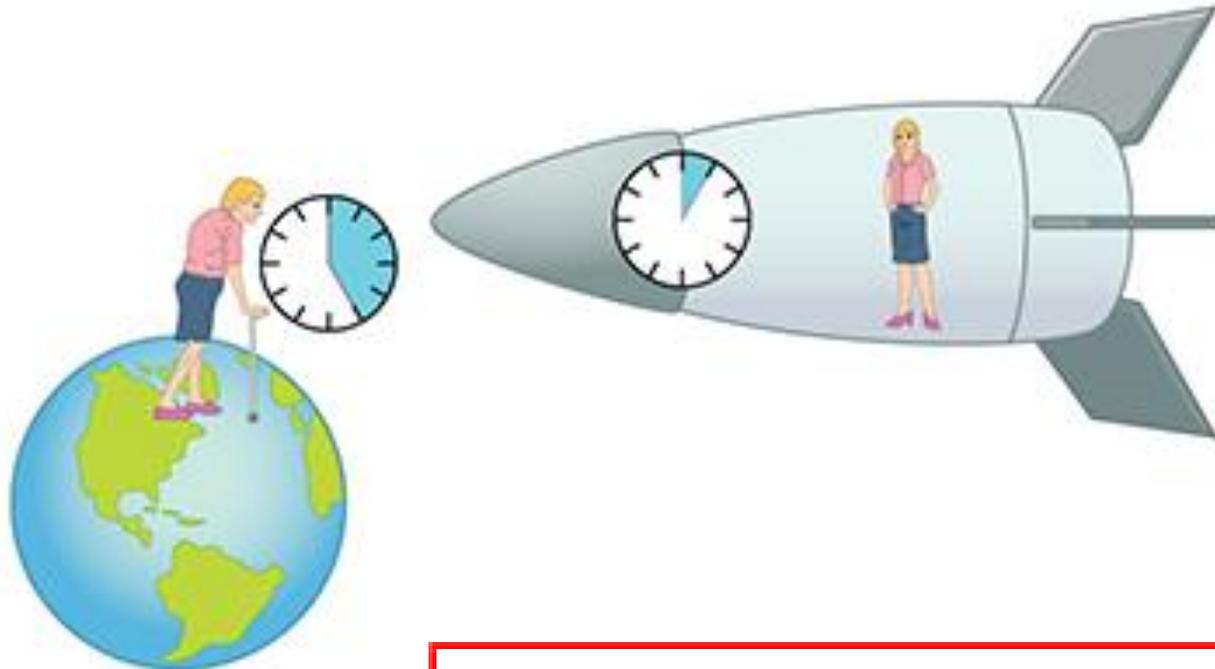
## Grundlegende Folgerungen

Es gibt keinen absoluten Raum und es gibt keine absolute Zeit. Raum und Zeit sind vom Bewegungszustand des Betrachters abhängig

*Der bewegte Stab ist verkürzt*

***Die bewegte Uhr geht langsamer***

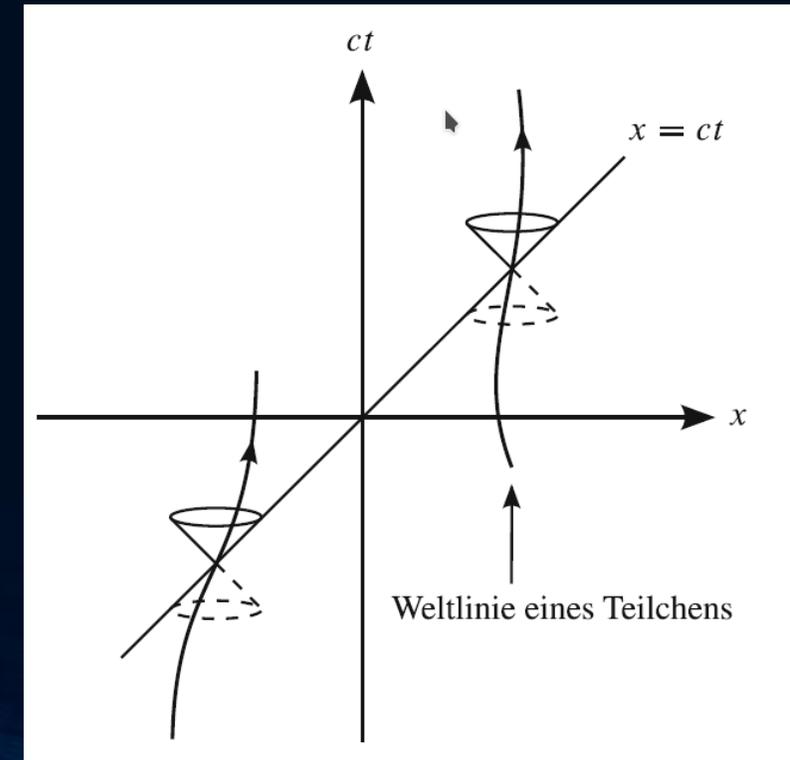
*Gleichzeitigkeit ist relativ*



Weltlinie

(V)

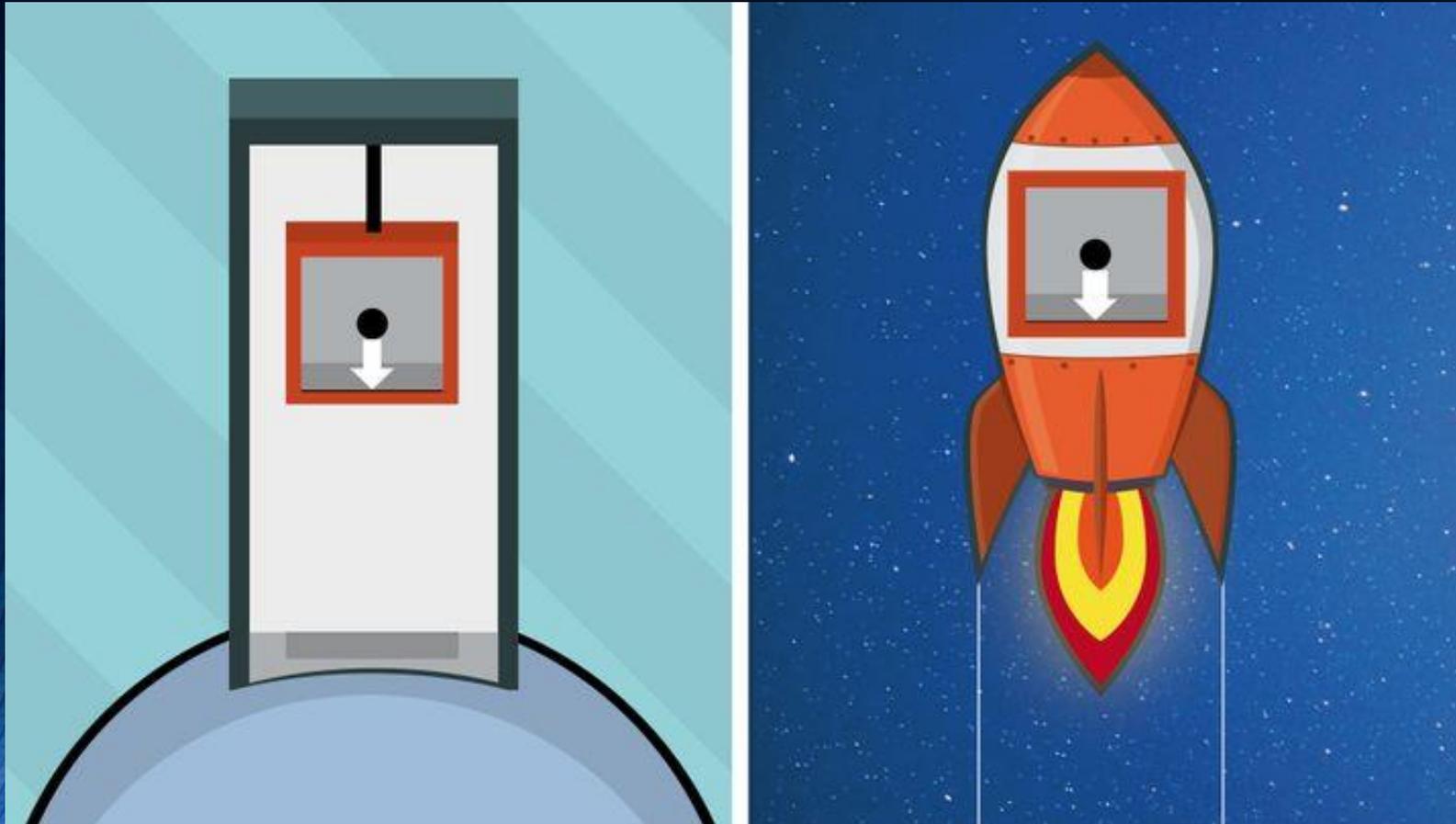
$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$





<https://itp.uni-frankfurt.de/~hanauske/new/video/PMC2003.html>

# Einsteins Fahrstuhl-Gedankenexperiment



Wer sich in dem fensterlosen Aufzug befindet, kann nicht unterscheiden, ob sich dieser in einem Schwerfeld (Gravitationsfeld verursacht durch die Erde) befindet, oder ob der Fahrstuhl sich in einer beschleunigten Rakete befindet (Beschleunigung  $9.81 \text{ m/s}$ ).

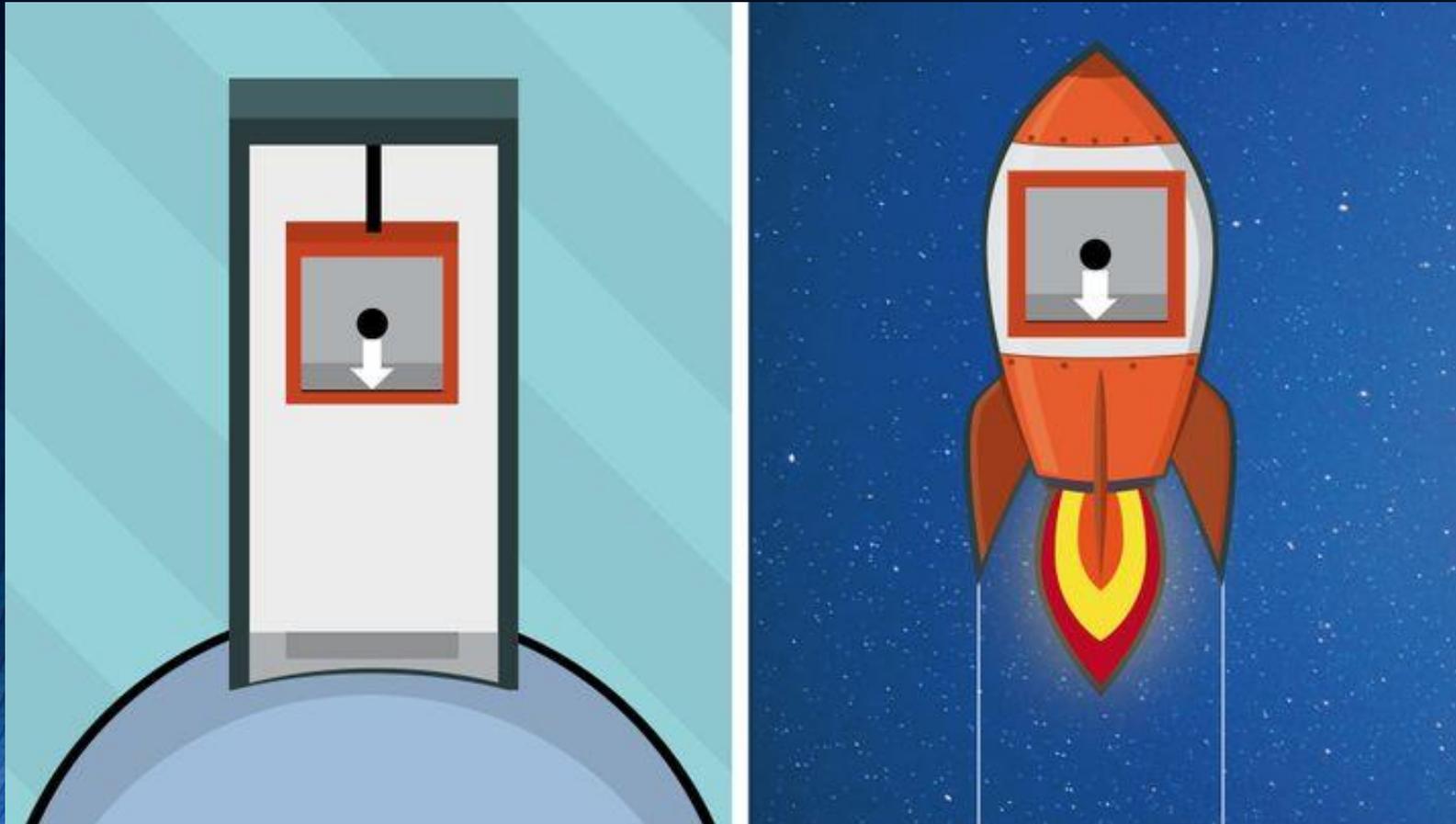
Umgekehrt kann man in einem frei fallenden, auf die Erde zurasenden fensterlosen Aufzug nicht unterscheiden, ob der Fahrstuhl sich nicht doch vielleicht in einer im All ruhenden Rakete befindet, die frei von Gravitationskräften ist.

Transformationen in beschleunigte Systeme

-> Allgemeine Relativitätstheorie

*Eine neue Theorie der Gravitation*

# Einsteins Fahrstuhl-Gedankenexperiment



Wer sich in dem fensterlosen Aufzug befindet, kann nicht unterscheiden, ob sich dieser in einem Schwerfeld (Gravitationsfeld verursacht durch die Erde) befindet, oder ob der Fahrstuhl sich in einer beschleunigten Rakete befindet (Beschleunigung  $9.81 \text{ m/s}$ ).

Umgekehrt kann man in einem frei fallenden, auf die Erde zurasenden fensterlosen Aufzug nicht unterscheiden, ob der Fahrstuhl sich nicht doch vielleicht in einer im All ruhenden Rakete befindet, die frei von Gravitationskräften ist.

Transformationen in beschleunigte Systeme

-> Allgemeine Relativitätstheorie

*Eine neue Theorie der Gravitation*

# Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie.

VON A. EINSTEIN.

(Vorgelegt am 29. October 1914 [s. oben S. 965].)

liegende Arbeit in erster Linie ausfüllen wollen. Es gelang insbesondere, die Gleichungen des Gravitationsfeldes auf einem rein kovarianten-theoretischen Wege zu gewinnen (Abteilung D). Auch suchte ich

## A. Grundgedanke der Theorie.

### § 1. Einleitende Überlegungen.

Der ursprünglichen Relativitätstheorie liegt die Voraussetzung zugrunde, daß für die Beschreibung der Naturgesetze alle Koordinatensysteme gleichberechtigt seien, die relativ zueinander in gleichförmiger Translationsbewegung sind. Vom Standpunkte der Erfahrung aus, er-

fensterlosen Aufzug nicht unterscheiden, ob dem Schwerfeld verursacht durch die oder ob der Fahrstuhl schleunigsten Rakete (Beschleunigung  $9.81 \text{ m/s}^2$ ).

Umgekehrt kann man in einem frei fallenden Aufzug die Erde zurasenden Aufzug nicht unterscheiden, ob der Fahrstuhl sich in einer im All befindeten, die frei von Beschleunigung ist.

Eir

Nach dem Gesagten ist  $ds$  eine von der Wahl des Koordinatensystems unabhängig definierbare Größe, d. h. ein Skalar.  $ds$  spielt in

ent

EINSTEIN: Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. 1033

wobei

$$ds^2 = - \sum_v dx_v^2 \quad (2)$$

gesetzt ist. Dabei ist  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$ ,  $x_4 = ict$  gesetzt.  $ds$  ist das Differential der »Eigenzeit«, d. h. diese Größe gibt den Betrag an, um welchen die Angabe einer mit dem materiellen Punkt bewegten Uhr auf dem Wegelement  $(dx, dy, dz)$  vorschreitet. Die Variation in (1) ist dabei so zu bilden, daß die Koordinaten  $x_i$  in den Endpunkten der Integration unvariirt bleiben.

Führt man nun eine beliebige Koordinatentransformation aus, so bleibt Gleichung (1) bestehen, während an Stelle von (2) die allgemeinere Form

$$ds^2 = \sum_{uv} g_{uv} dx_u dx_v \quad (2a)$$

tritt. Die 10 Größen  $g_{uv}$  sind dabei Funktionen von den  $x_i$ , welche durch die angewandte Substitution bestimmt sind. Physikalisch bestimmen die  $g_{uv}$  das in bezug auf das neue Koordinatensystem vorhandene Gravitationsfeld, wie aus den Überlegungen des vorigen Paragraphen hervorgeht. (1) und (2a) bestimmen daher die Bewegung eines materiellen

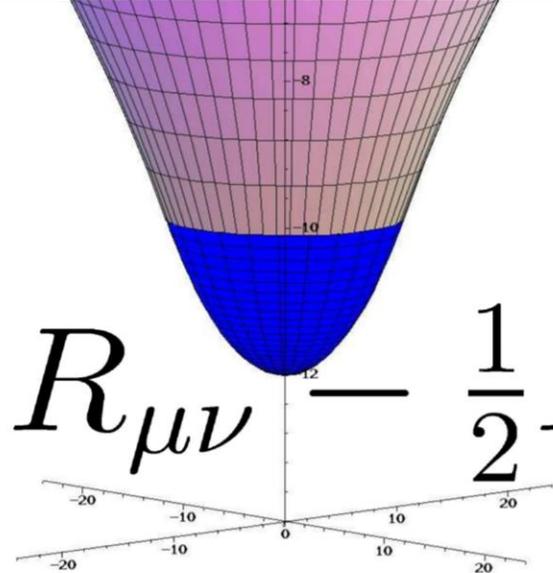
fensterlosen Aufzug nicht unterscheiden, ob in einem Schwerfeld und verursacht durch die Erdbeschleunigung oder ob der Fahrstuhl in einer gleichförmig beschleunigten Rakete (Erdbeschleunigung 9.81 m/s).

Wenn man in einem frei fallenden Aufzug auf der Erde zurasenden Aufzug nicht unterscheiden kann, so ist dies ein Hinweis darauf, daß ob der Fahrstuhl sich in einer im All frei fallenden Rakete befindet, die frei von Erdbeschleunigung ist.

Trans

# Grundlagen der Allgemeinen Relativitätstheorie

Vor etwa hundert Jahren (1915) stellte Albert Einstein seine „Allgemeine Relativitätstheorie“ (ART) der Öffentlichkeit vor.


$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Die ART ist eine sehr revolutionäre Theorie. Sie besagt, dass jegliche Energieformen (z.B. Masse eines Körpers) die „Raumzeit“ verbiegen und durch diese Krümmung des Raumes und der Zeit die Gravitation (Schwerkraft) resultiert. -> Raumzeit-Krümmung = Energie

## Zur allgemeinen Relativitätstheorie.

VON A. EINSTEIN.

## Die Feldgleichungen der Gravitation.

VON A. EINSTEIN.

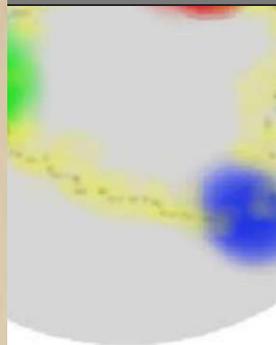
$$R_{im} = \sum_l \frac{\partial \Gamma_{im}^l}{\partial x_l} + \sum_{\xi^l} \Gamma_{i\xi}^l \Gamma_{m\xi}^l = -\kappa \left( T_{im} - \frac{1}{2} g_{im} T \right) \quad (6)$$

EINSTEIN: Zur allgemeinen Relativitätstheorie

779

mationen kovariant sein sollen, so ruht die hier darzulegende Theorie auf dem Postulat der Kovarianz aller Gleichungssysteme bezüglich Transformationen von der Substitutionsdeterminante 1.

Dem Zauber dieser Theorie wird sich kaum jemand entziehen können, der sie wirklich erfaßt hat; sie bedeutet einen wahren Triumph der durch GAUSS, RIEMANN, CHRISTOFFEL, RICCI und LEVI-CIVITER begründeten Methode des allgemeinen Differentialkalküls.

Einstein  
der

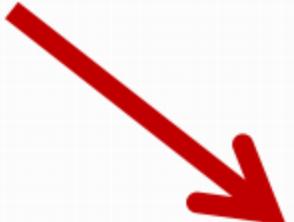
# Grundlagen der

## Gravitation ist Geometrie – Metrik

→ Gravitation ist kein Kraftfeld!

Einstein 1915/17

Vortrag vorige Woche von Prof. Camenzind


$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Krümmung  
der Raum-Zeit

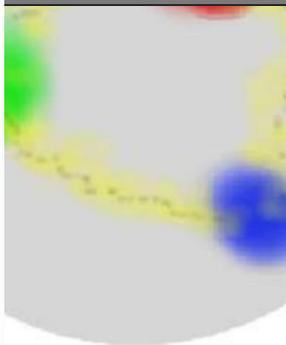
Kosmologische  
Konstante 1917

Energie-Inhalt  
der Welt

Die ART i

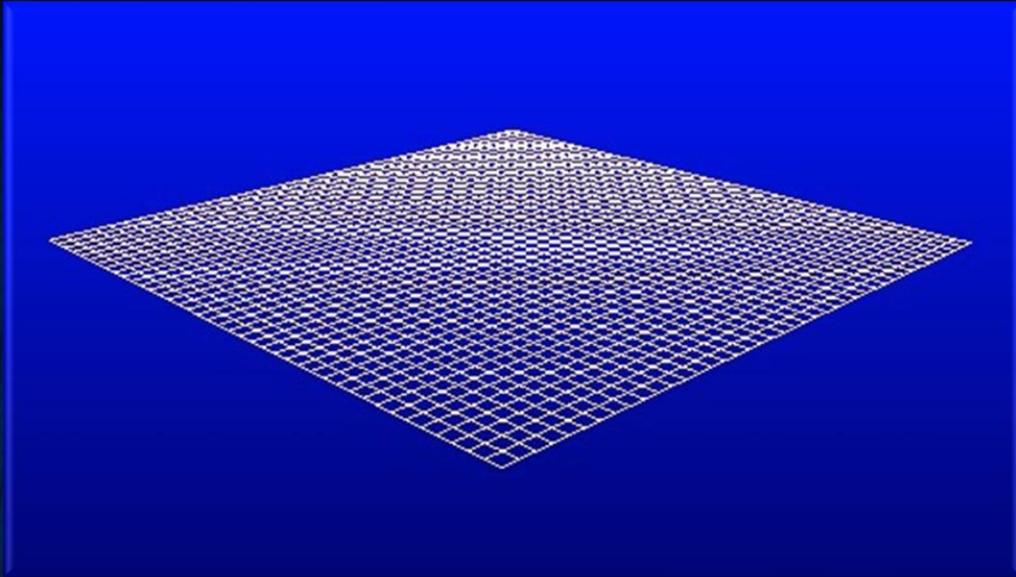
Masse eines Körpers) die „Raumzeit“ verbiegen und durch diese Krümmung des Raumes und der Zeit die Gravitation (Schwerkraft) resultiert. -> Raumzeit-Krümmung = Energie

Einstein  
er



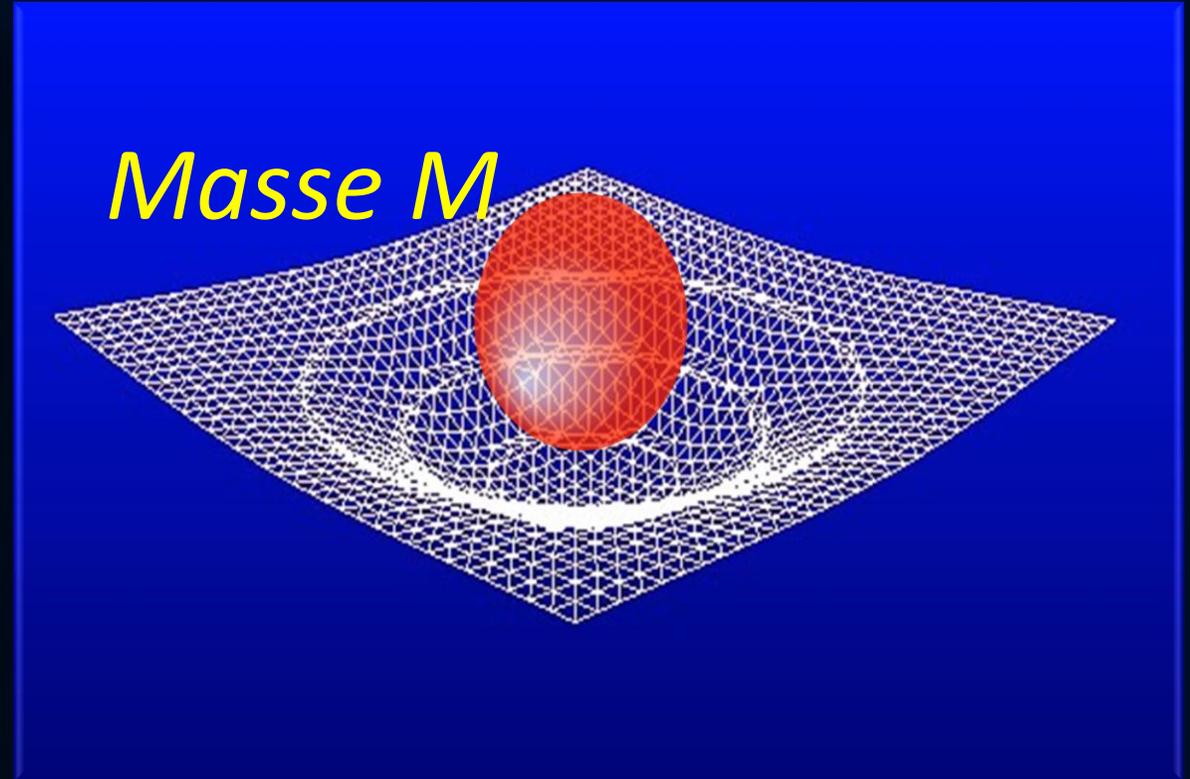
z.B.

# Was ist Raumzeit-Krümmung?



## Flache Raumzeit

Raumzeit ohne Materie und Energie hat keine Krümmung



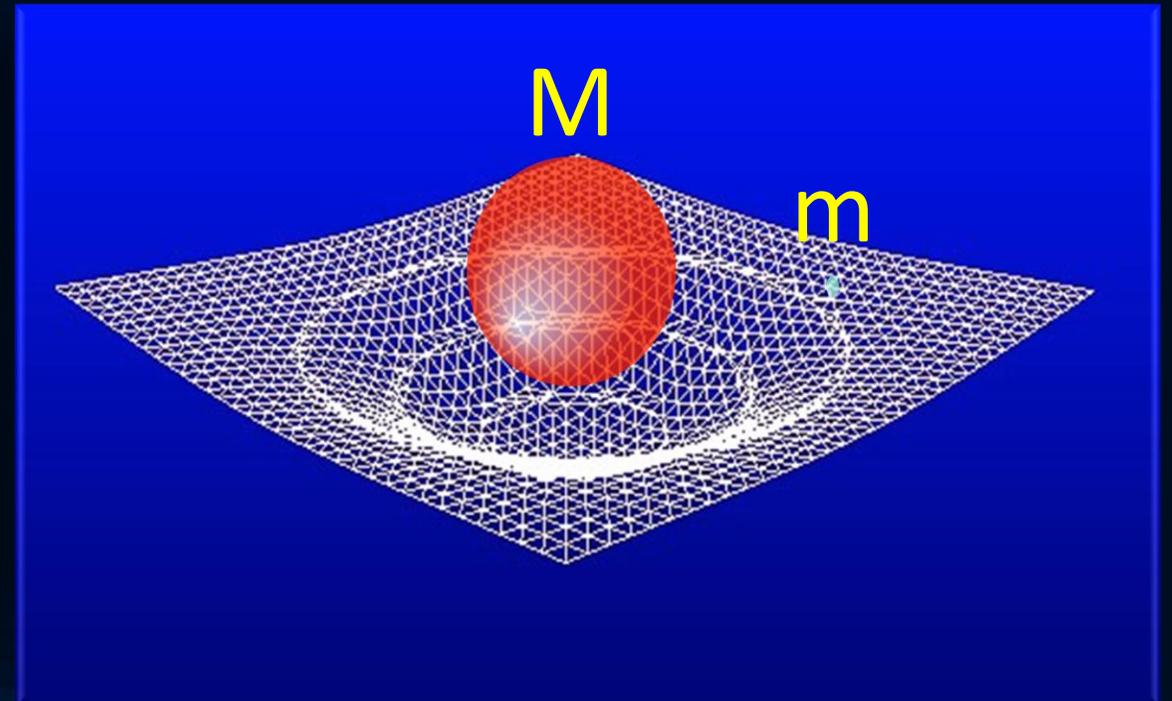
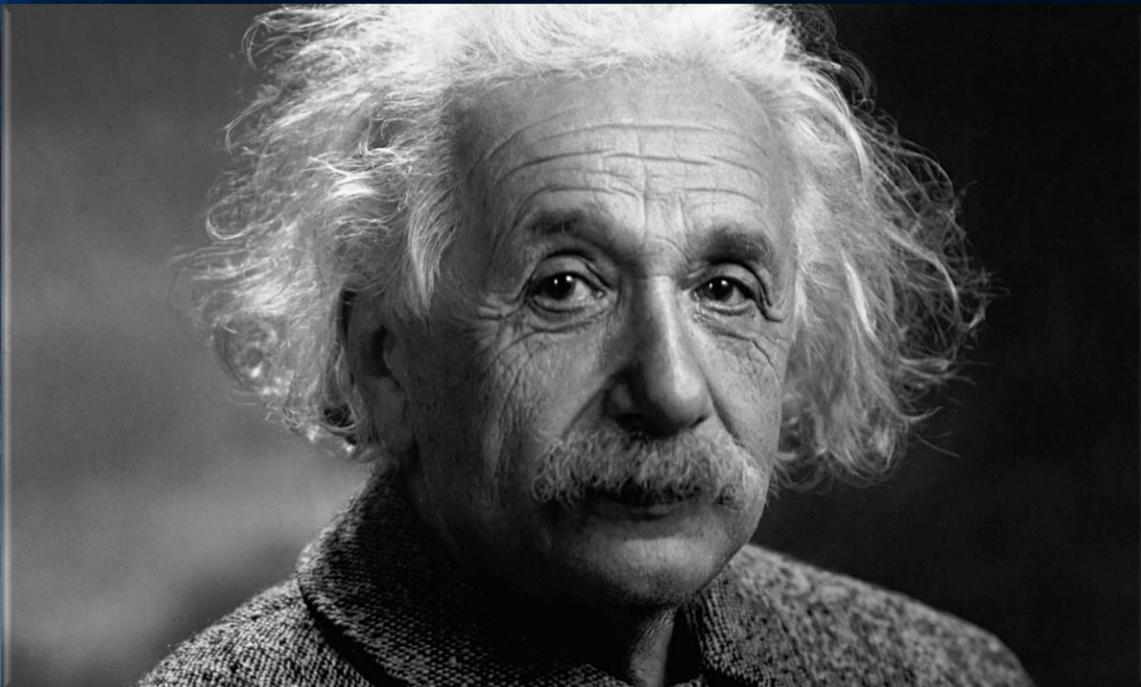
## Gekrümmte Raumzeit

Raumzeit mit Materie verbiegt sich

# Raumzeit-Krümmung ist Gravitation?

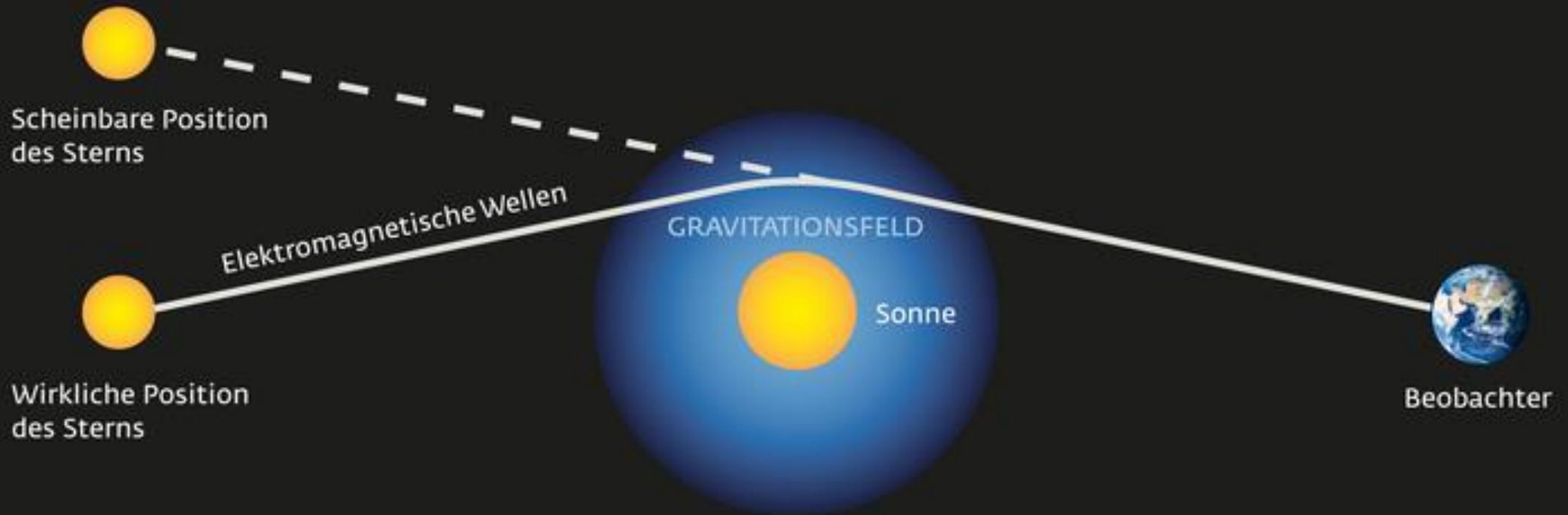
Betrachten wir einen Objekt kleiner Masse  $m$  das um ein Objekt großer Masse  $M$  kreist (z.B. Erde um die Sonne)

Einstein: Die Krümmung der Raumzeit, verursacht durch die große Masse, bestimmt die Umlaufbahn des kleinen Körpers und ist ursächlicher Grund der gravitativen Wechselwirkung



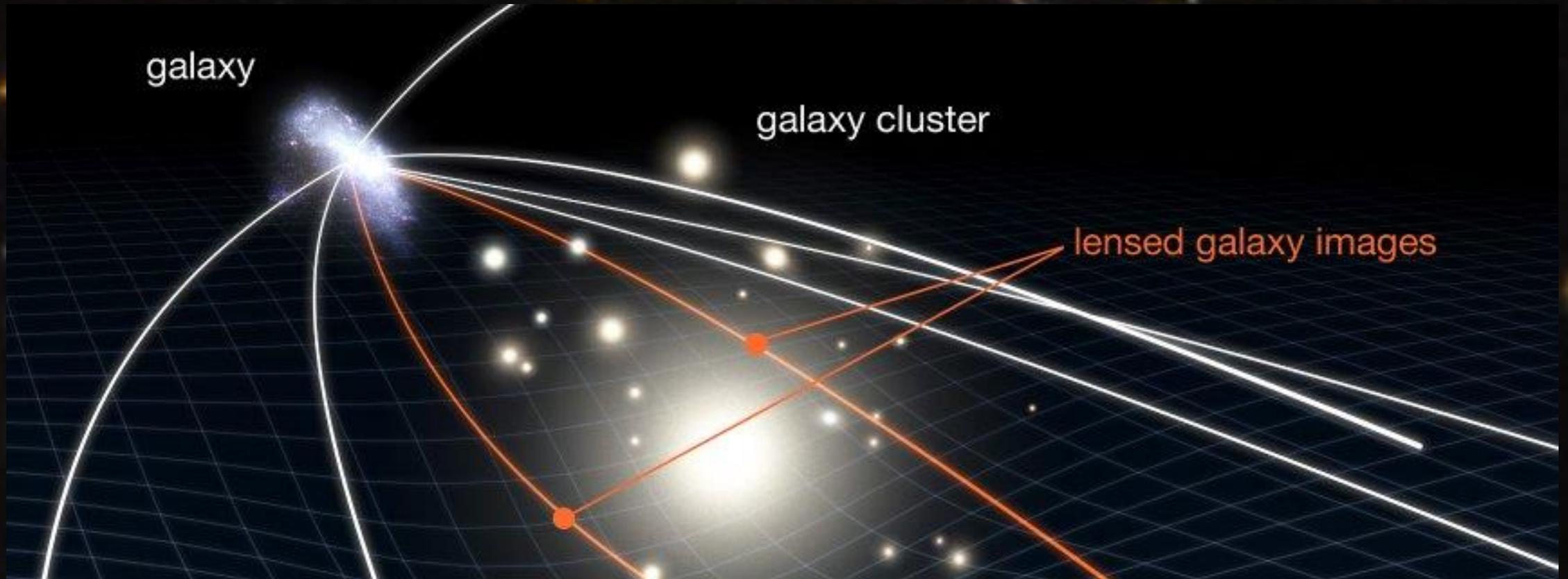
# Erste Bestätigung der ART: Sonnenfinsternis 1919

Aufgrund des extrem revolutionären Charakters der ART glaubten viele Physiker zunächst nicht an Einsteins Theorie. Das änderte sich schlagartig im Jahre 1919:



# Der Gravitationslinsen-Effekt

Der besprochene Gravitationslinsen-Effekt kann auch mehrfache Bilder des gleichen Objektes erzeugen:

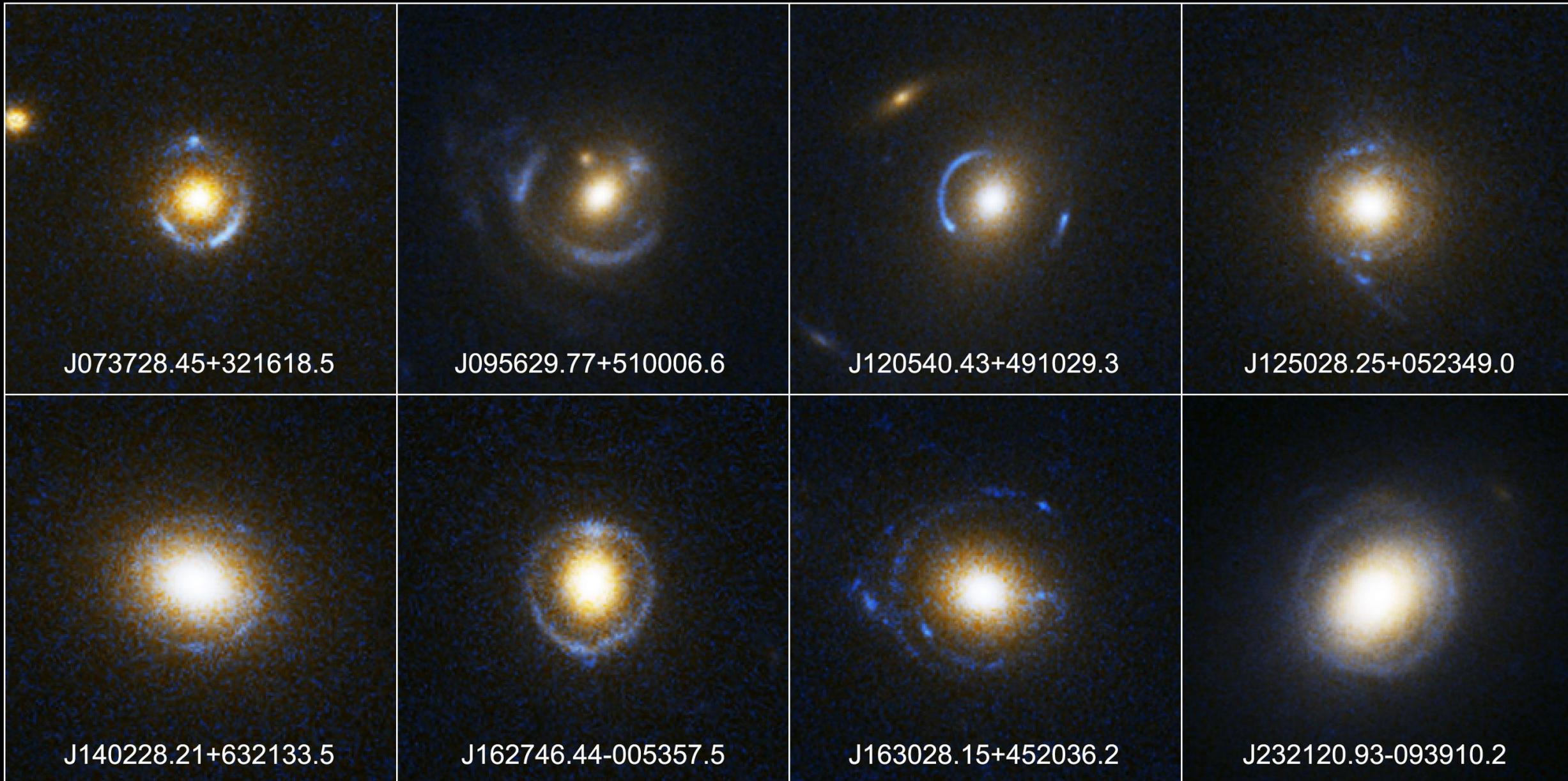


# Der Einstein-Ring



LRG 3-757: im Jahre 2007 mit dem Hubble Space Teleskop aufgenommen

# Weitere Einstein-Ringe



# Gravitative Zeitdilatation

Den Effekt der Zeitverbiegung kann man heutzutage sogar auf der Erde nachweisen -> Uhren ticken in den Bergen ein wenig schneller als im Tal.

News  
12.02.2018  
[Drucken](#)  
[Teilen](#)

RELATIVITÄTSTHEORIE

## Warum die Zeit im Gebirge schneller vergeht

Mit einem surrealen Effekt der Gravitationsphysik haben Wissenschaftler die Höhe eines Tunnels in den französischen Alpen bestimmt.

von Robert Gast



© ISTOCK / SKOUATROULIO (AUSSCHNITT)

2018 auf [www.spektrum.de](http://www.spektrum.de)

# Frankfurter Allgemeine

Physik & Mehr

WISSENSCHAFT GIZIN GENE KLIMA WELTRAUM GARTEN NETZRÄTSEL

ALLGEMEINE RELATIVITÄTSTHEORIE

## Hurra, wir hier unten leben länger!

VON ANNE HARDY · AKTUALISIERT AM 19.10.2010 · 06:00



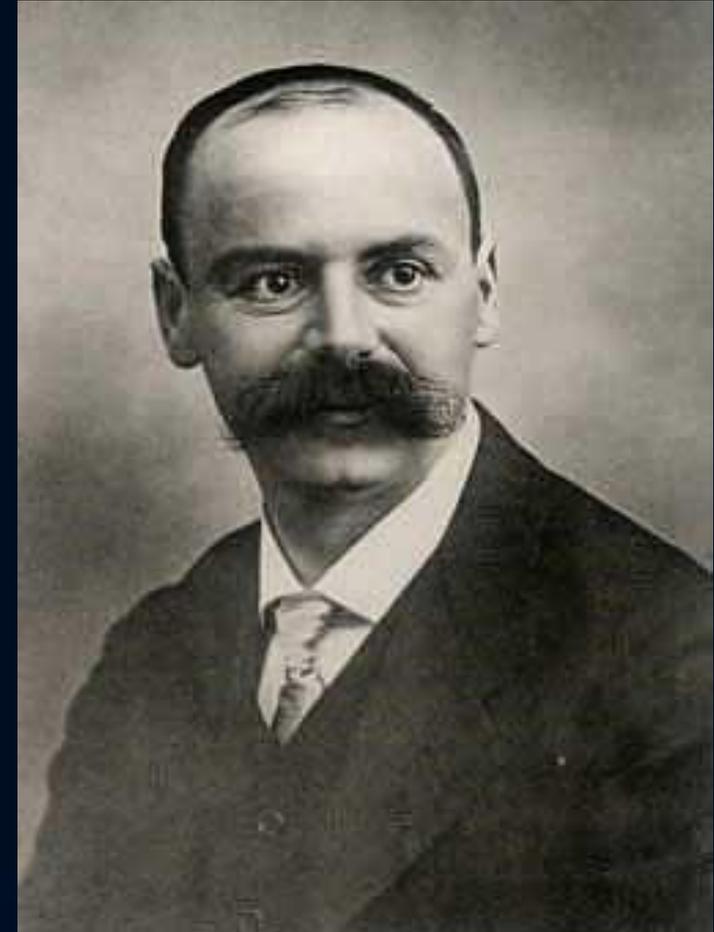
# Die Schwarzschild Lösung

1915 Einsteins Gravitation:  
Krümmung der „Raumzeit“

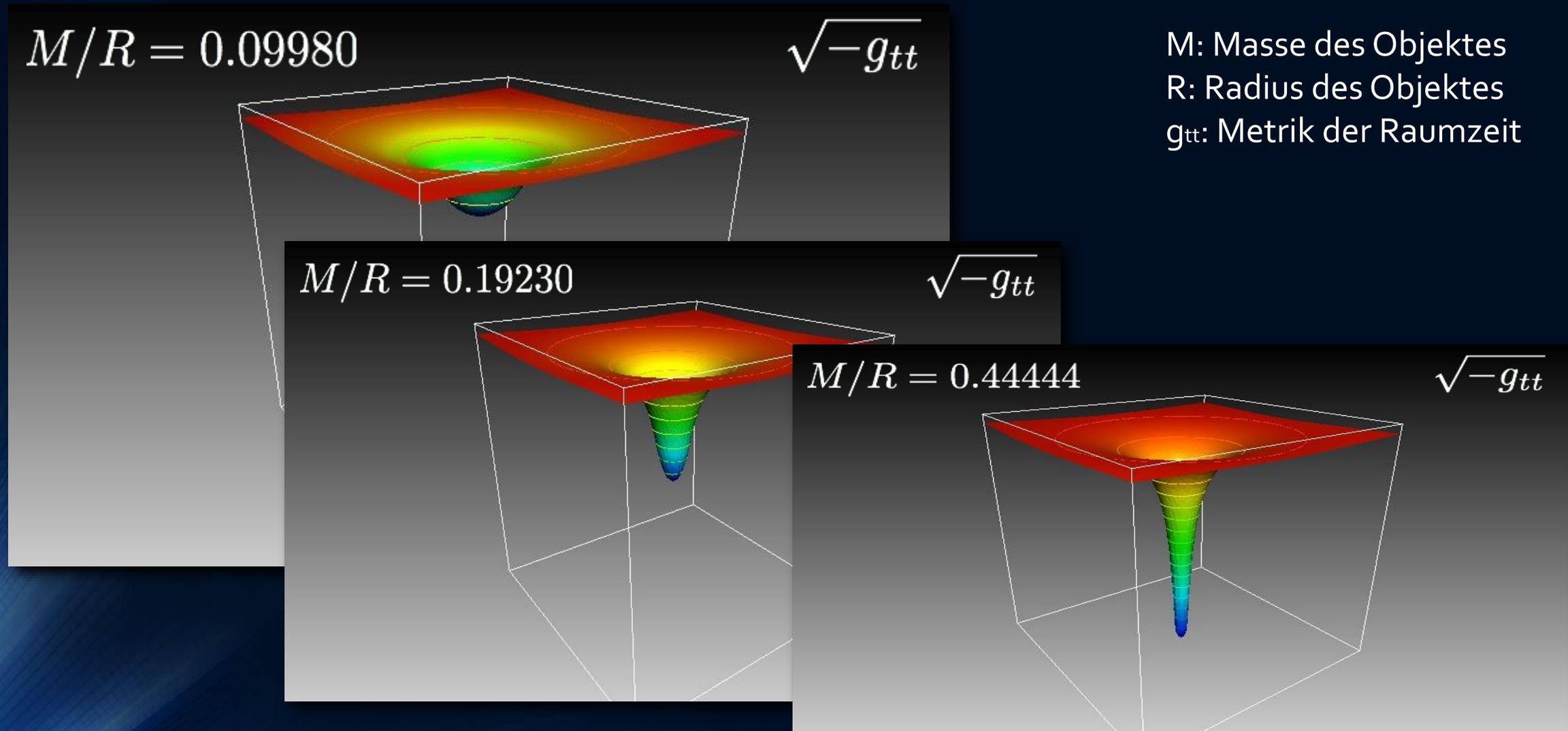
1916 Karl Schwarzschild:

... geboren 1873 in Frankfurt nahe dem Haus der Rothschild's. Erste Lösung der ART – drei Monate nach Einsteins Artikel! Aussenraummetrik eines nicht-rotierenden schwarzen Loches.

Schwarzschild stirbt einen Monat später an einer Infektion die er sich an der russischen Front einfing...

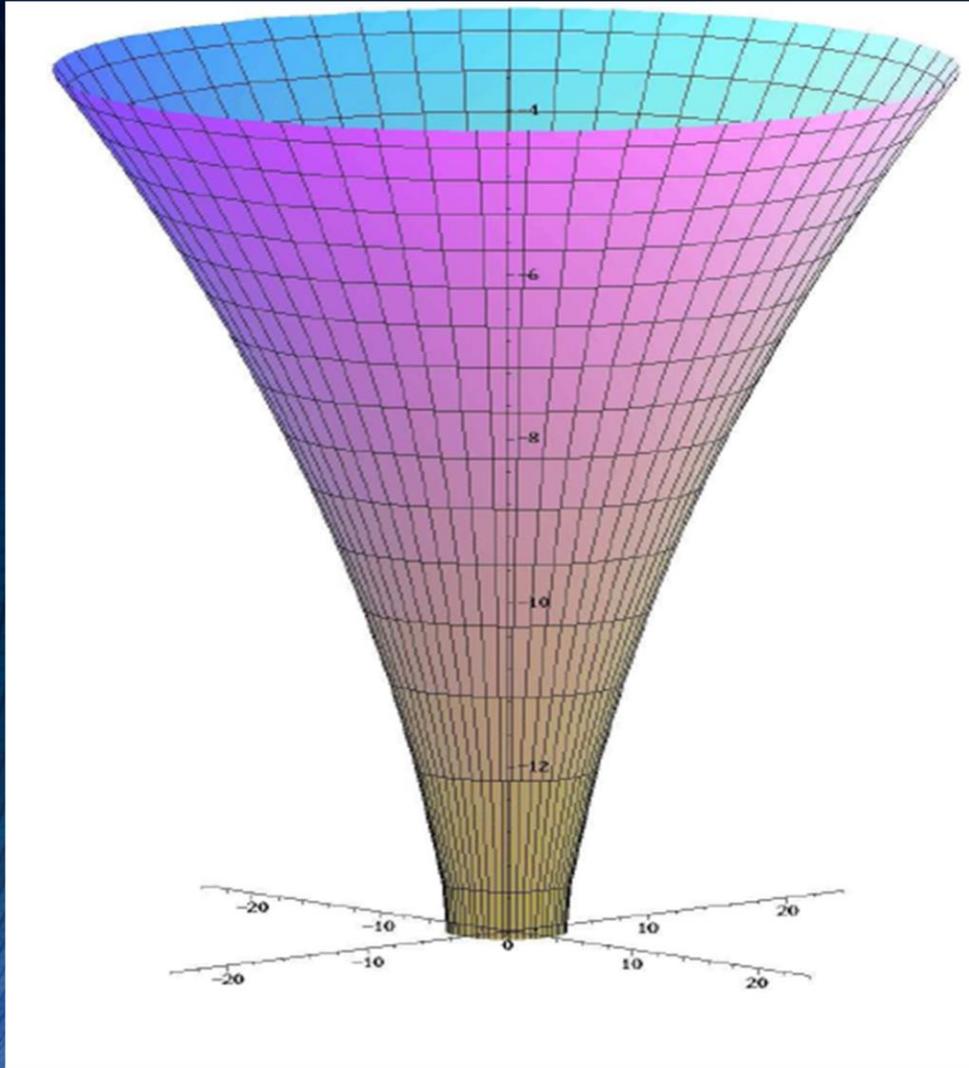


# Schwarze Löcher und der Raumzeit-Trichter

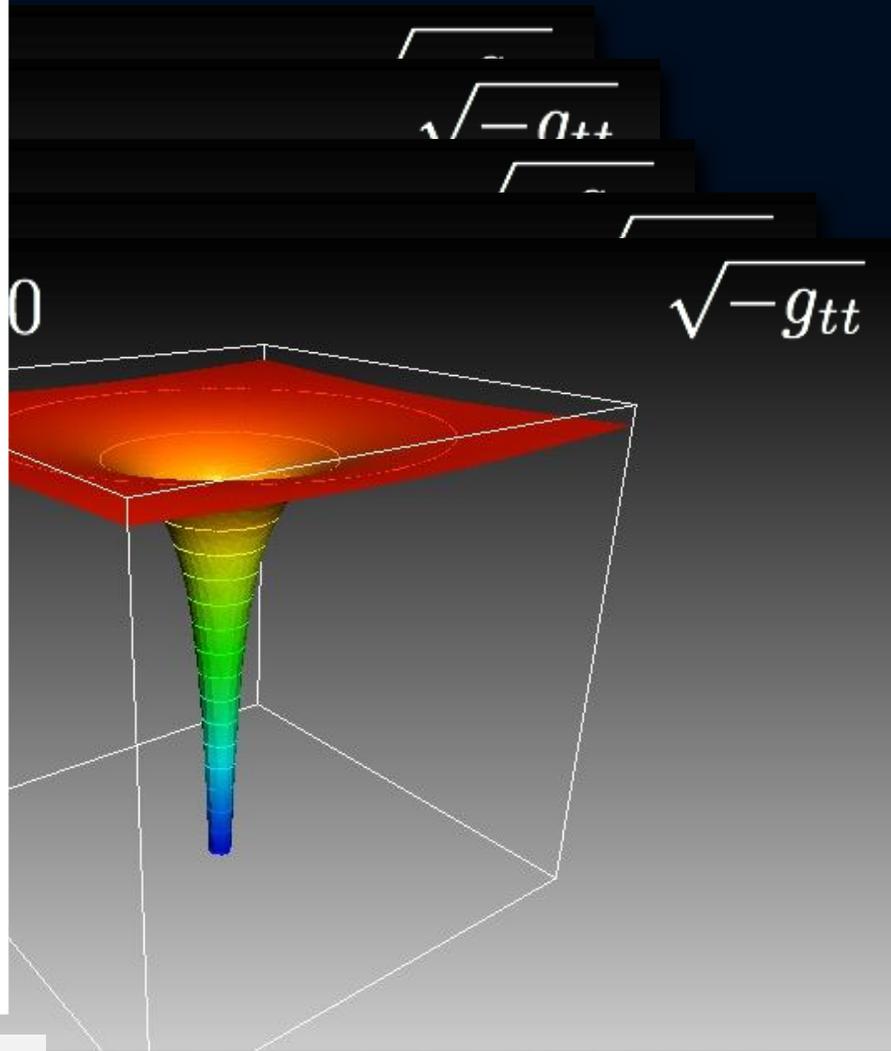


Grenzwert der Krümmung: Stabile Objekte (Neutronensterne) sind nicht mehr möglich

# Schwarze Löcher und der Raumzeit-Trichter



Raumzeit-Trichter  
eines schwarzen Lochs

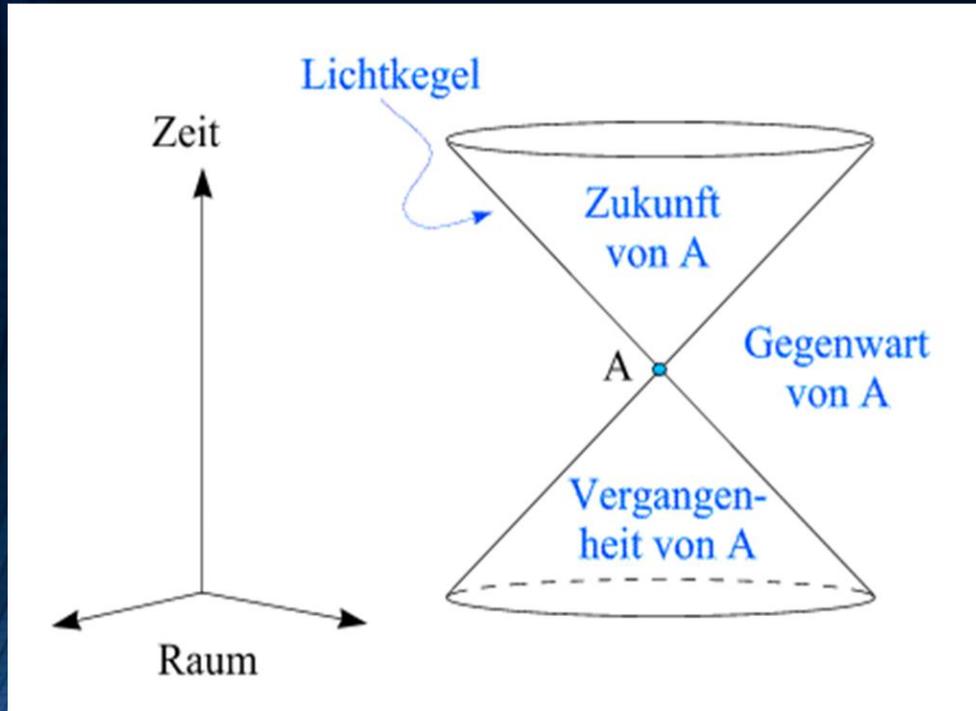


M: Masse des Objektes  
R: Radius des Objektes  
 $g_{tt}$ : Metrik der Raumzeit

Wir sind über den  
Grenzwert  
gekommen und  
haben ein schwarzes  
Loch erzeugt!

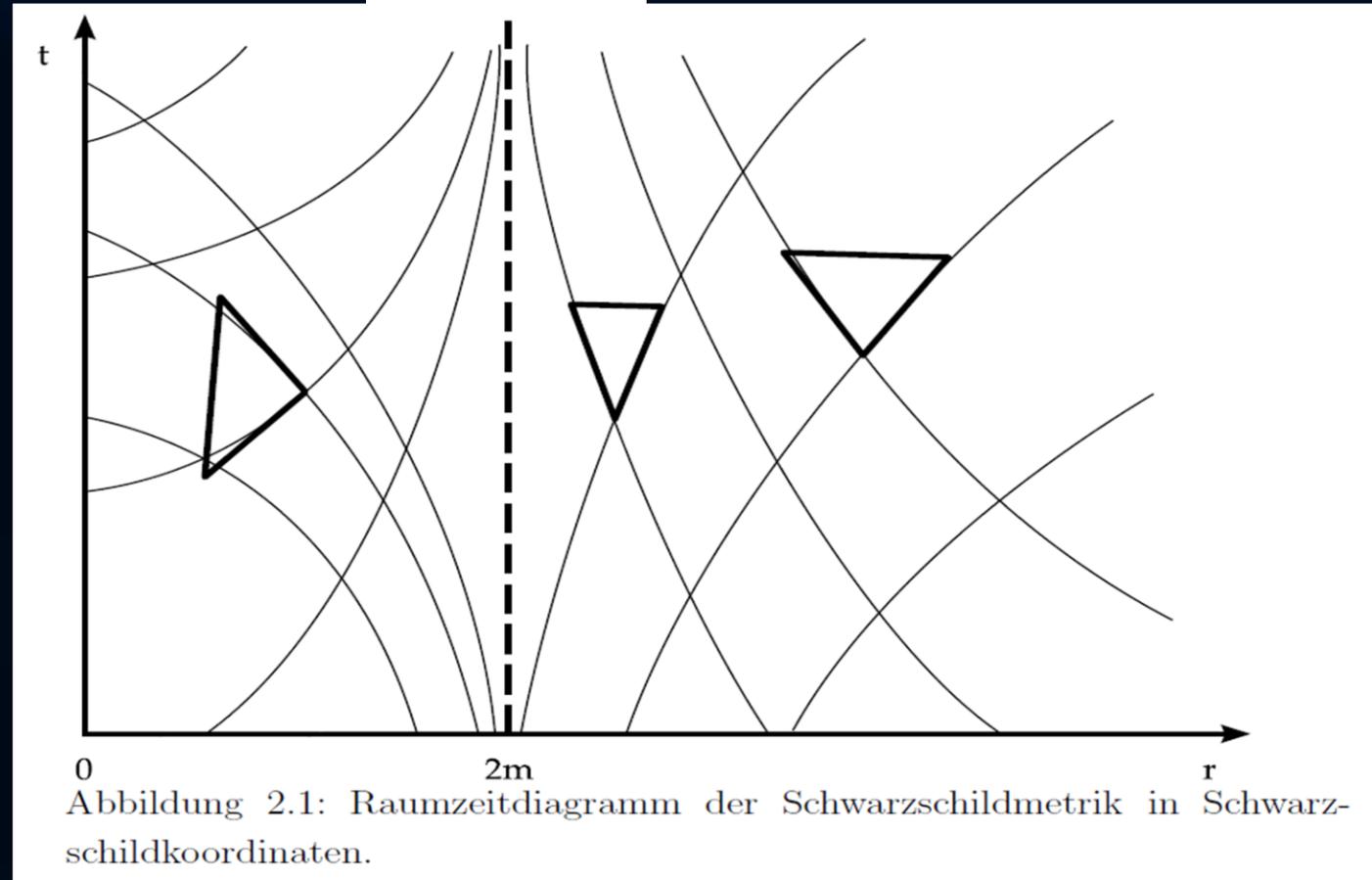
# Raumzeit-Diagramm eines schwarzen Loches

Sichtweise eines weit entfernten, ruhenden Beobachters



Raumzeit-Struktur  
im flachen Raum

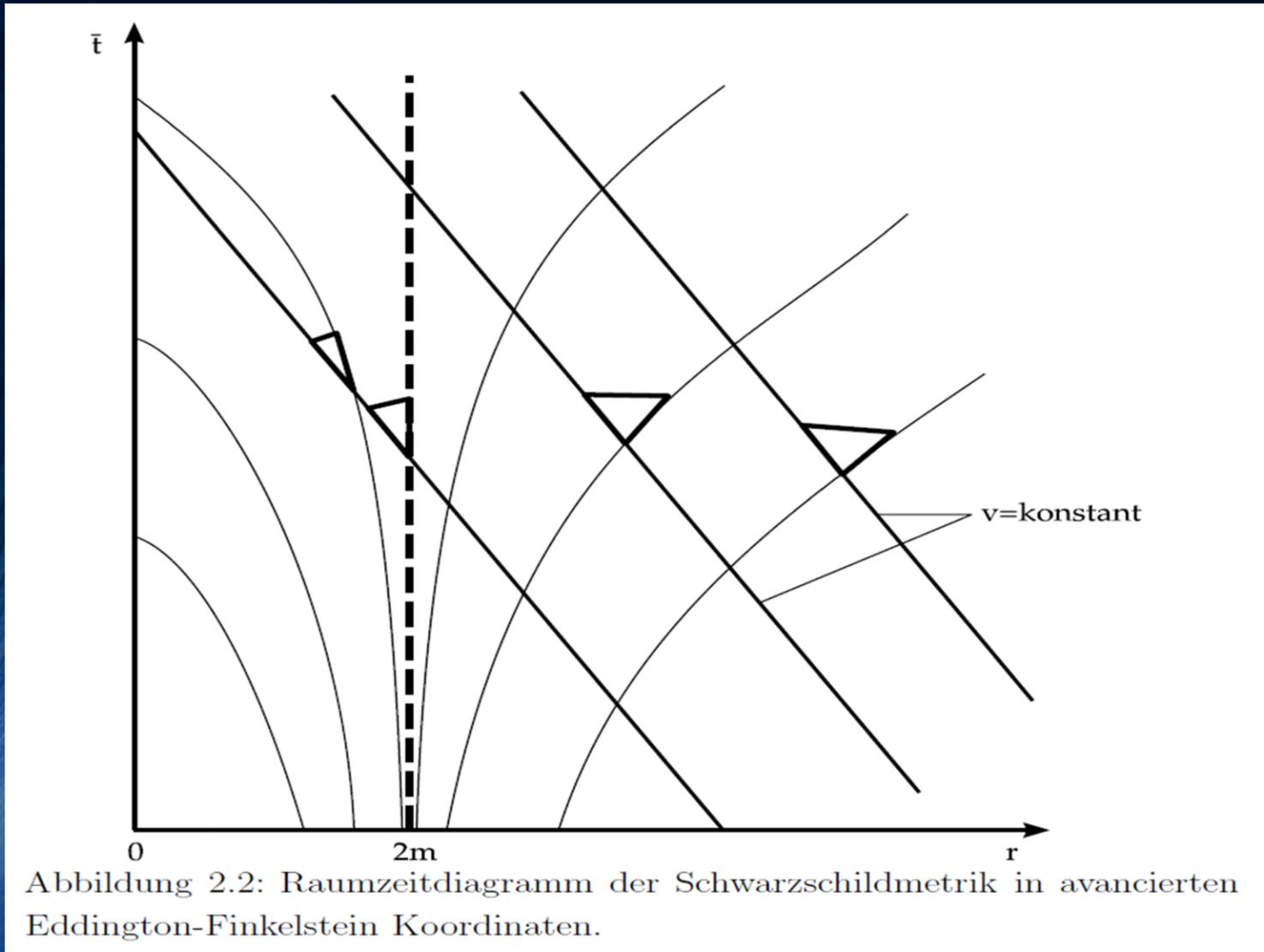
Ereignis-  
horizont



Raumzeit-Struktur um ein schwarzes Loch

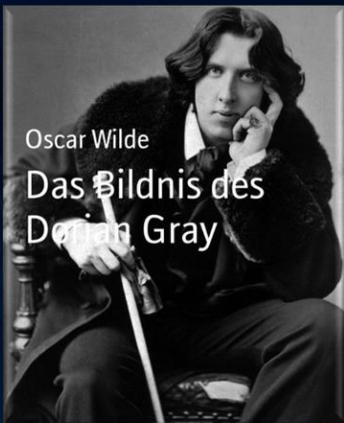
# Raumzeit-Diagramm eines schwarzen Loches

Sichtweise eines in das schwarze Loch fallenden Beobachters



## Der Tod und die Theorie der schwarzen Löcher

Die theoretischen Eigenschaften von schwarzen Löchern werden manchmal mit dem Tod verglichen. Die sterbende Person/Seele übertritt die Grenze des irdischen Lebens (Ereignishorizont) und nach diesem Überscheitern gibt es keine Möglichkeit mehr Informationen in den äußeren, irdischen Bereich zu übermitteln. Für den äußeren Beobachter (die Mitmenschen, die seinen Tod erleben) friert das Bild seines klinisch toten Körpers ein und als lebender Mensch hat man keine Möglichkeit Informationen aus dem Jenseits (innerer Bereich des schwarzen Lochs) zu empfangen - dies ist nur möglich, wenn man selbst stirbt und die Grenze des Ereignishorizontes übertritt.



Oscar Wilde  
Das Bildnis des  
Dorian Gray

Ereignis-  
horizont



Im Spiegel erscheint  
jedoch sein wirkliches (von  
ihm wahrgenommenes,  
moralisch verfallenes) Bild.  
*Transformation ins eigene  
Koordinatensystem, Eddington-  
Finkelstein Koordinaten!*

Sein von der Öffentlichkeit  
(äußerer Beobachter)  
wahrgenommenes  
Erscheinungsbild bleibt im  
jungen Zustand wie eingefroren.

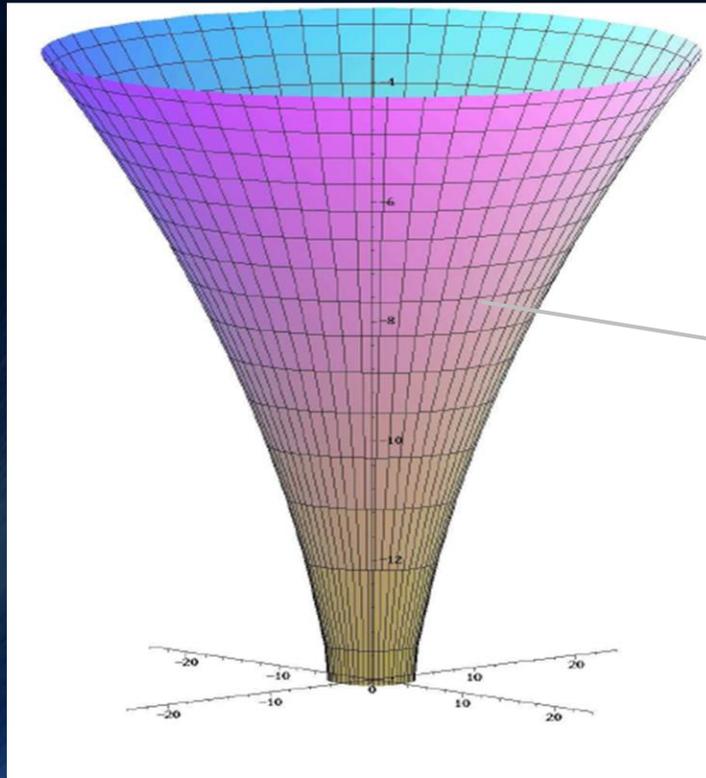
Für den äußeren  
Beobachter friert das Bild  
des Körpers, der in das  
schwarze Loch fällt, am  
Ereignishorizont ein. Der  
Körper selbst übertritt  
jedoch die Grenze und  
fällt weiter in die echte  
Singularität im Ursprung.

Dorian Gray wird in das schwarze Loch  
der moralischen Abgründe gezogen  
und übertritt eine Grenze von der aus  
er nicht mehr zurück kann.

# Das deutsche Parlamentsgebäude

(die wohl beste Veranschaulichung der wesentlichen Eigenschaften eines schwarzen Loches)

## Der Raumzeit-Trichter im Reichstagsgebäude



# Das deutsche Parlamentsgebäude

(die wohl beste Veranschaulichung der wesentlichen Eigenschaften eines schwarzen Loches)



Ereignis-  
horizont

Ereignishorizont

Echte Singularität

Lateral Thoughts: Matthias Hanauske

# Black holes and the German Reichstag

One day a couple of years ago I was attending a meeting of the German Astronomical Society in Berlin, when I was gripped with an almost irrepressible sense of inner unrest. There was no other option – I simply had to leave the lecture halls of the Technical University and enjoy the gorgeous day outside. Before I left, however, I carefully taped my poster to the wall between the entrances to the men's and women's toilets, which seemed the perfect spot for it. Every congress delegate would now be forced – subliminally at least – to notice my creation.

After leaving the university buildings, I first soaked up the summer sunshine in the zoological gardens before heading towards the Reichstag – the home of the German parliament. As I did so, my thoughts wandered off in a different direction. What a waste of time, it occurred to me, all those boring lectures are. What physics desperately needs, I reasoned, is a new and exciting way of presenting modern physics is impossible to come alone. How can bizarre concepts like the event horizon of a black hole or the significance of the information paradox be presented in a way that is accessible and vital to all?

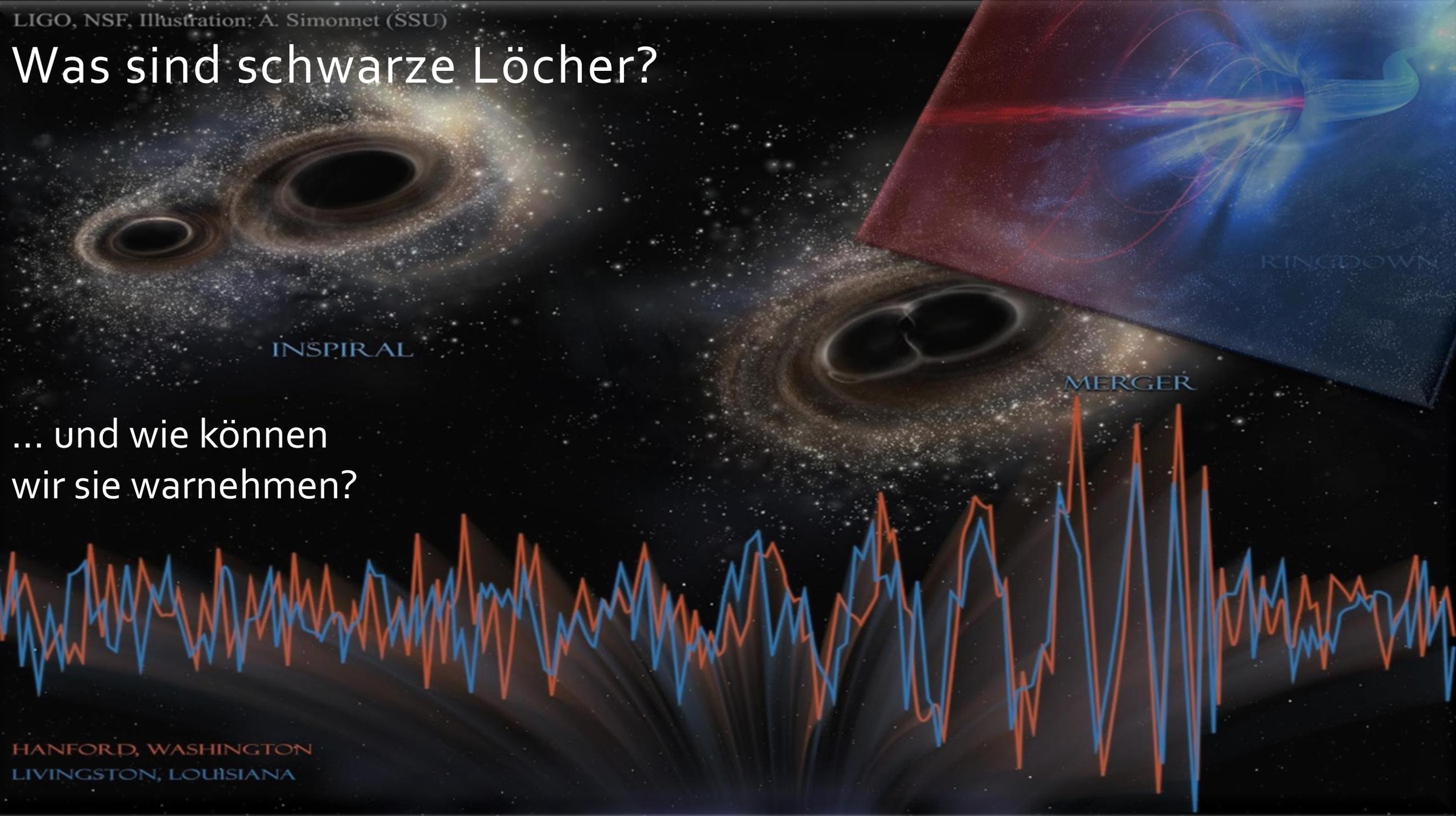


The funnel looks exactly like the event horizon of a black hole.

Along the barrier are displayed various photographs of decisive events in German history that are designed to remind visitors of their responsibilities to the future. They are a warning against forgetfulness and against the repression of the Nazi era. Suddenly I saw the significance of the information paradox in the pictures. Just as the politicians sit in the Reichstag, so the pictures represent external forces that are acting on the black hole from which no useful information can be extracted.

# Was sind schwarze Löcher?

... und wie können wir sie wahrnehmen?



HANFORD, WASHINGTON  
LIVINGSTON, LOUISIANA

Wie sieht das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxie aus?



# Nobel Preis 2020

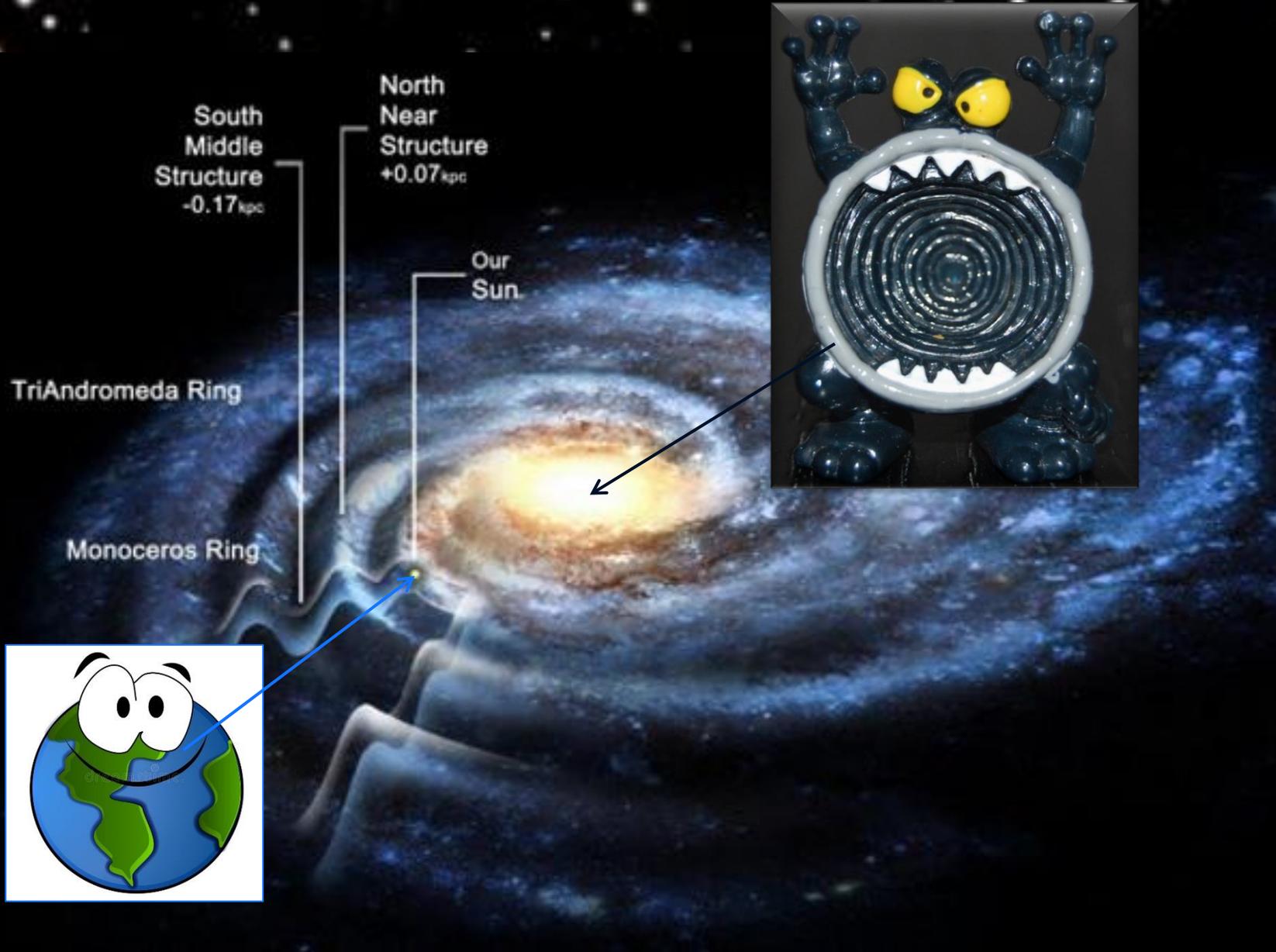
## IN PHYSICS 2020

Illustrations: Niklas Elmehed



Für die Entdeckung, dass die Bildung von Schwarzen Löchern eine robuste Vorhersage der allgemeinen Relativitätstheorie ist (R. Penrose) und die Entdeckung eines supermassiven kompakten Objekts im Zentrum unserer Galaxie (R. Genzel und Andrea Ghez).

# Das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxie



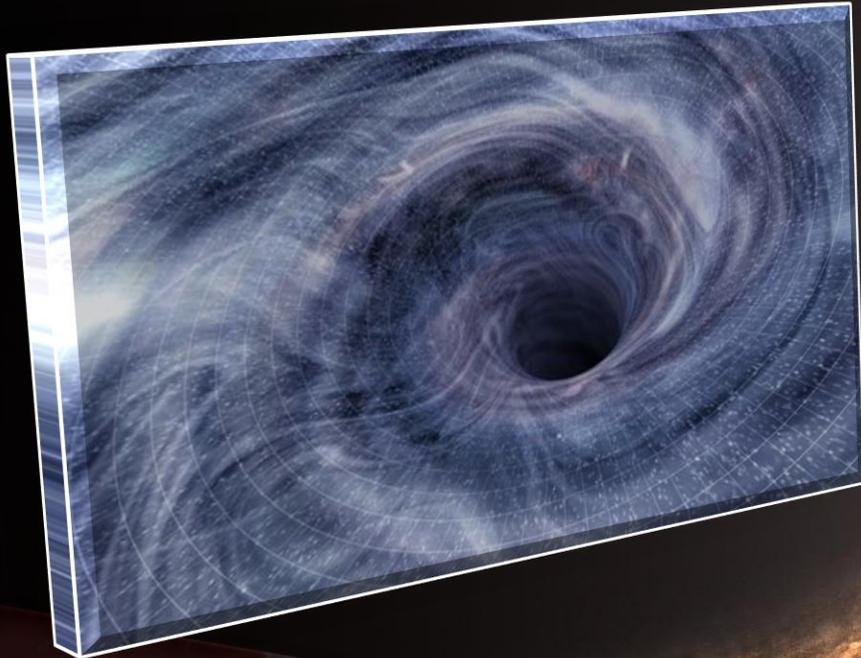
# Das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxie



# Das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxie



Wie sehen schwarze Löcher aus?



Wie sieht das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxie aus?



Das EU-Projekt **BlackHoleCam**  
*L.Rezzolla, H.Falke und M.Kramer*

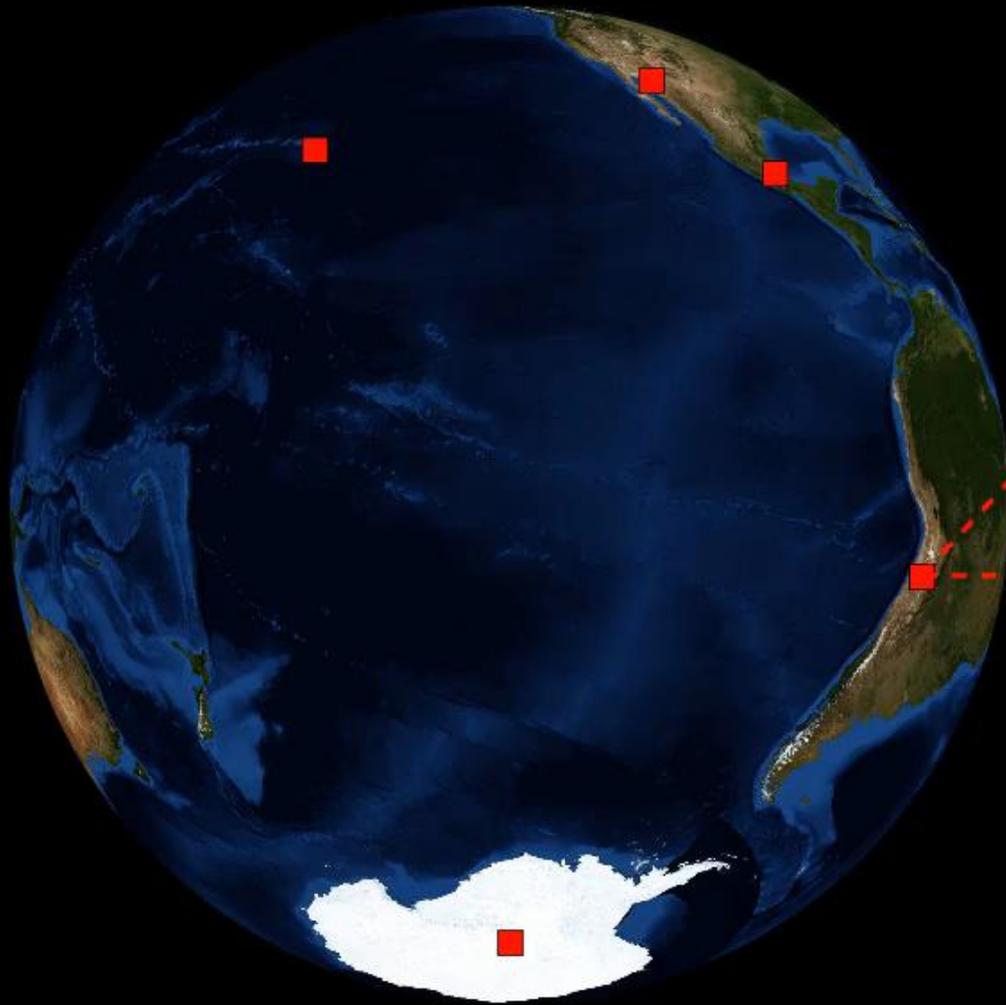
# Das Bildnis des schwarzen Loches

(wie wird das wirkliche Bildnis des schwarzen Loches im Zentrum der Milchstrasse aussehen?)



*Simulationen  
erstellt von  
Dr. Ziri Younsi  
(2017)*

# Event Horizon Telescope



Atacama Large  
Millimeter Array (ALMA)



Coordinates:  $23^{\circ} 01' 09''\text{S}$ ,  $67^{\circ} 45' 12''\text{W}$

Diameter: 12m

Das EHT ist ein  
virtuelles Radioteleskop  
der Größe der Erde

Das Event Horizon Teleskop (EHT) ist eine hochgradig internationale Kooperation von Radioteleskopen die mittels Langbasisinterferometrie das erste Bild eines schwarzen Loches aufzeichnen konnte

*Python-Animation erstellt  
von Dr. Christian Fromm*

# Bilder von zwei schwarzen Löchern werden erwartet

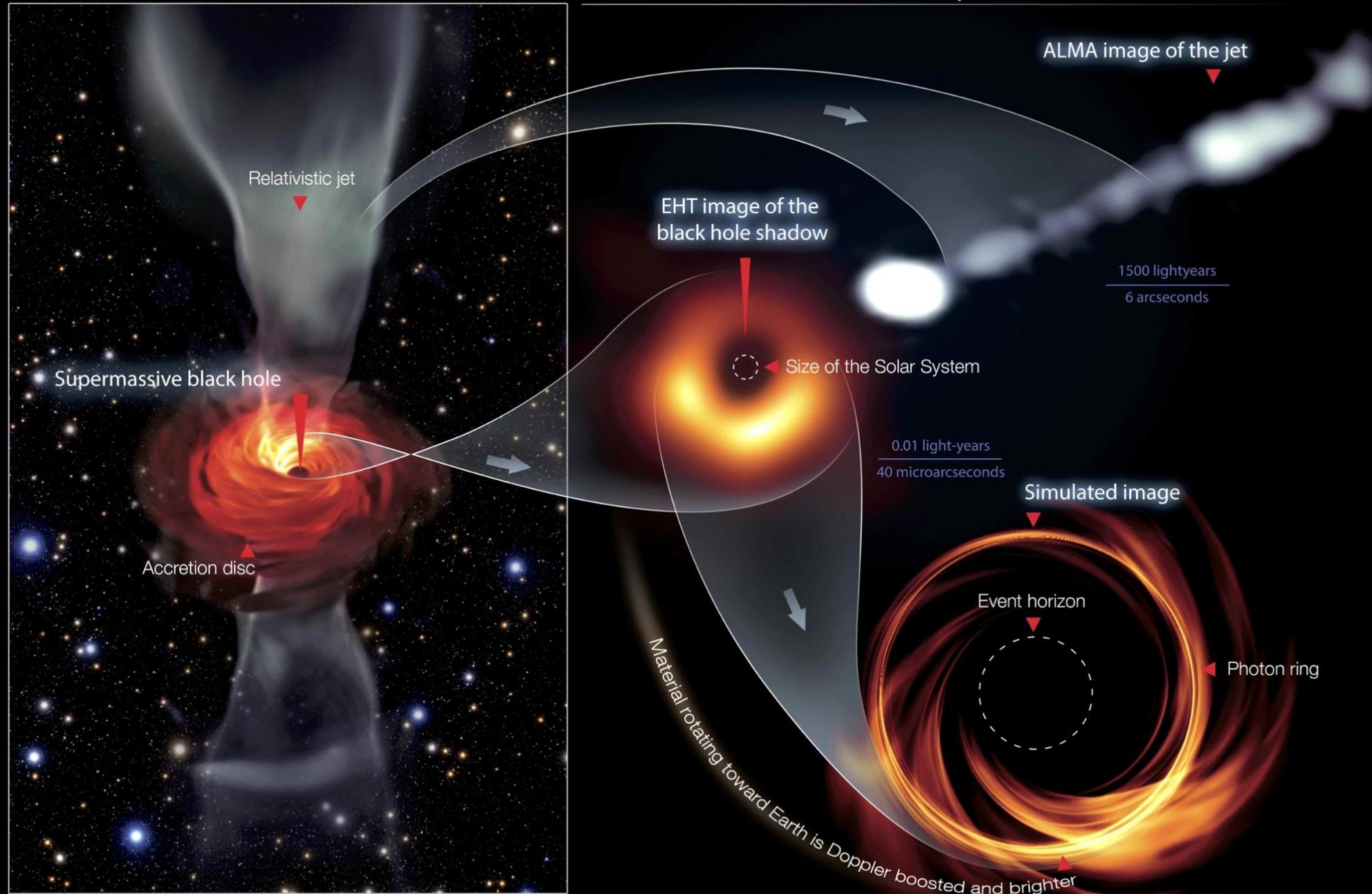
(Stand 04.2017)

	M87	Sgr A*
Mass ( $M_{\text{sun}}$ )	$3-6 \times 10^9$ (?)	$4 \times 10^6$
Distance	16 Mpc	8.5 kpc
Luminosity	$10^{44}$ erg/s	$10^{36}$ erg/s
Mdot ( $M_{\text{edd}}$ )	$10^{-4}$	$10^{-8}$
BH Spin Axis	Gal disk?	10-25 deg los
@ the BH?	Maybe	Yes
B field @ BH	60-130 G	10-100 G
Scattered?	No	yes
Shadow Size	640 AU	0.5 AU
Shadow Angle	20-40 $\mu\text{as}$	52 $\mu\text{as}$
GM/c <sup>3</sup>	8 hrs	20 sec
Jet Power	$10^{42}-10^{43}$ erg/s	?



Eine Reise in das Herz von Messier 87

# M87 Black Hole – Event Horizon Telescope



# Die ersten Bilder eines Schwarzen Lochs

## Ein Meilenstein in der Geschichte der Astronomie

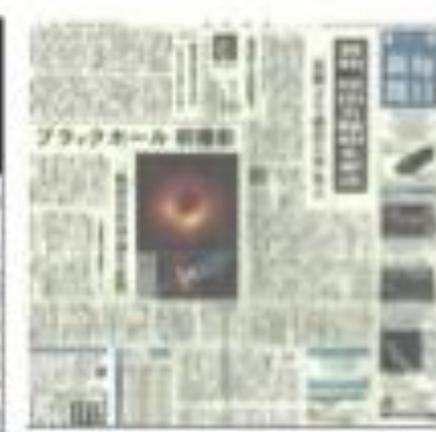
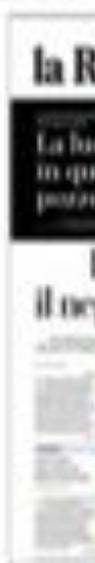
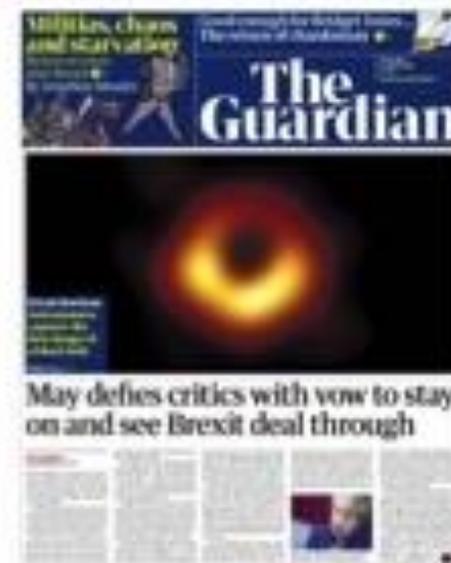
Ein wenig mehr als hundert Jahre nachdem Albert Einstein seine Feldgleichungen der *Allgemeinen Relativitätstheorie* formulierte, und er damit die Grundlage für Gravitationswellen und schwarzer Löcher legte, wurde im Jahre 2019 das erste Bild eines schwarzen Lochs (siehe rechte Abbildung) der Öffentlichkeit präsentiert.



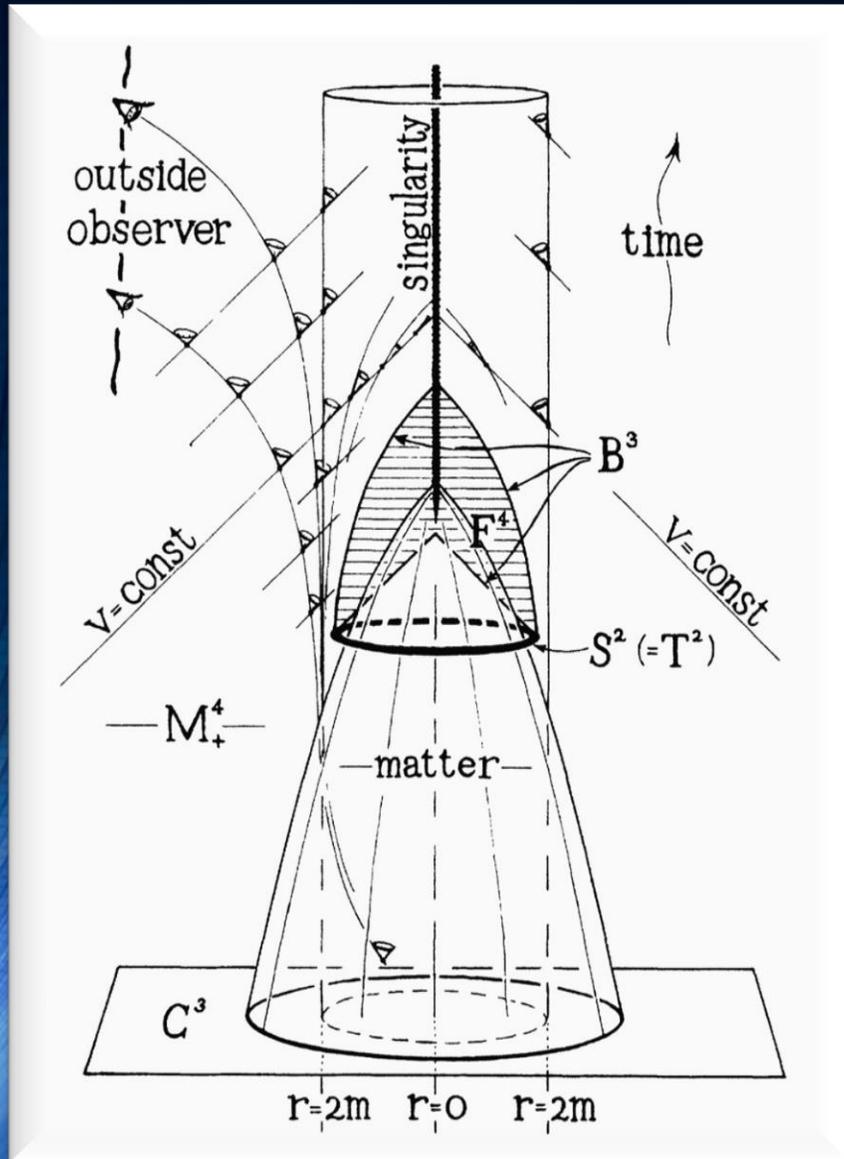
YouTube Video: [https://www.youtube.com/watch?v=Zh5p9Sro\\_VU&list=PLn5gYfEKlag8nps1GKLqUW35AOgQY7aM2](https://www.youtube.com/watch?v=Zh5p9Sro_VU&list=PLn5gYfEKlag8nps1GKLqUW35AOgQY7aM2)

Anlässlich der bahnbrechenden Aufnahme des ersten Bildes eines schwarzen Lochs im Zentrum unserer Nachbargalaxie M87, wurde am 17. April 2019 um 20 Uhr ein öffentlicher, populärwissenschaftlicher Abendvortrag im Otto Stern Zentrum (OSZ H1) am Campus Riedberg der Goethe Universität gehalten. Es sprachen die drei „Principal Investigators“ des europäischen Black Hole Cam-Projekts (L.Rezzolla, M.Kramer und H.Falke), welches neben der EHT-Kollaboration für das Bild verantwortlich ist.

# Die ersten Bilder eines Schwarzen Lochs



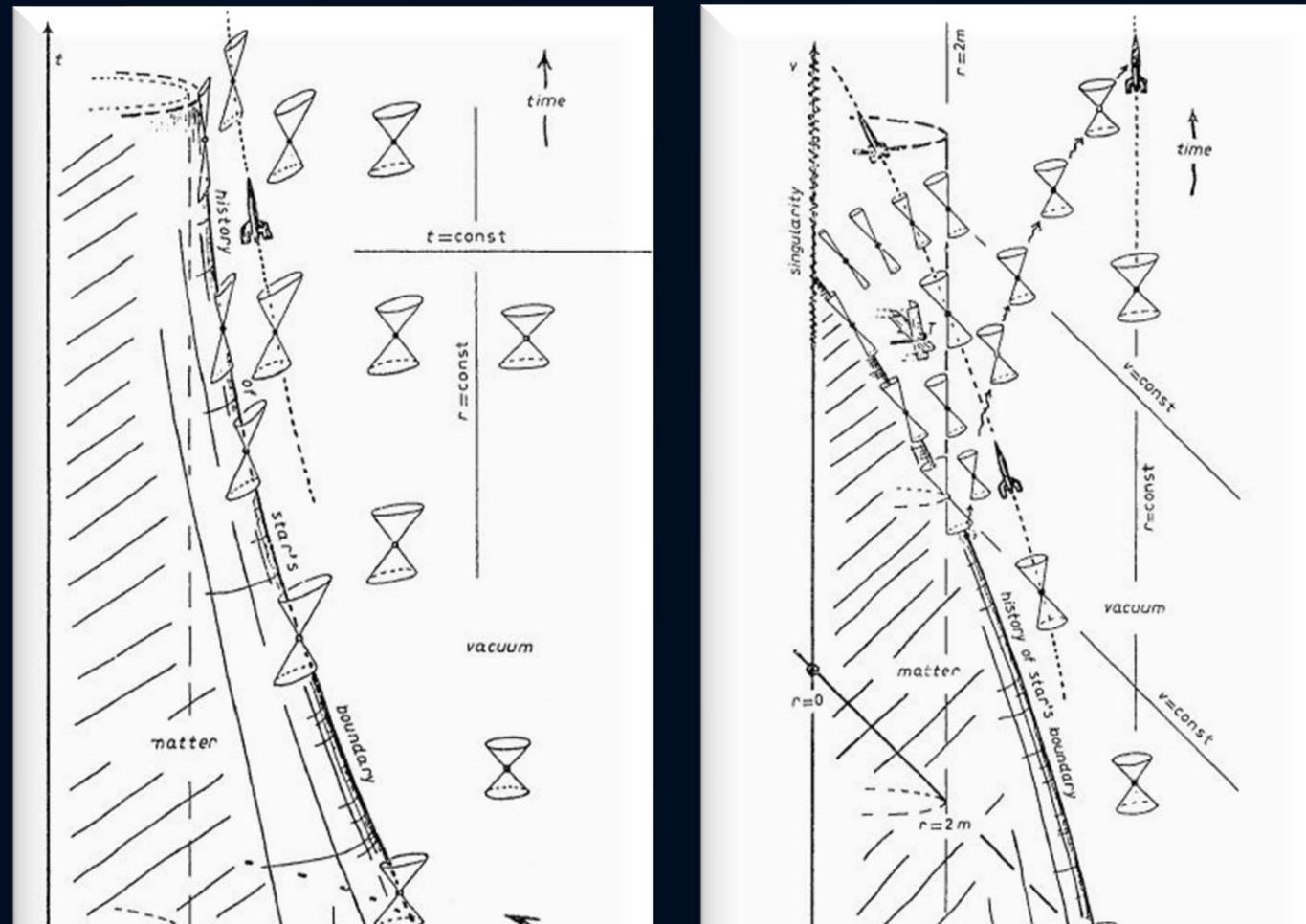
# Wie entstehen schwarze Löcher ?



Self-drawn space-time diagram by R. Penrose (1965)

# GRAVITATIONAL COLLAPSE AND SPACE- TIME SINGULARITIES

Nobel Price 2020: R. Penrose, PRL Vol.14 No.3 (1965)



R. Penrose: Nobel Preis 2020 für die Entdeckung, dass die Bildung von Schwarzen Löchern eine robuste Vorhersage der allgemeinen Relativitätstheorie ist

R. Penrose in Rivista del Nuovo Cimento, Num. Spez. I, 257 (1969)

# Über Gravitationswellen.

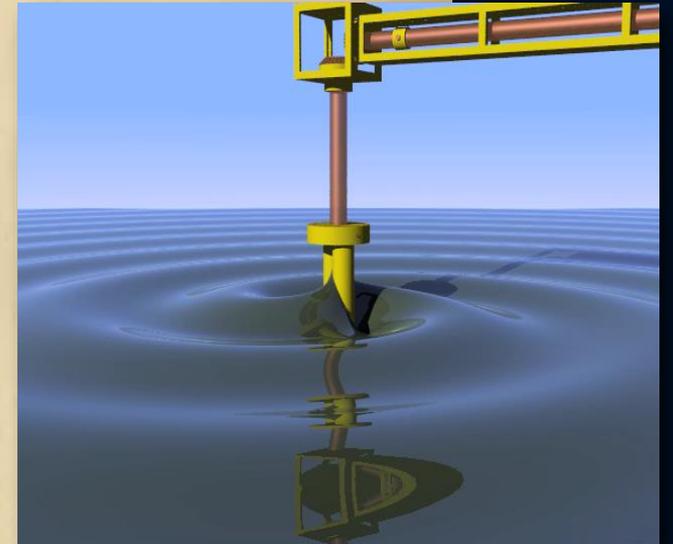
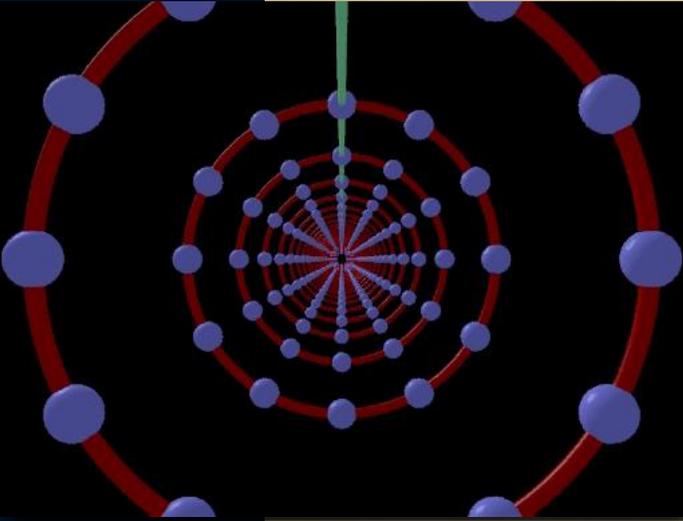
Von A. EINSTEIN.

(Vorgelegt am 31. Januar 1918 [s. oben S. 79].)

Die wichtige Frage, wie die Ausbreitung der Gravitationsfelder erfolgt, ist schon vor anderthalb Jahren in einer Akademiearbeit von mir behandelt worden<sup>1</sup>. Da aber meine damalige Darstellung des Gegenstandes nicht genügend durchsichtig und außerdem durch einen bedauerlichen Rechenfehler verunstaltet ist, muß ich hier nochmals auf die Angelegenheit zurückkommen.

Einsteins erste Arbeit über Gravitationswellen

Sitzungsberichte der Königlich-Preussischen Akademie der Wissenschaften



100 Jahre später LIGO:

# LIGO: Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory

PRL **116**, 061102 (2016)

 Selected for a **Viewpoint** in *Physics*  
PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending  
12 FEBRUARY 2016



## Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

B. P. Abbott *et al.*\*

(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

(Received 21 January 2016; published 11 February 2016)

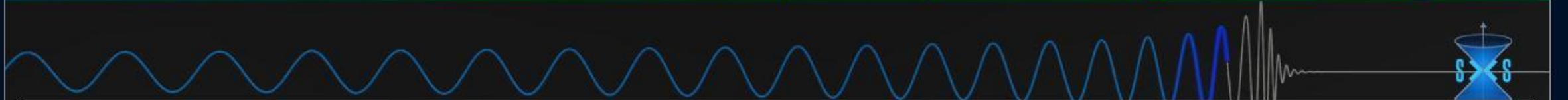
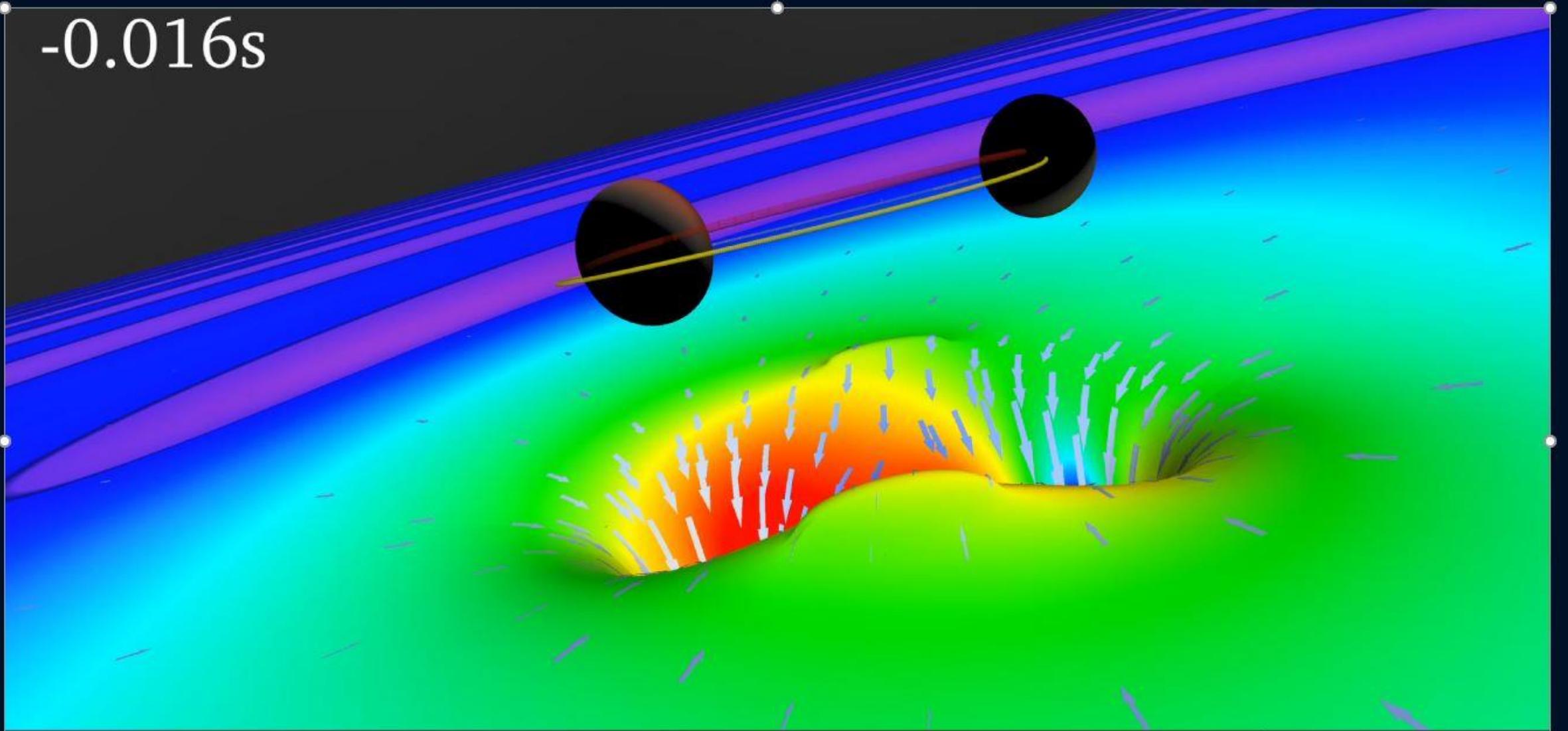
On September 14, 2015 at 09:50:45 UTC the two detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory simultaneously observed a transient gravitational-wave signal. The signal sweeps upwards in frequency from 35 to 250 Hz with a peak gravitational-wave strain of  $1.0 \times 10^{-21}$ . It matches the waveform predicted by general relativity for the inspiral and merger of a pair of black holes and the ringdown of the resulting single black hole. The signal was observed with a matched-filter signal-to-noise ratio of 24 and a false alarm rate estimated to be less than 1 event per 203 000 years, equivalent to a significance greater than  $5.1\sigma$ . The source lies at a luminosity distance of  $410_{-180}^{+160}$  Mpc corresponding to a redshift  $z = 0.09_{-0.04}^{+0.03}$ . In the source frame, the initial black hole masses are  $36_{-4}^{+5} M_{\odot}$  and  $29_{-4}^{+4} M_{\odot}$ , and the final black hole mass is  $62_{-4}^{+4} M_{\odot}$ , with  $3.0_{-0.5}^{+0.5} M_{\odot} c^2$  radiated in gravitational waves. All uncertainties define 90% credible intervals. These observations demonstrate the existence of binary stellar-mass black hole systems. This is the first direct detection of gravitational waves and the first observation of a binary black hole merger.



1. Direkter Nachweis von Gravitationswellen  
Signalform: Verschmelzung von zwei schwarzen Löchern

# Kollidierende Schwarze Löcher

-0.016s



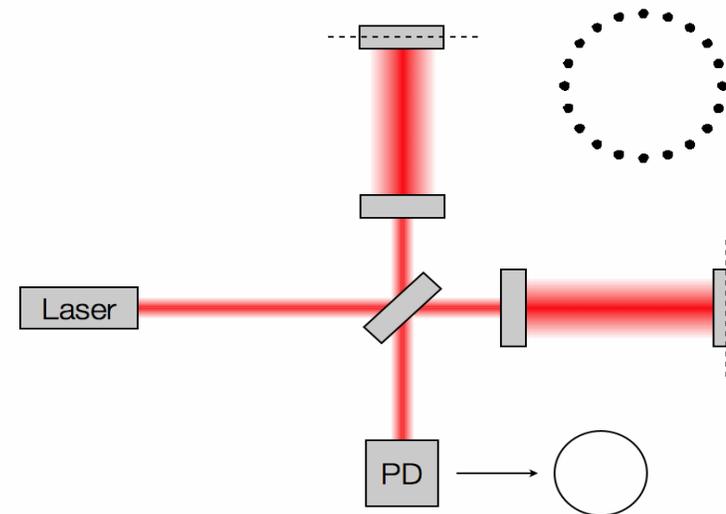
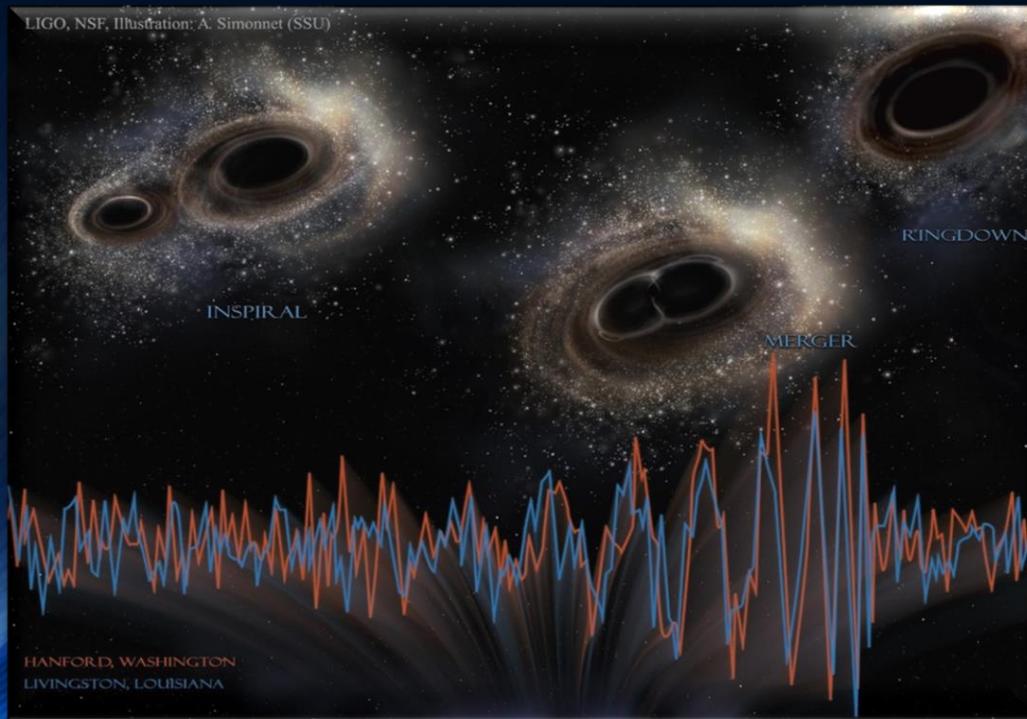
Video player controls including a play button, a progress bar, and a timestamp of 00:40,75.

# Gravitationswellen gefunden: LIGO!!!

## Kollision zweier Schwarzer Löcher GW150914

Massen: 36 & 29 Sonnenmassen

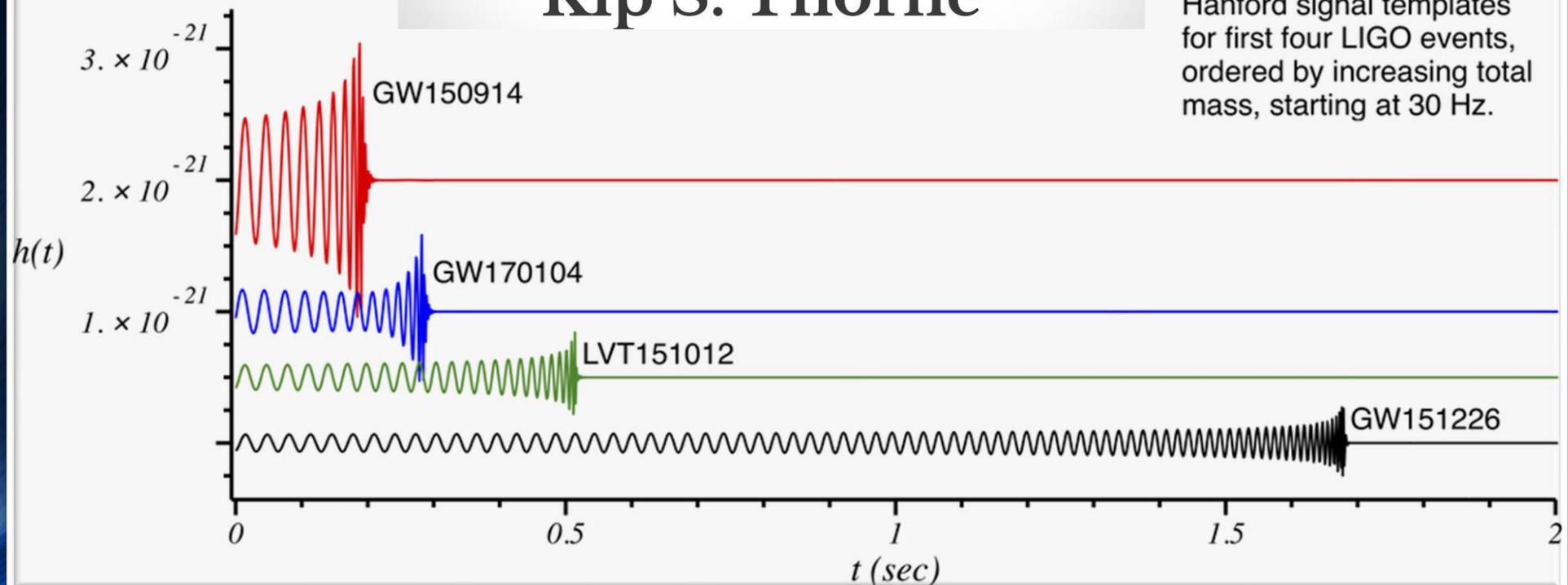
Abstand zur Erde 410 Mpc  
(1.34 Milliarden Lichtjahre)



# 2017 NOBEL PRIZE IN PHYSICS



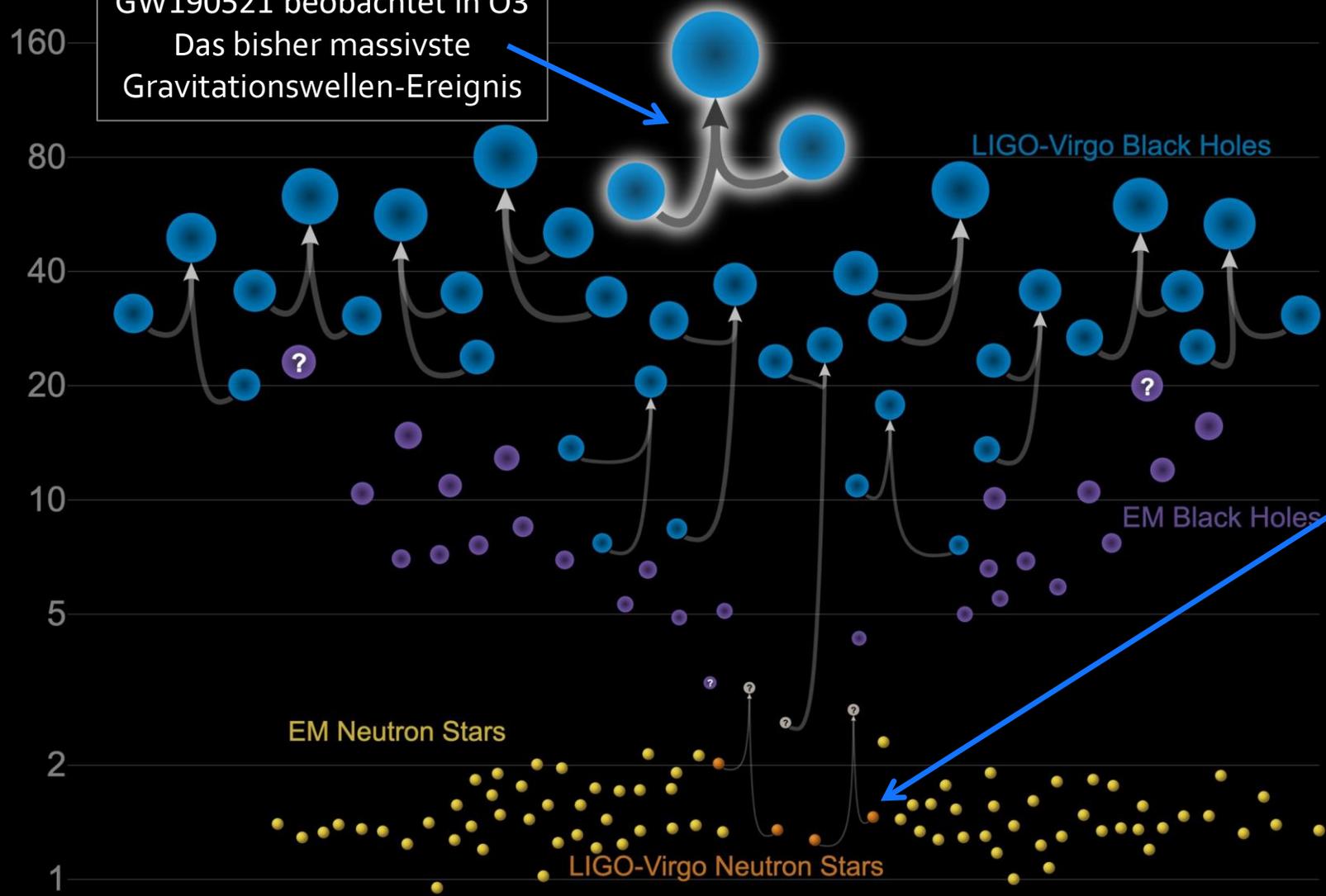
Rainer Weiss  
Barry C. Barish  
Kip S. Thorne



Hanford signal templates  
for first four LIGO events,  
ordered by increasing total  
mass, starting at 30 Hz.

# Masses in the Stellar Graveyard

*in Solar Masses*



## Detektierte Gravitationswellen

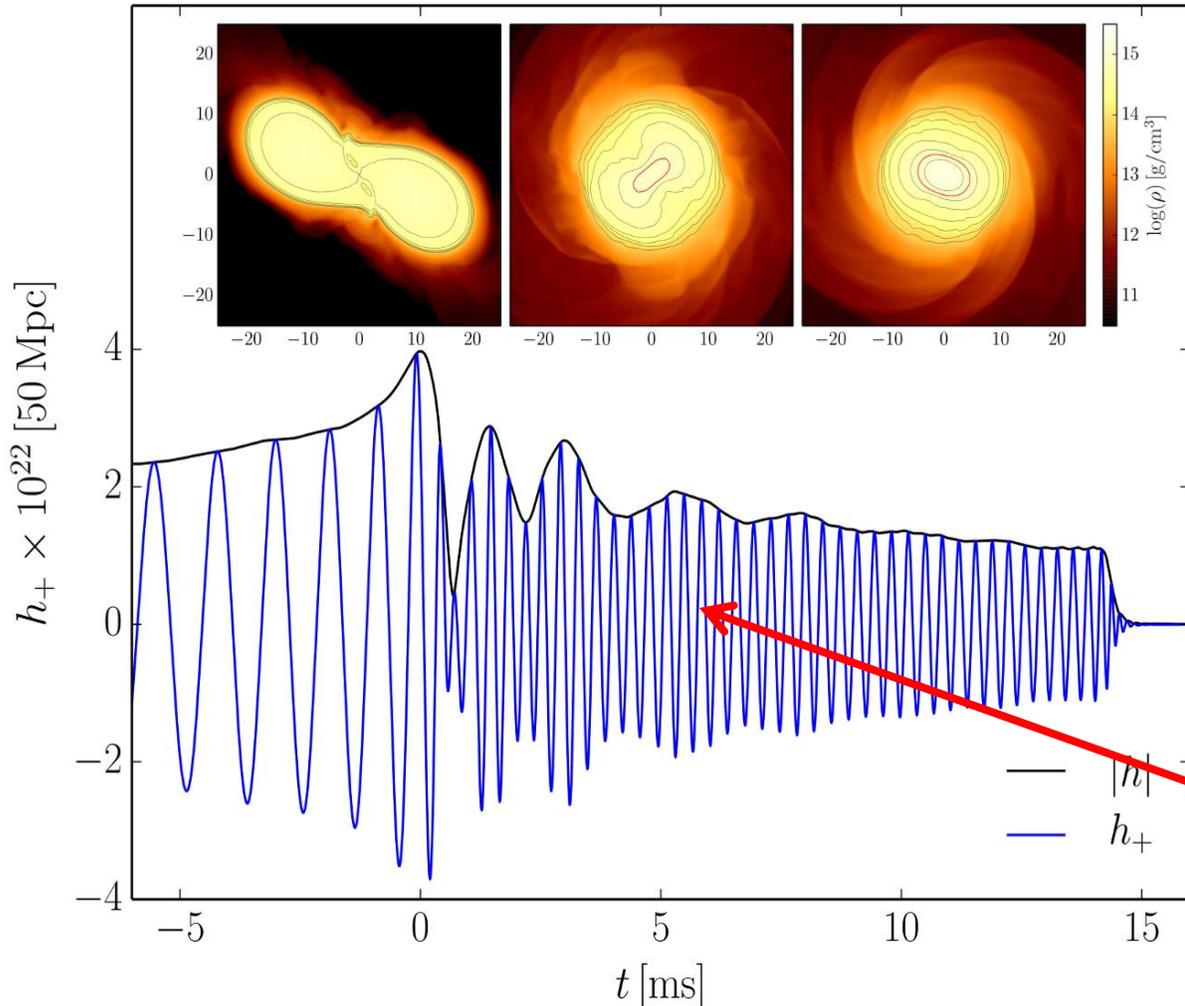
In den ersten beiden Beobachtungsläufen (O1+O2) konnten 11 Gravitationswellen detektiert werden, wobei einer dieser Gravitationswellen (GW170817) durch die Kollision zweier Neutronensterne verursacht wurde welche sich vor ungefähr 130 Millionen Jahren ereignete.

Updated 2020-09-02

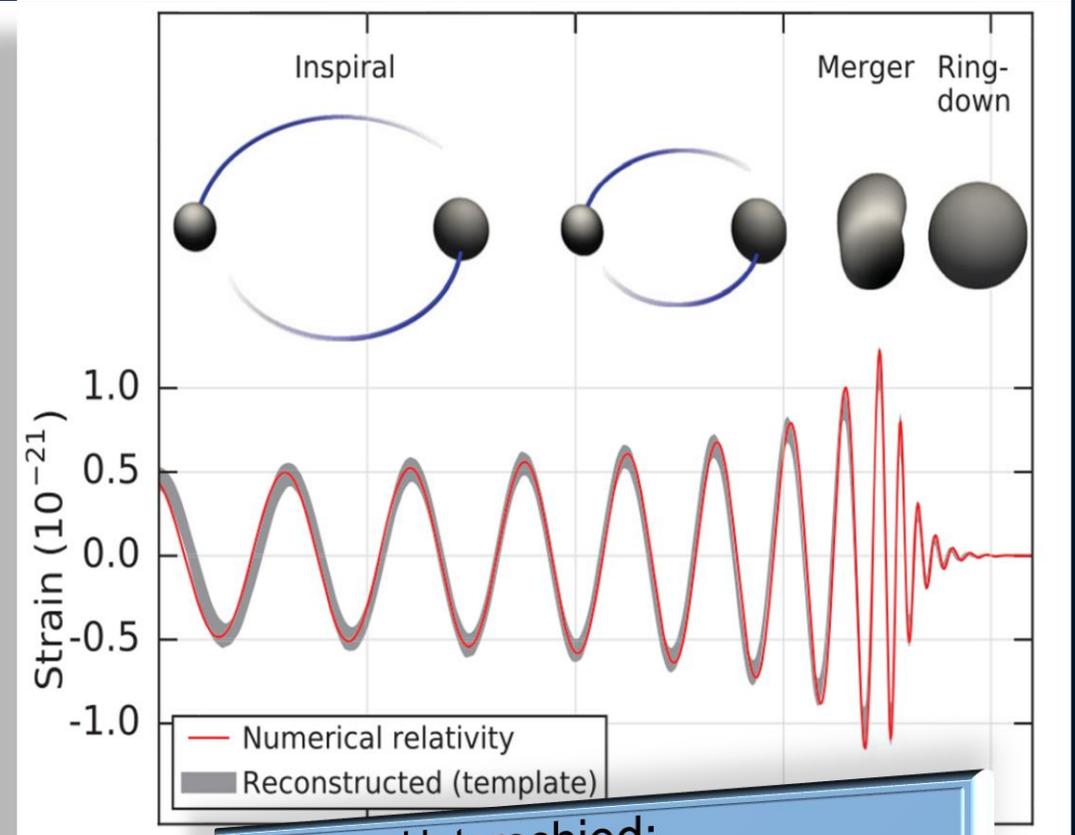
LIGO-Virgo | Frank Elavsky, Aaron Geller | Northwestern

# Gravitationswellen von Neutronenstern Kollisionen

## Neutronenstern Kollision (Simulation)



## Kollision zweier schwarzer Löcher

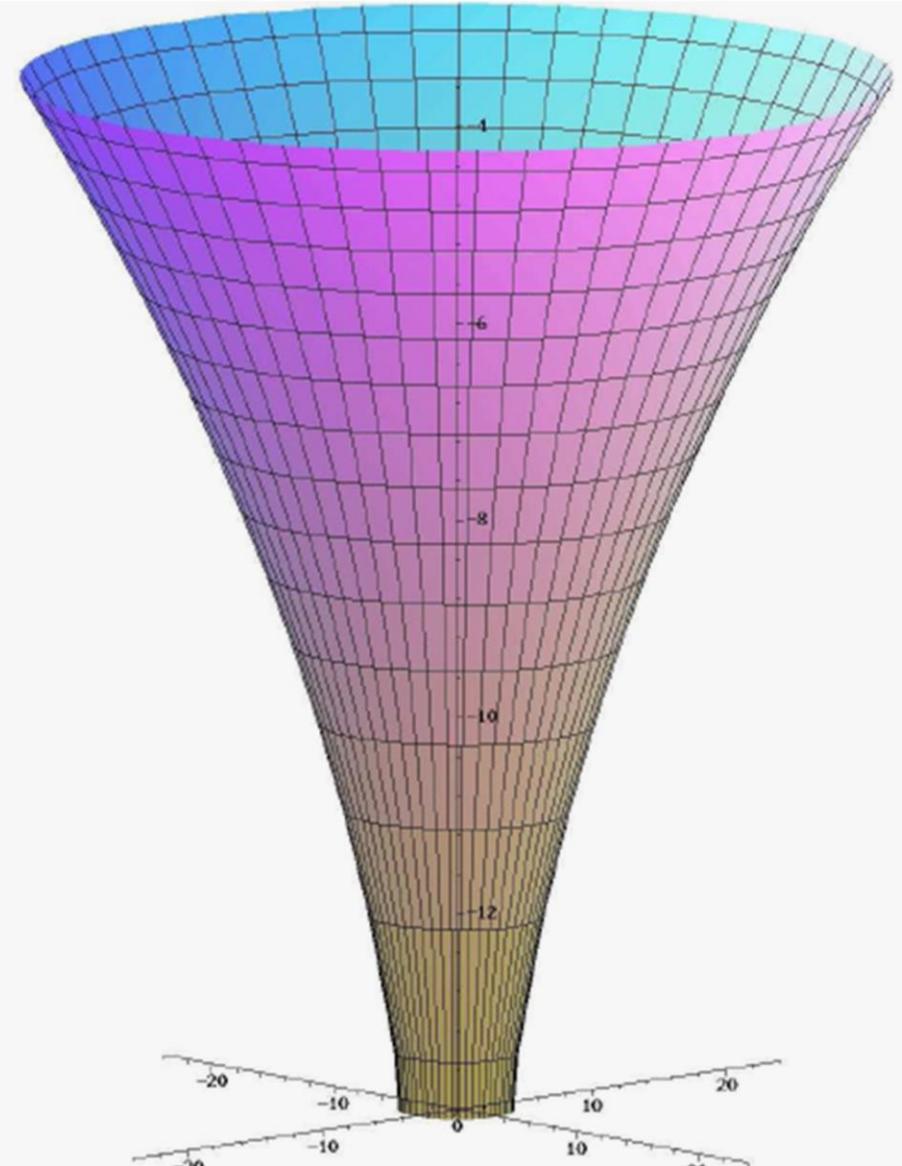
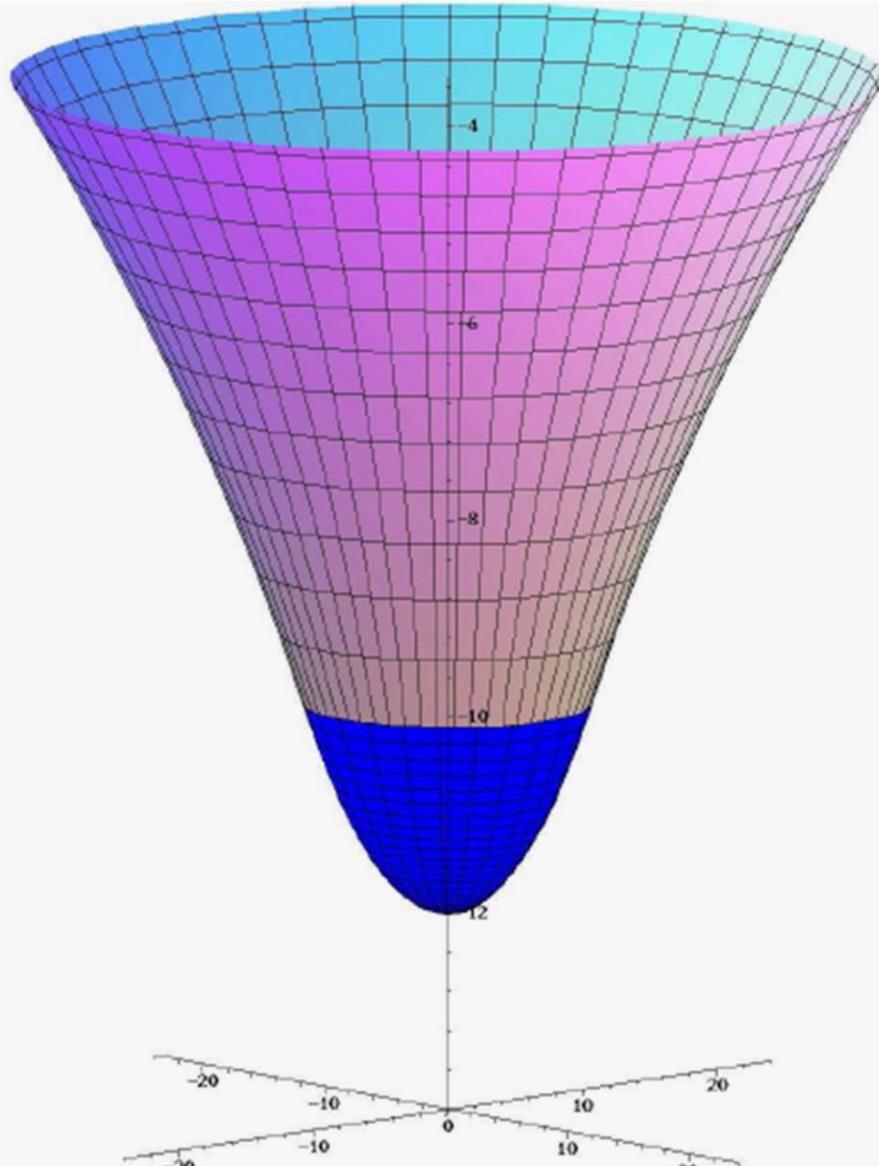


Unterschied:  
Bei Neutronenstern Kollisionen  
gibt es meistens eine  
**Post-Kollisionsphase**

# Raumzeit - Krümmung

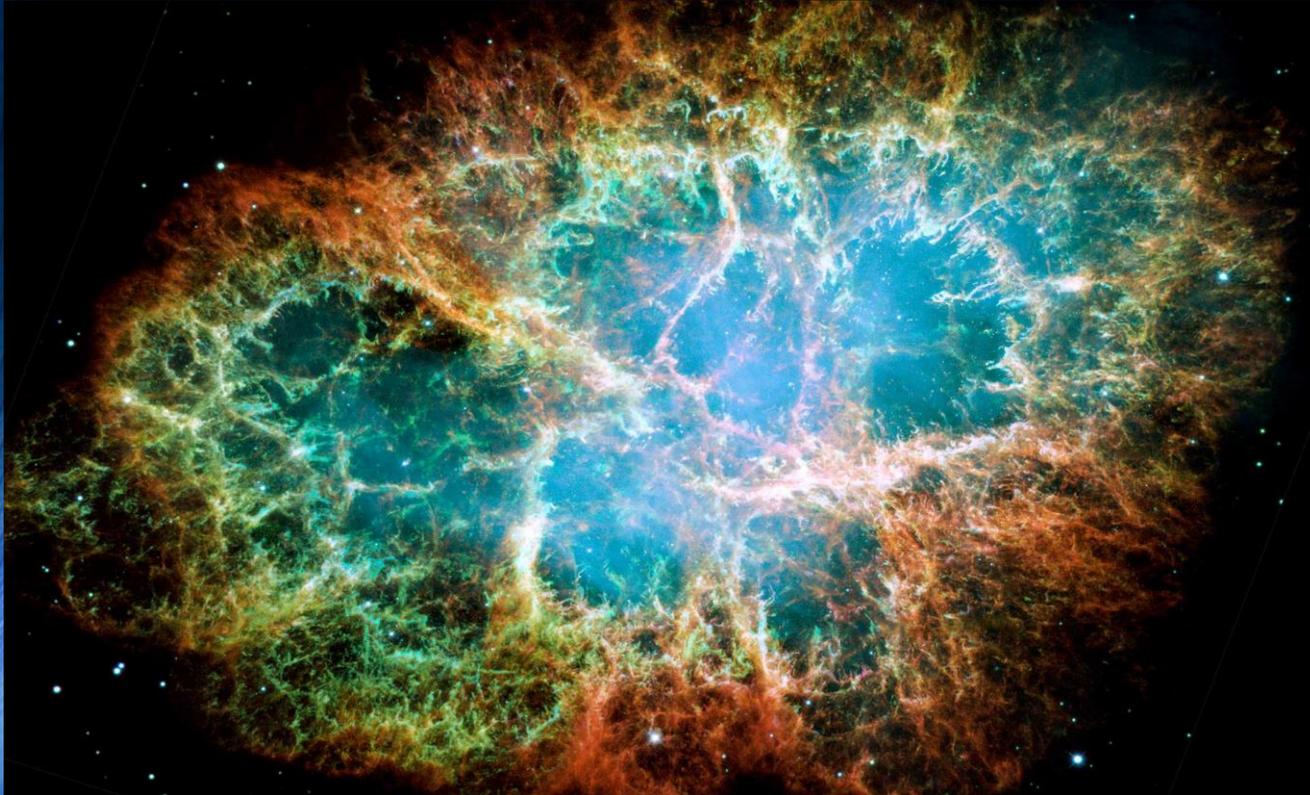
Neutronenstern

Schwarzes Loch



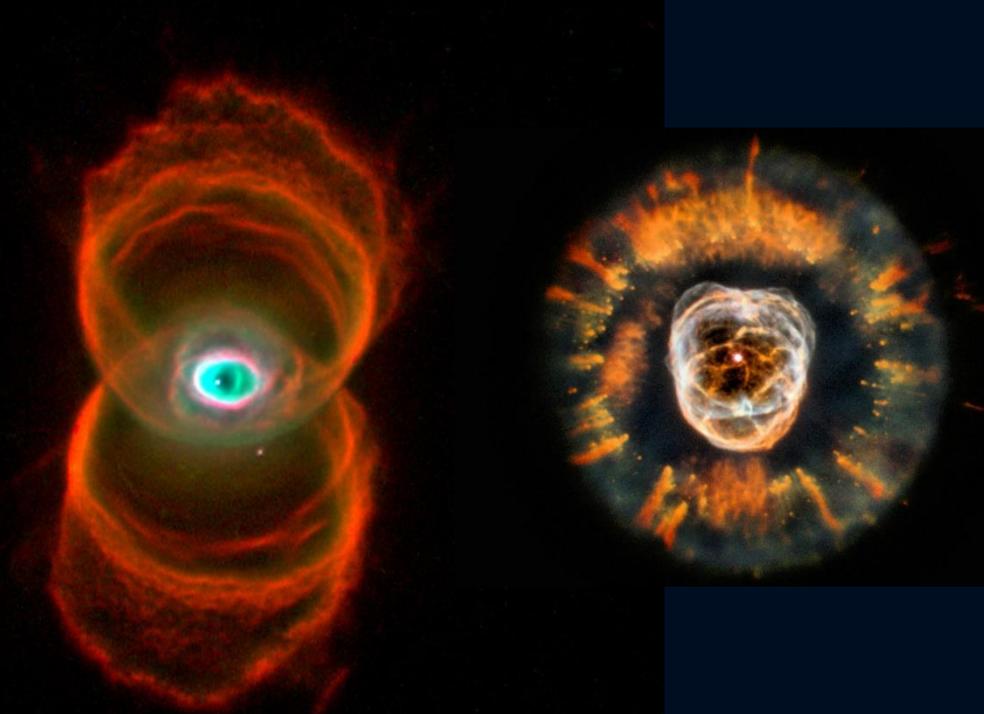
# Was sind Neutronensterne?

Neutronensterne entstehen in einer Supernova Explosion.  
Sonnensysteme, die mindestens 8-mal schwerer als unsere Sonne sind explodieren  
am Ende ihrer Lebenszeit in einer Supernova Explosion –  
im Zentrum bleibt ein Neutronenstern oder ein schwarzes Loch zurück.



Supernova Explosion, Krabben-Nebel

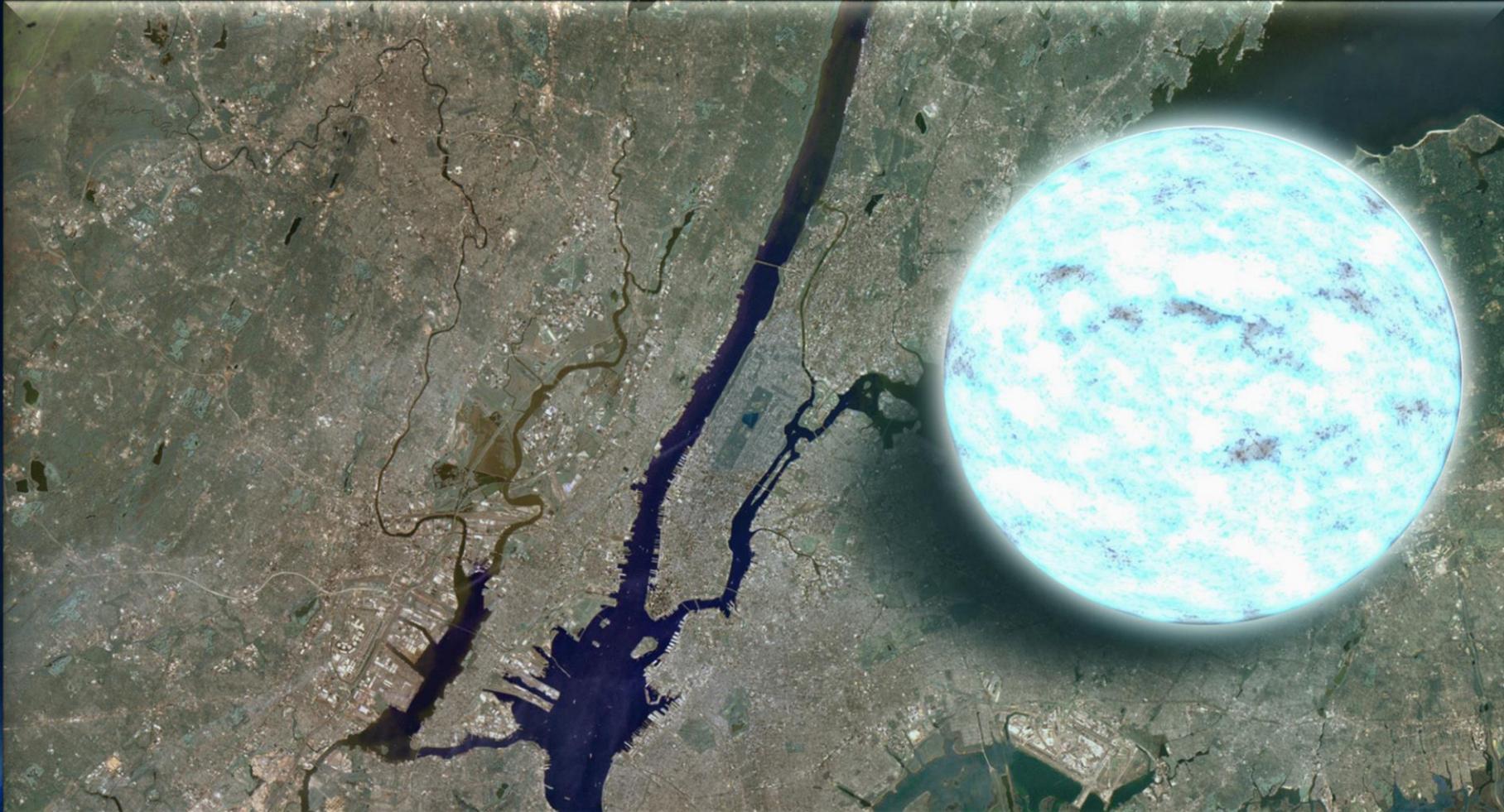
Zwei planetarische Nebel  
Endstadium leichter Sonnen (weißer Zwerg)



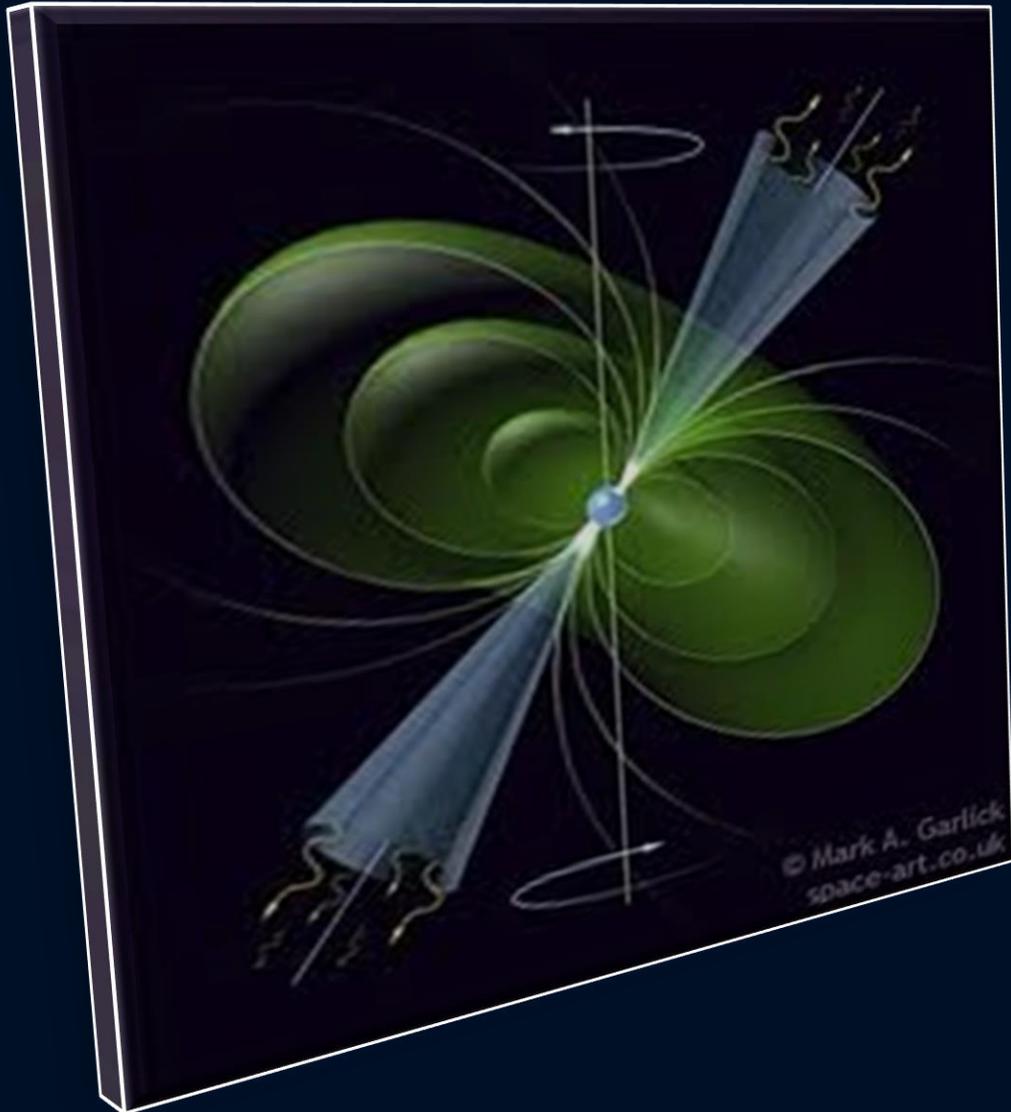
# Neutronensterne: Sehr klein und sehr schwer

Radius  $\sim 10$  km, Masse  $\sim 1$ -2 Sonnenmassen

Riesige Magnetfelder  $\sim 10^{11}$  Tesla, schnell rotierend (bis zu 716 Hz)



# Pulsare := Rotierende Neutronensterne mit starkem Magnetfeld



In den letzten 50 Jahren konnten mittels Radioteleskopen ca. 3000 rotierende Neutronensterne (Pulsare) gefunden werden.

Der erste Pulsar wurde im Jahre 1967 entdeckt (PSR 1919+21, Bell)

Man unterscheidet Sekundenpulsare und Millisekunden-Pulsare



PSR B0329+54 (0.715 s)



PSR B0531+21 (33.5 ms)



PSR B1937+21 (1.56 ms)

# Binäre Neutronenstern Systeme

Zurzeit kennt man ca. 25  
binäre Neutronenstern Systeme

Beispiel:

Der **Double Pulsar**

(PSR J0737-3039A/B):

Entdeckt im Jahre 2003

Eccentricity: 0.088

Pulsar A:  $P=23$  ms,  $M=1.3381(7)$

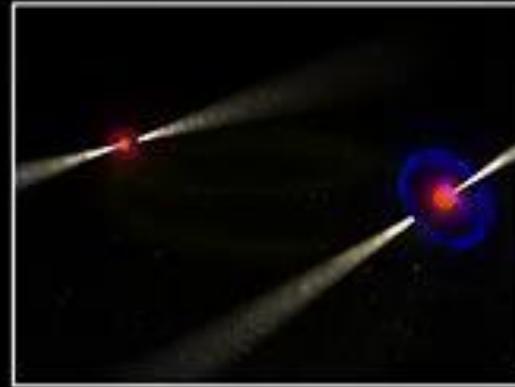
Pulsar B:  $P=2.7$  s,  $M=1.2489(7)$

Abstand zwischen den Sternen nur  
800,000 km

Orbitale Periode: 147 Minuten

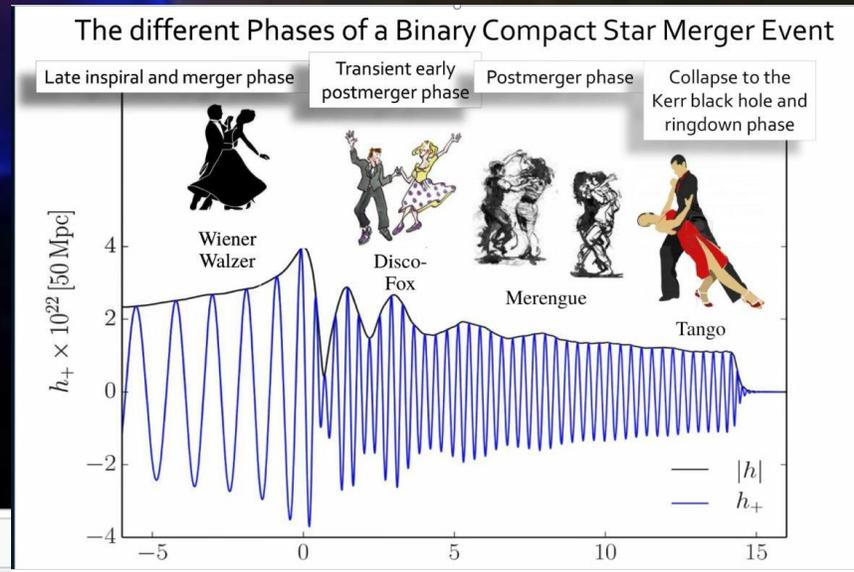
Abstand verkleinert sich langsam  
aufgrund der Abstrahlung von  
Gravitationswellen

Die beiden Neutronensterne  
werden erst in 85 Millionen  
Jahren kollidieren





# Wiener Walzer

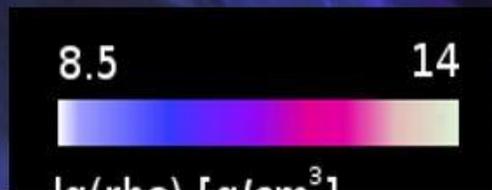


# Simulation einer Neutronenstern Kollision

Credits: [Cosima Bren](#), [David Radice](#) und [Luciano Rezzolla](#)

Dichte der Neutronenstern-  
Materie

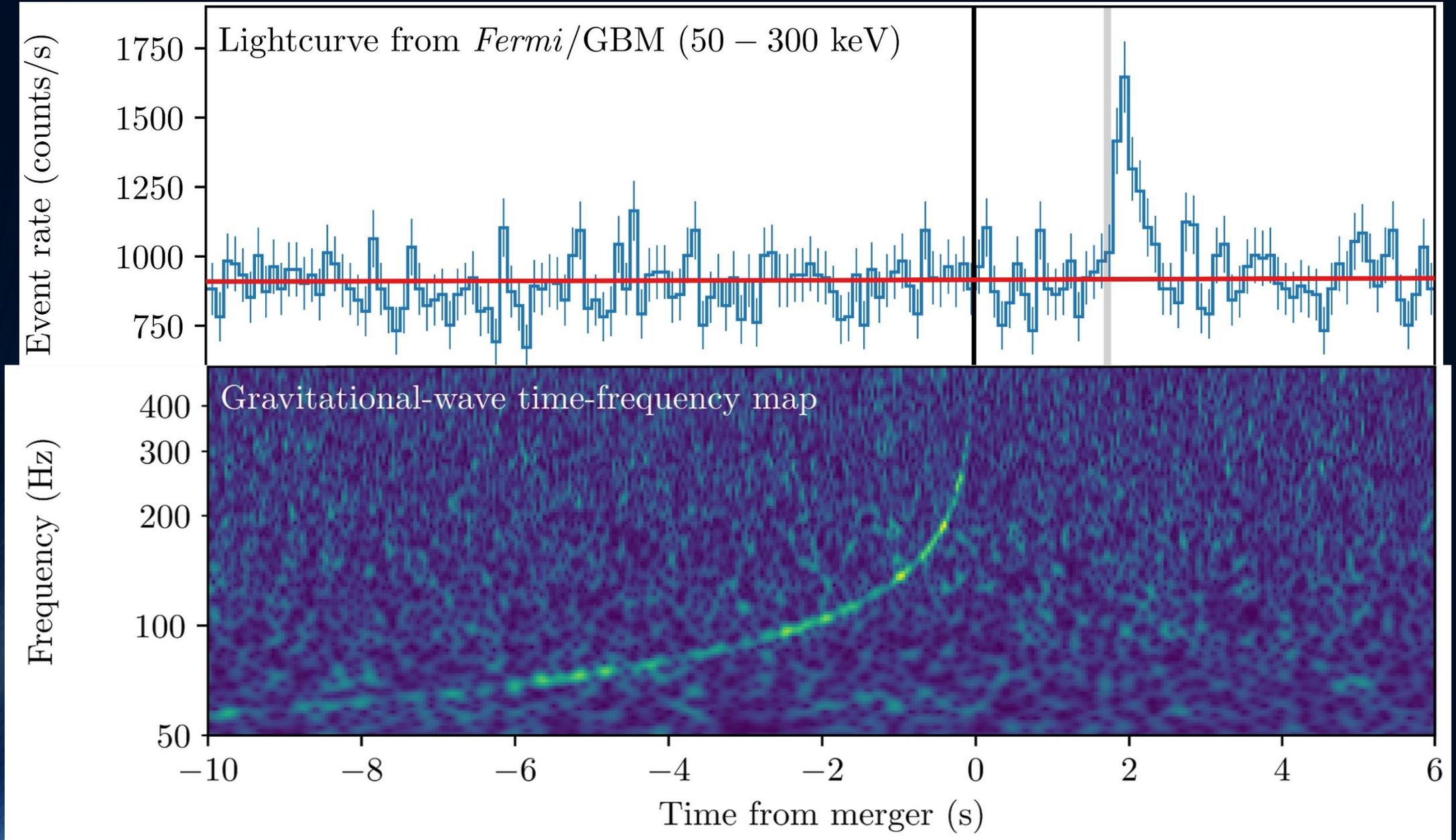
Temperatur der Neutronenstern  
Materie



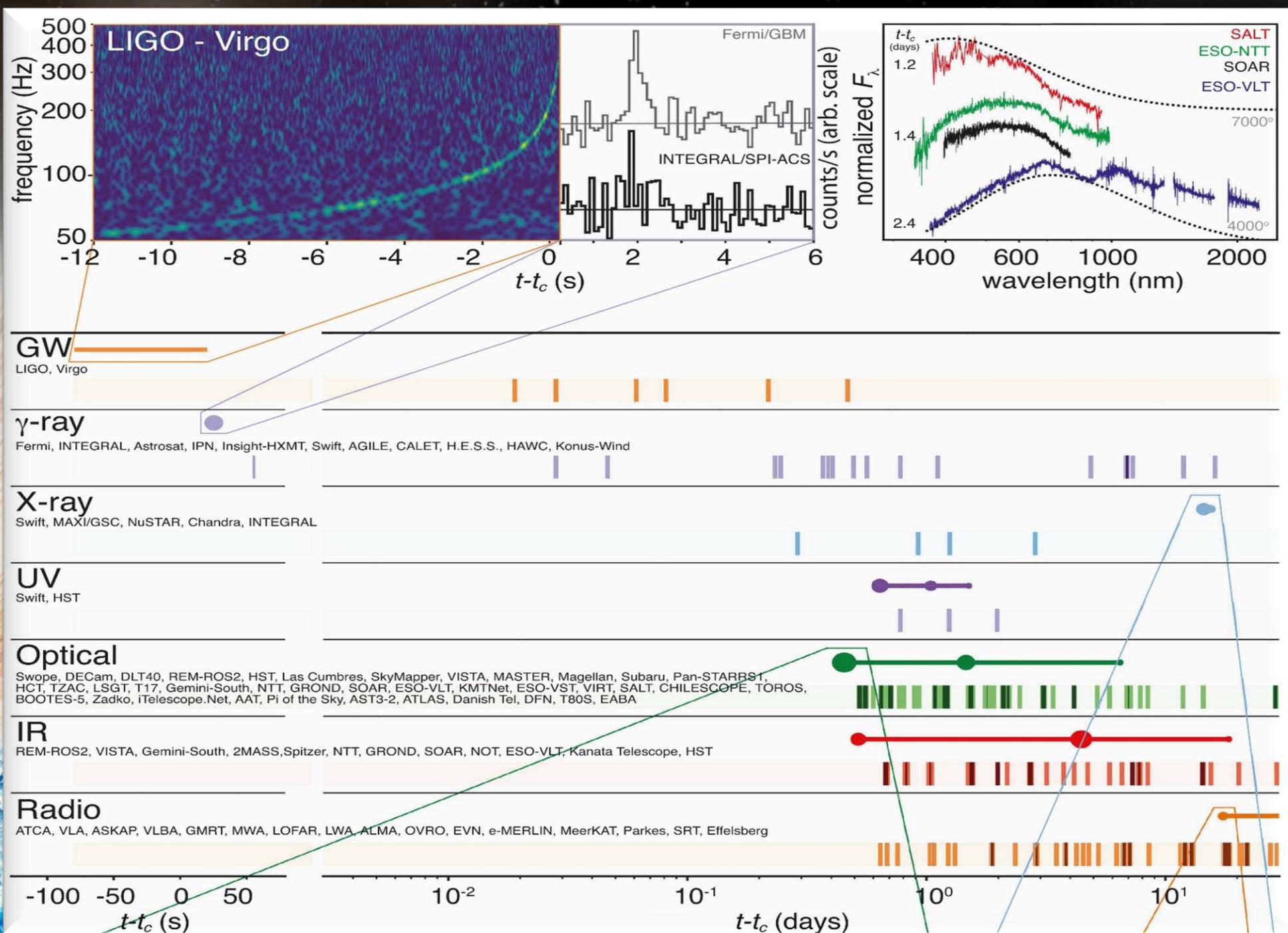
# The long-awaited event GW170817

	Low-spin priors ( $ \chi  \leq 0.05$ )	High-spin priors ( $ \chi  \leq 0.89$ )
Primary mass $m_1$	1.36–1.60 $M_\odot$	1.36–2.26 $M_\odot$
Secondary mass $m_2$	1.17–1.36 $M_\odot$	0.86–1.36 $M_\odot$
Chirp mass $\mathcal{M}$	1.188 $^{+0.004}_{-0.002}$ $M_\odot$	1.188 $^{+0.004}_{-0.002}$ $M_\odot$
Mass ratio $m_2/m_1$	0.7–1.0	0.4–1.0
Total mass $m_{\text{tot}}$	2.74 $^{+0.04}_{-0.01}$ $M_\odot$	2.82 $^{+0.47}_{-0.09}$ $M_\odot$
Radiated energy $E_{\text{rad}}$	$> 0.025 M_\odot c^2$	$> 0.025 M_\odot c^2$
Luminosity distance $D_L$	40 $^{+8}_{-14}$ Mpc	40 $^{+8}_{-14}$ Mpc
Viewing angle $\Theta$	$\leq 56^\circ$	$\leq 56^\circ$
Using NGC 4993 location	$\leq 28^\circ$	$\leq 28^\circ$
Combined dimensionless tidal deformability $\tilde{\Lambda}$	$\leq 800$	$\leq 700$
Dimensionless tidal deformability $\Lambda(1.4M_\odot)$	$\leq 800$	$\leq 1400$

# Gravitational Wave GW170817 and Gamma-Ray Emission GRB170817A

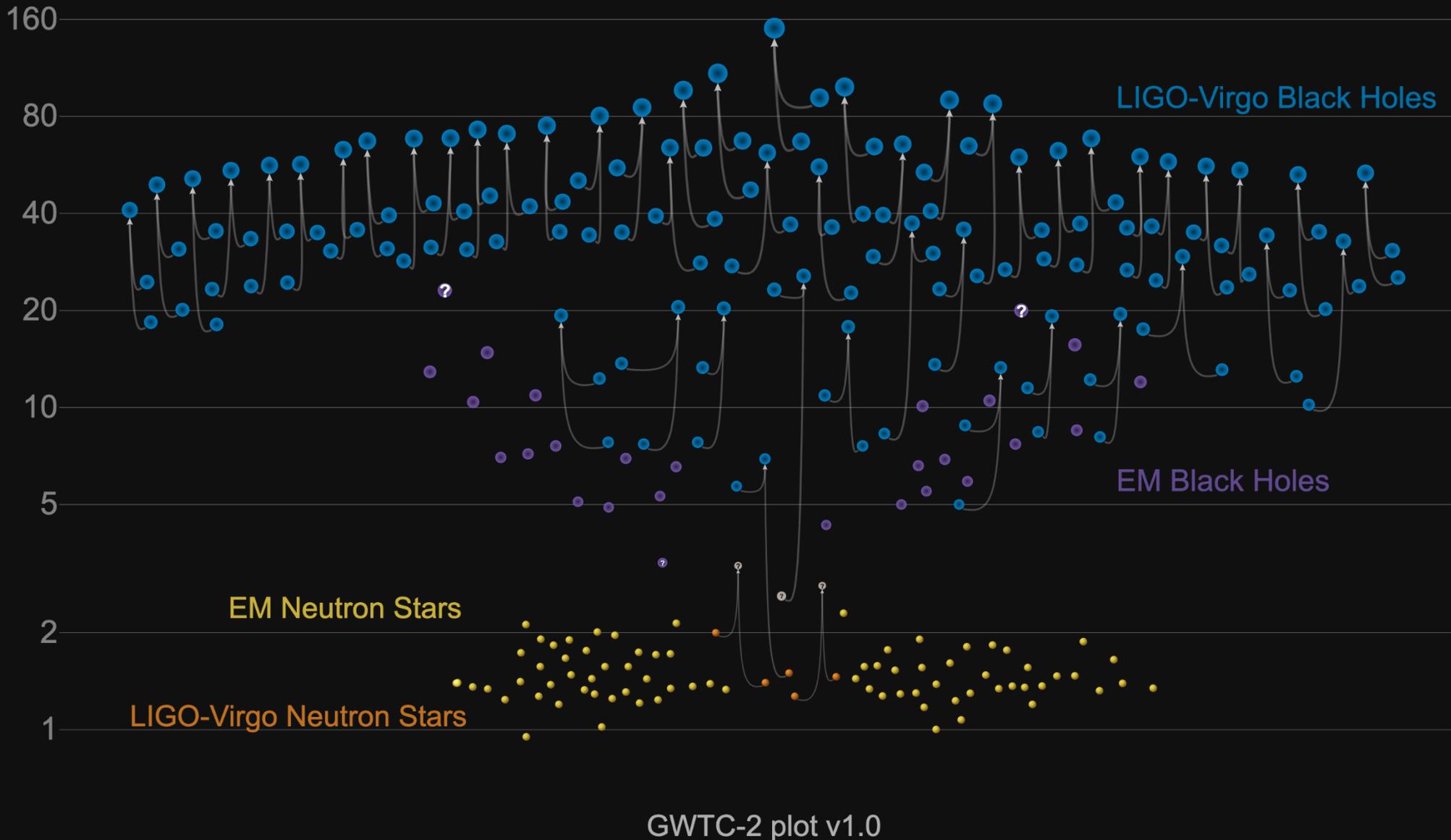


# GW170817



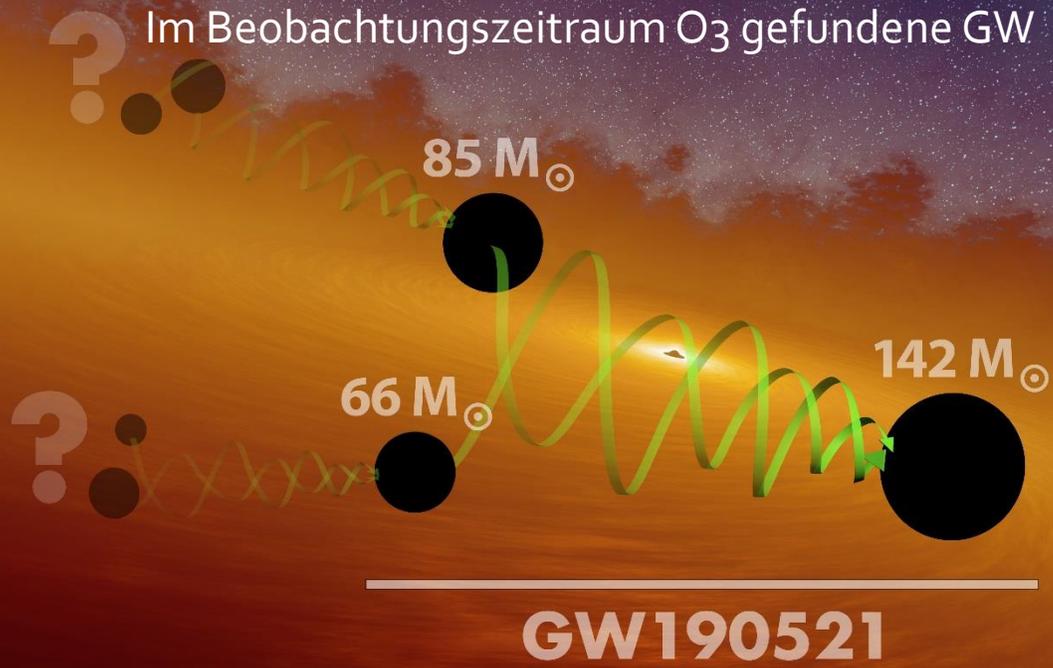
# Masses in the Stellar Graveyard

*in Solar Masses*

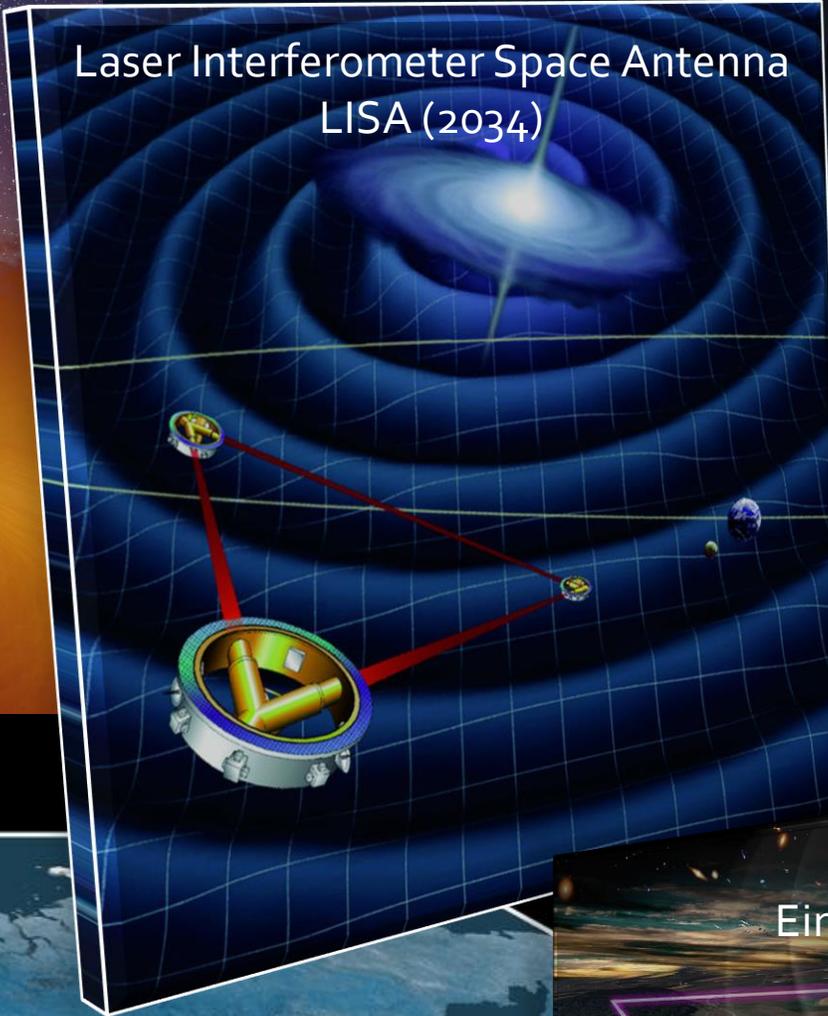


Am 28. Oktober 2020 gaben die LIGO Scientific Collaboration und die Virgo Collaboration die Ergebnisse ihrer Suche nach Gravitationswellen aus kollidierenden kompakten Objekten in der ersten Hälfte ihres dritten Beobachtungslaufs (O3a) vom 1. 04.2019 bis 1.10.2019 bekannt. 39 Ereignisse wurden hier gemeldet. Zusammen mit den 11 Ereignissen im ersten Gravitationswellen-Transientenkatalog (GWTC-1), erhöht sich die Gesamtzahl der gemeldeten LIGO / Virgo-Gravitationswellen-Ereignissen auf 50.

Im Beobachtungszeitraum O<sub>3</sub> gefundene GW



Laser Interferometer Space Antenna  
LISA (2034)



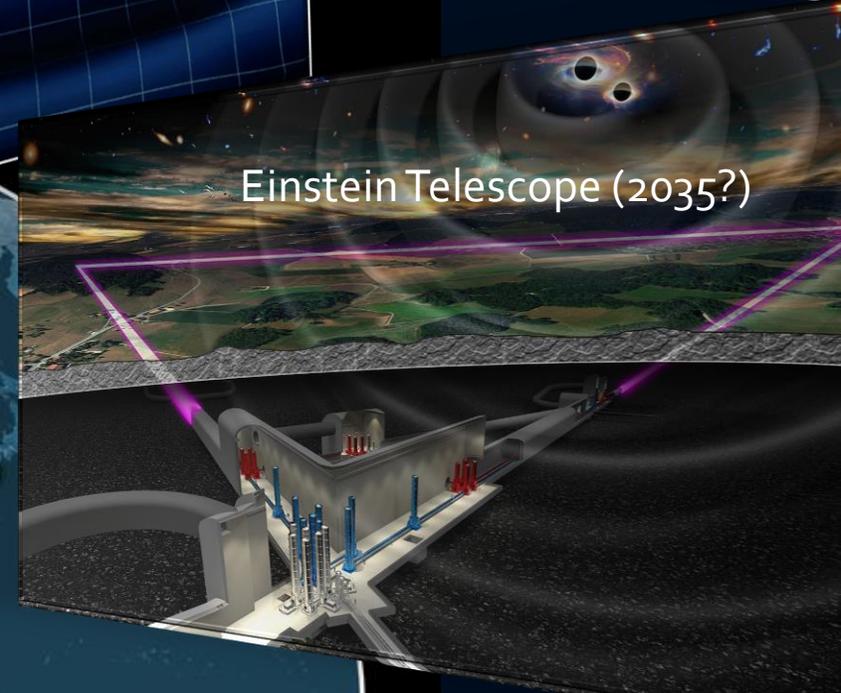
Cosmic Explorer (2035?)



The next observing runs (O<sub>4</sub>, O<sub>5</sub>, ..)



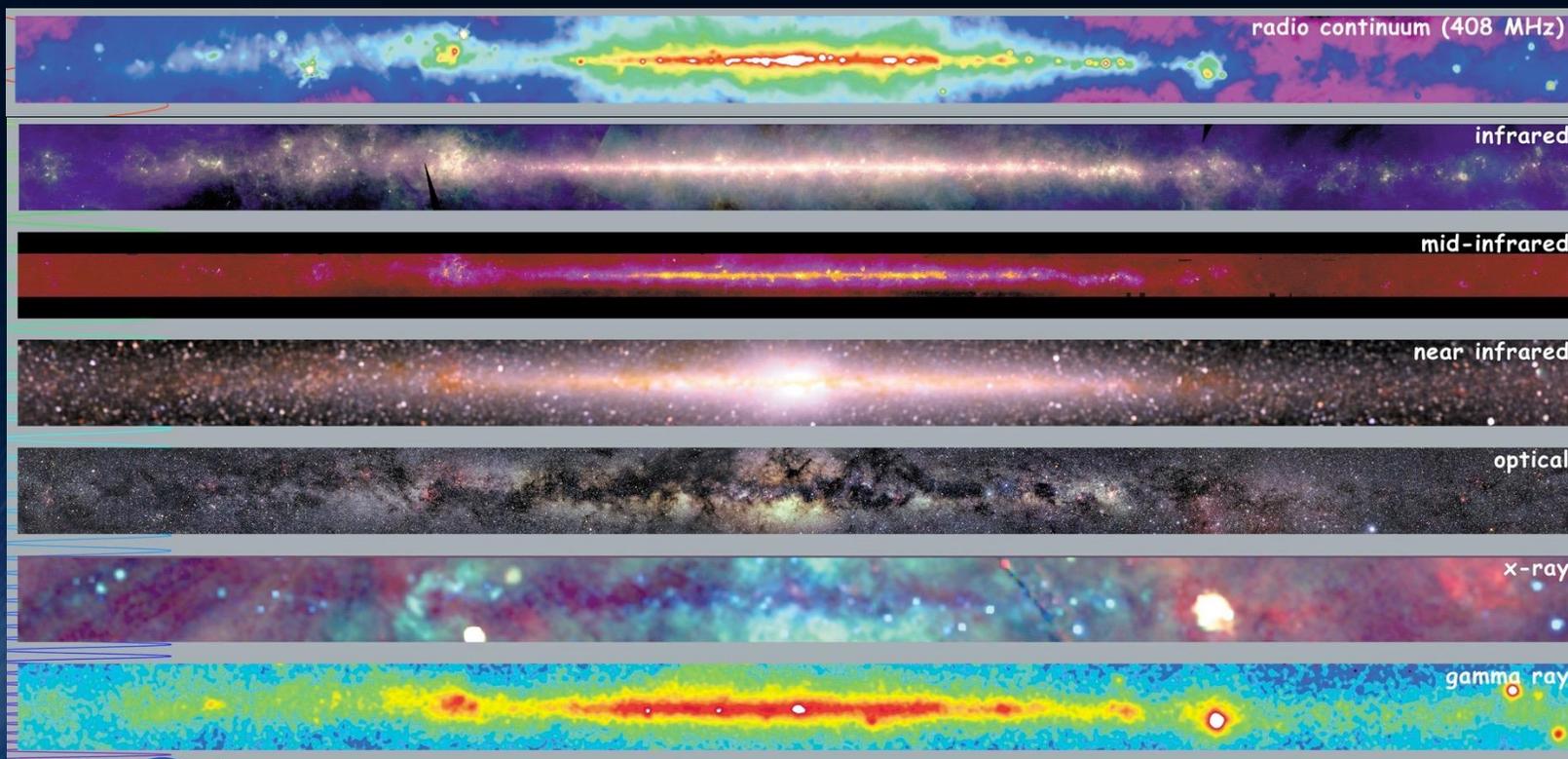
Einstein Telescope (2035?)



# Die neue Art unser Universum zu betrachten

Lange Zeit über war das Studium von astrophysikalischen Vorgängen auf den mit den Augen sichtbaren Bereich limitiert und optische Teleskope entwickelten sich erst ab dem 16. Jahrhundert. Die Wahrnehmung des Universums in den anderen Frequenzbereichen der elektromagnetischen Strahlung wurde durch die Radio, Infrared and X-ray telescopes möglich und entwickelte sich erst im 20. Jahrhundert.

GSFC/NASA



Radio

w-IR

m-IR

n-IR

Optisch

Röntgen

Gamma

Gravitations-  
wellen

Erkenntnisse mittels  
elektromagnetische Strahlung

Es ist so als ob die Menschheit eine neue wundersame Brille hat, ein neues Sinnesorgan, mit welchem sie nun zuvor unbeobachtbare Ereignisse in unserem Universum wahrnehmen kann.

# Vorlesung „Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer“

ART mit dem Computer (Online) von Dr.phil.nat.Dr.rer.pol. Matthias Hanauske

Nächster Zoom Link am 16.04.2021, 15.00-17.00 Uhr:  
ID: 794 847 5614, PWD: 785453

Die Vorlesungen

Teil I

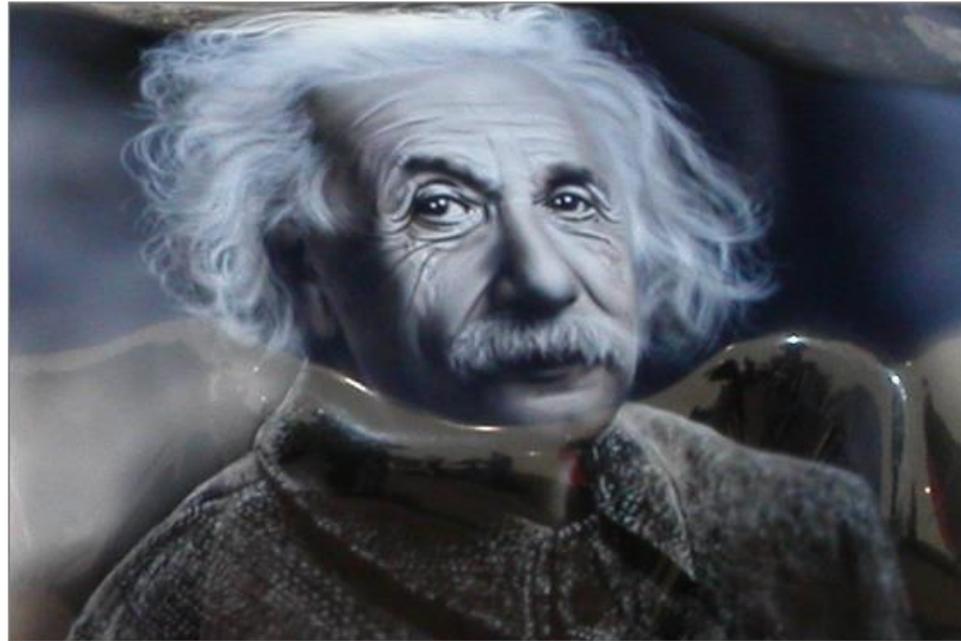
Teil II

Teil III

E-Learning

## Vorwort

Die Vorlesung *Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer* wurde im Sommersemester 2016 das erste Mal gehalten und viele der auf dieser Hauptseite erreichbaren Internetseiten basieren grundsätzlich auf dem damals erstellten Kurs. In der Vorlesung werden die mathematisch anspruchsvollen Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) in diversen Programmierumgebungen analysiert. Im ersten Teil des Kurses erlernen die Studierenden die Verwendung von Computeralgebra-Systemen (Python Jupyter Notebooks, Maple und Mathematica). Die oft komplizierten und zeitaufwendigen Berechnungen der tensoriellen Gleichungen der ART können mithilfe dieser Programme erleichtert werden. Diverse Anwendungen der Einstein- und Godel'schen Gleichungen sind in Jupyter Notebooks (siehe [Online-Seminar](#)) als interaktive Programmierumgebungen angeführt und



## Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer (General Theory of Relativity on the Computer) Vorlesung SS 2021

**Aufgrund der andauernden Corona-Krise findet die Vorlesung und die Übungstermine auch in diesem Semester nur Online statt!**

Diese Internetseite fasst die Online-Angebote der Vorlesung *Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer* zusammen. Auf der linken Seite finden Sie die einzelnen Vorlesungsaufzeichnungen (Videos), Vorlesungspräsentationen (pdf-Dateien) und weiterführende Links. Die Vorlesungstermine (Zoom Meetings, synchrones Lehrangebot) finden jeweils freitags von 15.00-17.00 Uhr statt. Die Termine der Online-Übungen (ca. 1.5 Stunden pro Woche) werden in der ersten Vorlesungseinheit gemeinsam festgelegt. Alle Lehrangebote werden mittel der Zoom Meeting Software gemacht und die jeweiligen Zoom-Links sind in der rechten oberen Ecke dieser Internetseite angegeben. Die Inhalte der Vorlesung gliedern sich in drei Teile ([Teil I](#), [Teil II](#), [Teil III](#)), die Sie in der zweiten oberen Spalte einsehen können. Weiteres Zusatzmaterial und diverse Online-Aufgaben sind über die Online-Lernplattformen [OLAT](#) und [Lon Capa](#) erhältlich (siehe [E-Learning](#)). Der Schwerpunkt der gesamten interaktiven Vorlesung liegt sowohl auf der Allgemeinen Relativitätstheorie als auch auf der Vermittlung

<http://itp.uni-frankfurt/~hanauske/VARTC/>