Neue Entwicklungen in der Evolutionären Spieltheorie

(Vorlesungsteil 7)

Vorlesung im Rahmen des
Deutsch-Französischen Dozenten-Austauschprogramms „*Minerve*“

Dr. Matthias Hanauske
Institut für Wirtschaftsinformatik
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt am Main

Lyon, 25.November 2009

Inhaltsübersicht der gesamten Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
2. Grundlagen der evolutionären Spieltheorie
3. Neue Entwicklungen in der evolutionären Spieltheorie

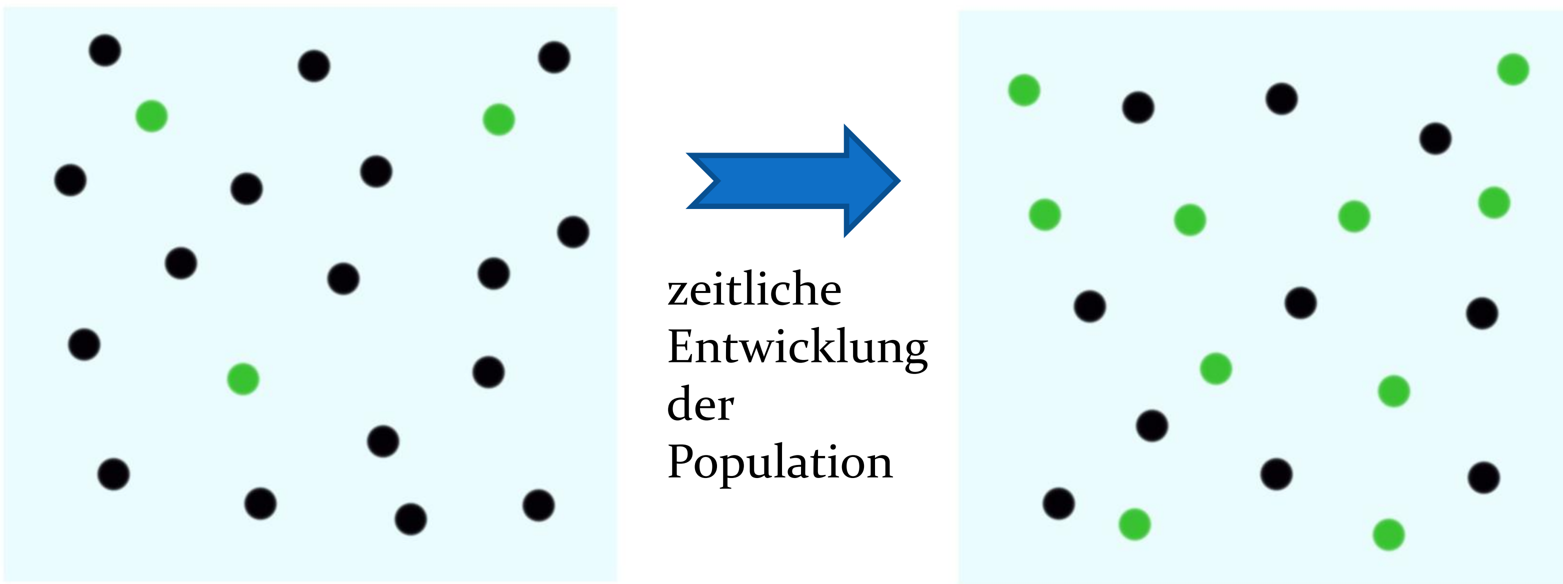
Inhaltsübersicht der vorigen sechs Teile der Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Mathematische Grundlagen (Teil 1)
   c) Definition eines Spiels in Normalform mit Auszahlung
   d) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
   e) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien
   f) Reine und gemischte Strategien
   g) Mathematische Grundlagen (Teil 2)
   h) Dominante Strategien und Nash Gleichgewichte
   i) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
   j) Mathematische Grundlagen (Teil 3)
   k) Symmetrische und unsymmetrische Spiele
   l) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
   m) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien
   n) Weitere Konzepte der Spieltheorie
2. Evolutionäre Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Evolutionär stabile Strategien
   c) Mathematische Grundlagen (Teil 4)
   d) Die Replikatordynamik
   e) Beispiel: Symmetrische (2x2)-Spiele
   f) Theorie und Experiment
   g) Mathematische Grundlagen (Teil 5)
   h) Anwendungsfelder der evolutionären Spieltheorie
   i) Beispiel: Symmetrische (2x3)-Spiele
   j) Beispiel: Unsymmetrische (2x2)-Spiele (Bimatrix-Spiele)
3. Neue Entwicklungen in der evolutionären Spieltheorie
   a) Spieltheorie auf komplexen Netzwerken
      a. Theorie der komplexen Netzwerke
      b. Eigenschaften von komplexen Netzwerken
      c. Spieltheorie auf komplexen Netzwerken
      d. Beispiele und Anwendungsfelder
   b) Quantenspieltheorie
      a. Motivation
      b. Einführung in die Quantentheorie
      c. Konzepte der Quantenspieltheorie

+ Probeklausur

Wiederholung: Evolutionäre Spieltheorie (I)

Die evolutionäre Spieltheorie betrachtet die zeitliche Entwicklung des strategischen Verhaltens einer gesamten Spielerpopulation.

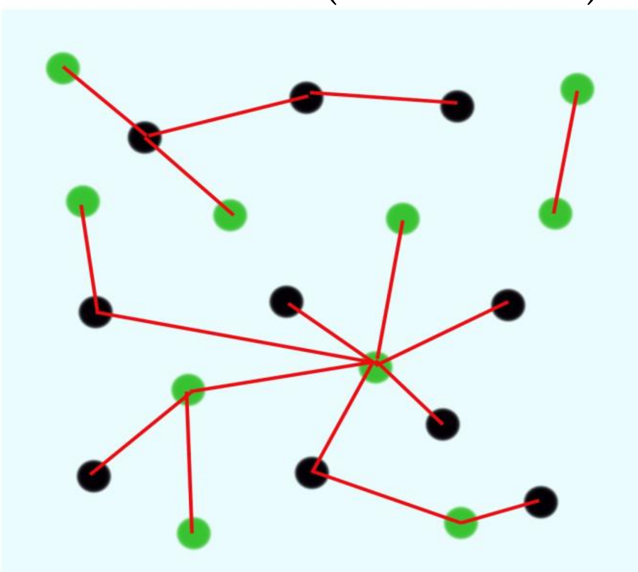


$x(0)=0.15$ $\qquad$ $x(10)=0.5$

Mögliche Strategien: (grün , schwarz), Parameter t stellt die „Zeit“ dar.
x(t) : Anteil der Spieler, die im Zeitpunkt t die Strategie „grün“ spielen.

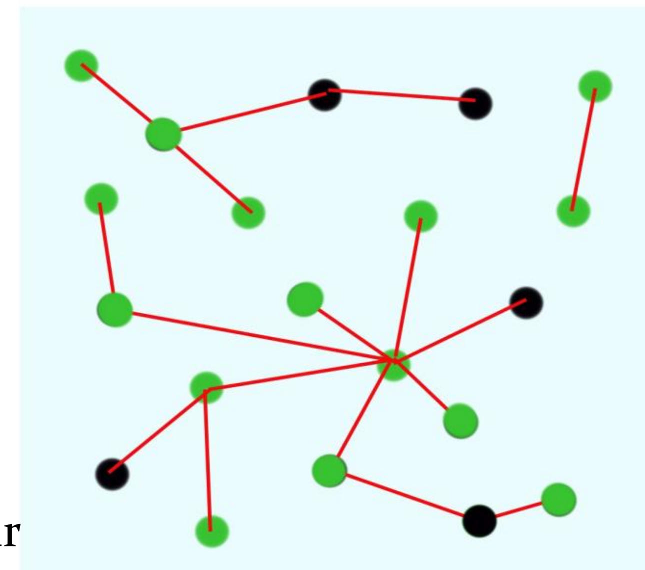
Wiederholung: Evolutionäre Spieltheorie auf komplexen Netzwerken

Viele in der Realität vorkommende evolutionäre Spiele werden auf einer definierten Netzwerkstruktur (Topologie) gespielt. Die Spieler der betrachteten Population sind hierbei nicht gleichwertig, sondern wählen als Spielpartner nur mit ihnen durch das Netzwerk verlinkte (verbundene) Partner aus.



x(0)=0.5

zeitliche Entwicklung der Population auf vorgegebener Netzwerkstruktur



x(10)=0.75

Mögliche Strategien: (grün , schwarz), Parameter t stellt die „Zeit“ dar.
x(t) : Anteil der Spieler, die im Zeitpunkt t die Strategie „grün“ spielen.
Die roten Verbindungslinien beschreiben die möglichen Spielpartner des Spielers

Wiederholung: Quantenspieltheorie

Motivation

- Wiederspruch zwischen Experiment und Theorie (siehe Gefangenendilemma, Öffentliches Gut Spiel, Etablierung von Open-Access in einigen wissenschaftlichen Communities, …)
- Der menschliche Entscheidungsprozess hängt von den Denkrichtungen der einzelnen Spieler ab. Die einzelnen Denkwege können durch kulturelle und moralische Normen des zugrundeliegenden sozialen Netzwerks beeinflusst sein.
- Adam Smith's classical concept of **Fellow-Feeling:**

…The notion of entanglement is perhaps most clearly expressed in terms of Adam Smith's classical concept of sympathy or 'fellow feeling' which is a cornerstone of Smith's understanding of individual behavior. In his Theory of Moral Sentiments (1759) Smith claims that there is a general tendency for fellow-feeling among human beings, whereas the strength of fellow-feeling is greater the more closely related the individuals are. For example, there tends to be more fellow-feeling between friends than between acquaintances, and more between close relatives than between distant ones….

In: **Fellow-Feeling and Cooperation**
(A quantum game theory-based analysis of a prisoner's dilemma experiment),
Matthias Hanauske and Sebastian Schäfer

Wiederholung: Quantenspieltheorie

Das Doppelspaltexperiment

Welle-Teilchen-Dualismus: 1961 wurde das Doppelspaltexperiment mit Elektronen durch Claus Jönsson durchgeführt und im September 2002 in einer Umfrage der englischen physikalischen Gesellschaft in der Zeitschrift 'Physics World' zum schönsten physikalischen Experiment aller Zeiten gewählt.

Das Doppelspaltexperiment

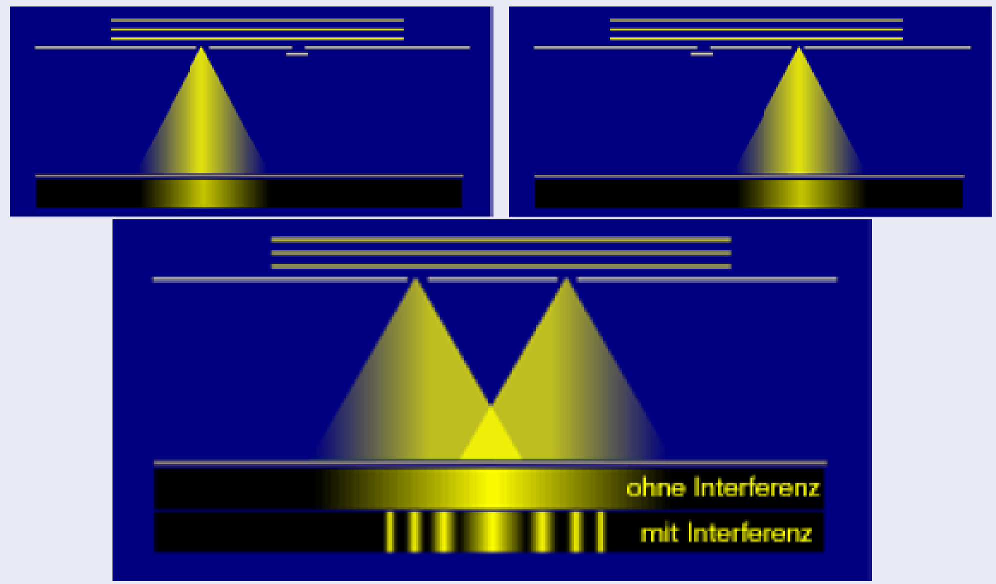


Figure: Beim Doppelspaltexperiment offenbaren Teilchen ihre Welleneigenschaften. Quelle: Michael Craiss

Wiederholung: Quantenspieltheorie

Der Zustand ψ

Das Doppelspaltexperiment und viele weitere Quantenmechanische Experimente konnten nur mithilfe einer vollkommen neuen physikalischen Beschreibung erklärt werden. Ein Grundkonzept der entwickelten Quantentheorie ist die Definition des Zustandes mittels einer mathematisch sehr komplizierten komplexwertigen Funktion ψ. Die nebenstehende Abbildung visualisiert den Zustand eines Elektrons im Wasserstoffatom. Der Zustand ψ des Elektrons ist zwar unbeobachtbar, kann jedoch als eine Art von Aufenthaltswarscheinlichkeit interpretiert werden.

Beispiel: Das Wasserstoffatom

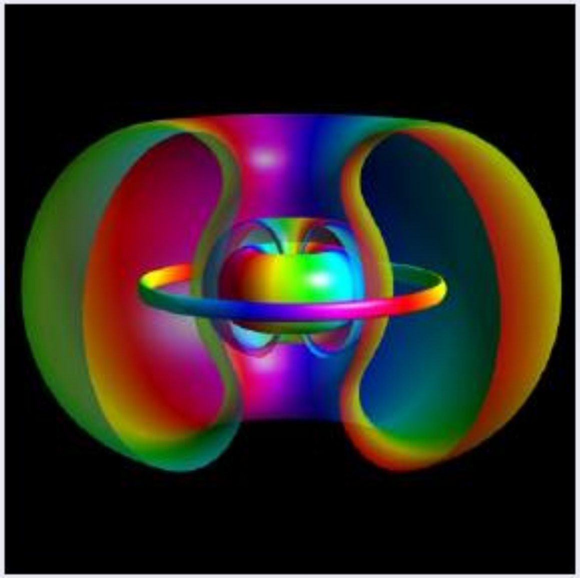


Figure: Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons im Wasserstoffatom (n=4,l=2,m=2). Quelle: Bernd Thaller, Visual Quantum Mechanics

Grundkonzepte der Quantenspieltheorie

- Mathematische Erweiterung des Strategien-Raumes (Entscheidungsraum der Spieler). Der Raum aller denkbaren Entscheidungswege wird vom rein reellen, messbaren Raum in den Raum der komplexen Zahlen (reelle und imaginäre Zahlen) ausgedehnt.
- Einbeziehung einer möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien.
- Der Entscheidungszustand ψ ist nicht direkt messbar (beobachtbar)! Das Treffen der Entscheidung stellt einen Kollaps des Entscheidungszustandes in den reell wertigen messbaren Raum dar (Quantenmechanischer Messprozess)

Inhaltsübersicht des letzten Teils der Vorlesung

+ Besprechung der **Probeklausur**

Inhaltsübersicht des letzten Teils der Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Mathematische Grundlagen (Teil 1)
   c) Definition eines Spiels in Normalform mit Auszahlung
   d) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
   e) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien
   f) Reine und gemischte Strategien
   g) Mathematische Grundlagen (Teil 2)
   h) Dominante Strategien und Nash Gleichgewichte
   i) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
   j) Mathematische Grundlagen (Teil 3)
   k) Symmetrische und unsymmetrische Spiele
   l) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
   m) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien
   n) Weitere Konzepte der Spieltheorie
2. Evolutionäre Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Evolutionär stabile Strategien
   c) Mathematische Grundlagen (Teil 4)
   d) Die Replikatordynamik
   e) Beispiel: Symmetrische (2x2)-Spiele
   f) Theorie und Experiment
   g) Mathematische Grundlagen (Teil 5)
   h) Anwendungsfelder der evolutionären Spieltheorie
   i) Beispiel: Symmetrische (2x3)-Spiele
   j) Beispiel: Unsymmetrische (2x2)-Spiele (Bimatrix-Spiele)
3. Neue Entwicklungen in der evolutionären Spieltheorie
   a) Spieltheorie auf komplexen Netzwerken
      a. Theorie der komplexen Netzwerke
      b. Eigenschaften von komplexen Netzwerken
      c. Spieltheorie auf komplexen Netzwerken
      d. Beispiele und Anwendungsfelder
   b) **Quantenspieltheorie**
      a. Motivation
      b. Einführung in die Quantentheorie
      c. Konzepte der Quantenspieltheorie
      d. **Mathematische Grundlagen (Teil 6)**
      e. Das Gefangenendilemma im Formalismus der Quantenspieltheorie
      f. Anwendungsfelder der Quantenspieltheorie
      g. Evolutionäre Quantenspieltheorie

+ Besprechung der **Probeklausur**

Mathematische Grundlagen (Teil 6)
Die Zahlenmenge der komplexen Zahlen (I)

N : Menge der natürlichen Zahlen {1, 2, 3, 4, ...}

Z : Menge der ganzen Zahlen {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

Q : Menge der rationalen Zahlen alle möglichen Brüche, z.B. 1/4, 1/3, 12/123

R : Menge der reellen Zahlen alle möglichen Brüche und die Menge aller irrationaler Zahlen wie z.B. e oder π

C : Menge der komplexen Zahlen

(Alle reellen Zahlen und die Menge der imaginären Zahlen)

Imaginäre Zahlen:
Die Menge der imaginären Zahlen ist eine mathematische Erweiterung des reellen Zahlenraums in den Raum zwar denkbarer, aber nicht reell existenter Zahlen. Beispiel:

$$z_1 = 3 + 2 \cdot i \quad , \quad z_2 = 5 - i$$

$$\mathrm{Re}(z_1) = 3 \quad , \quad \mathrm{Re}(z_2) = 5$$

$$\mathrm{Im}(z_1) = 2 \quad , \quad \mathrm{Im}(z_2) = -1$$

Mathematatische Grundlagen (Teil 6)

Die Zahlenmenge der komplexen Zahlen (II)

Imaginäre Zahlen, Beispiel:

$$z_1 = 3 + 2 \cdot i \quad , \quad z_2 = 5 - i$$
$$\mathrm{Re}(z_1) = 3 \quad , \quad \mathrm{Re}(z_2) = 5$$
$$\mathrm{Im}(z_1) = 2 \quad , \quad \mathrm{Im}(z_2) = -1$$

Obwohl die reellen Projektionen der einzelnen komplexwertigen Zahlen die imaginären Anteile nicht erkennen lassen, ist es möglich, dass bei einer Multiplikation zweier komplexwertigen Zahlen der imaginäre Anteil indirekt in Erscheinung tritt. Beispiel

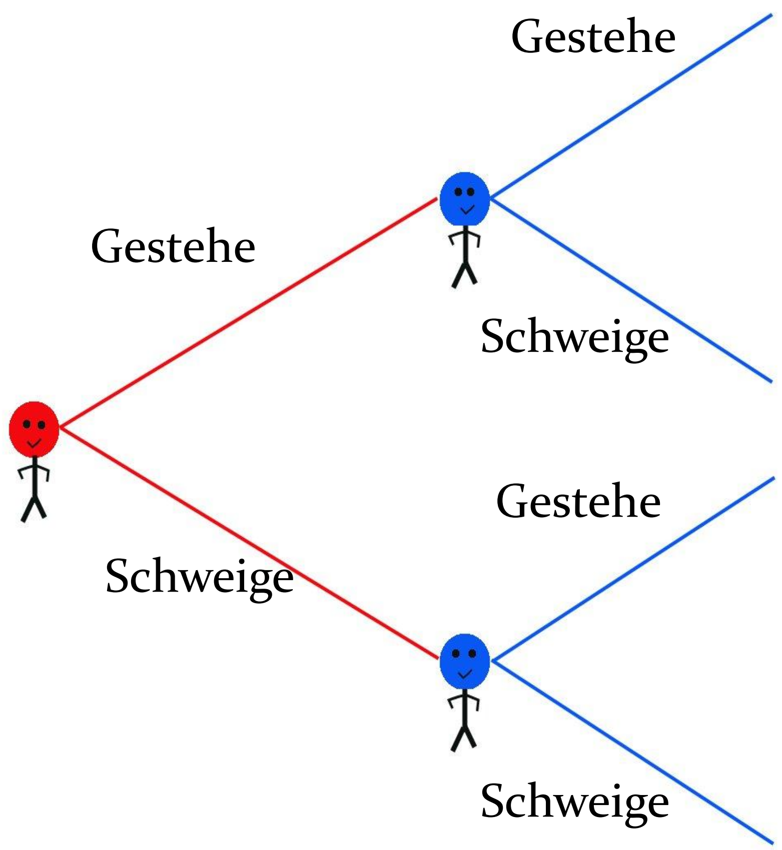
$$z_1 = 3 + 2 \cdot i \quad , \quad z_2 = 5 - i$$
$$z_1 \cdot z_2 = (3 + 2 \cdot i) \cdot (5 - i) = 3 \cdot 5 - 3 \cdot i + 10 \cdot i - 2 \cdot i \cdot i$$
$$= 15 + 7 \cdot i - 2 \cdot i \cdot i = 15 + 7 \cdot i + 2 = 17 + 7 \cdot i$$
$$\text{mit :} \quad i \cdot i = i^2 := -1 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{i} = -1$$

Inhaltsübersicht des letzten Teils der Vorlesung

+ Besprechung der **Probeklausur**

Das Gefangenendilemma

	G	S
G	(-7 , -7)	(-1 , -9)
S	(-9 , -1)	(-3 , -3)

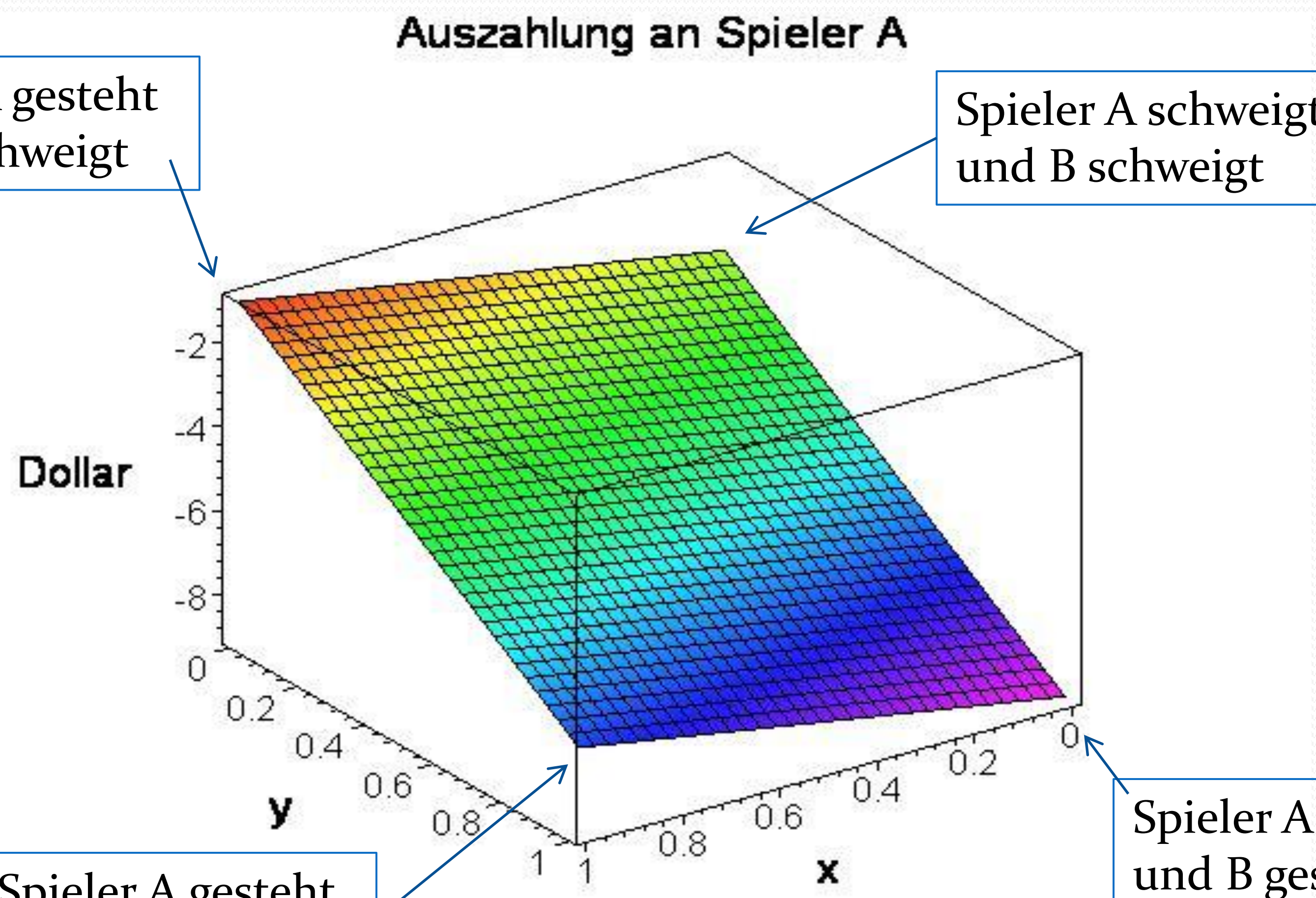


Bonnie und Clyde werden nach einem missglückten Banküberfall geschnappt und in verschiedenen Zellen untergebracht. Wenn beide schweigen kann der Staatsanwalt sie nur wegen verbotenen Waffenbesitzes für drei Jahre hinter Gitter bringen. Verrät jedoch einer den anderen, dann bekommt der Geständige als Zeuge der Anklage nur für ein Jahr hinter Gitter – der Nichtgeständige muss dann aber für neun Jahre ins Gefängnis. Gestehen beide, so müssen sie sieben Jahre absitzen.

Auszahlungsfunktion des Spielers A in klassischen gemischten Strategien

Spieler A gesteht und B schweigt

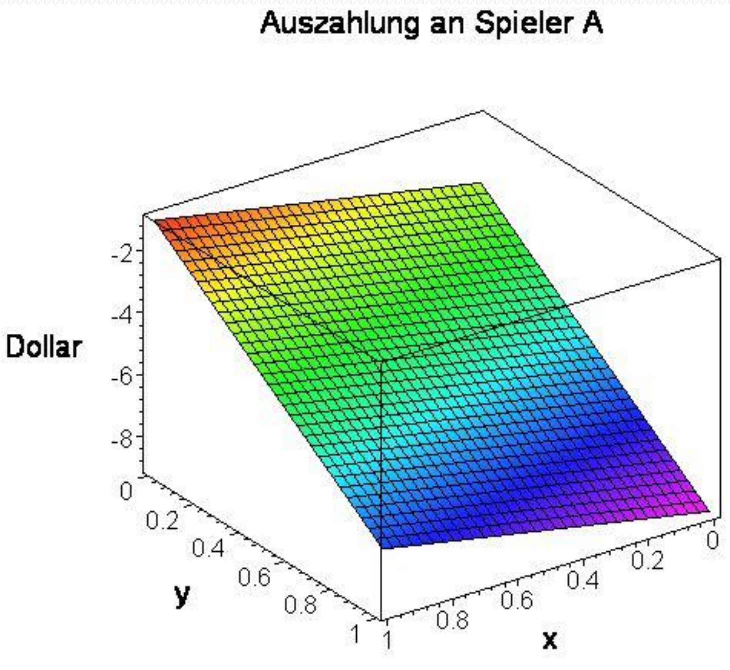
Spieler A schweigt und B schweigt

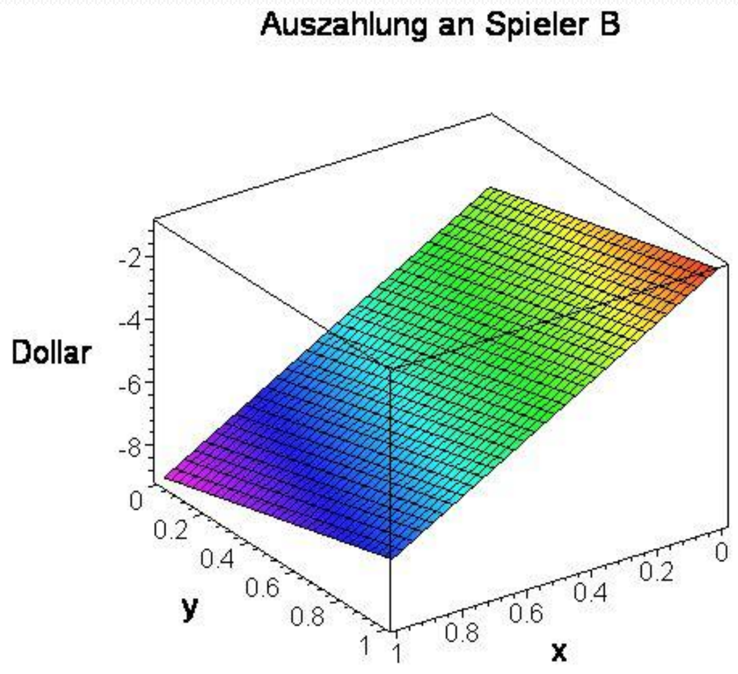


Spieler A gesteht und B gesteht

Spieler A schweigt und B gesteht

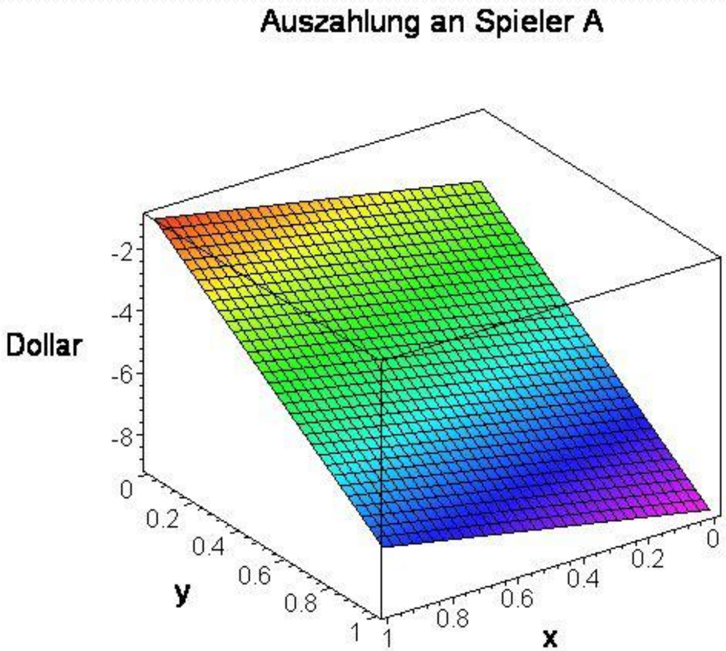
Auszahlungsfunktionen der Spieler A und B in gemischten Strategien

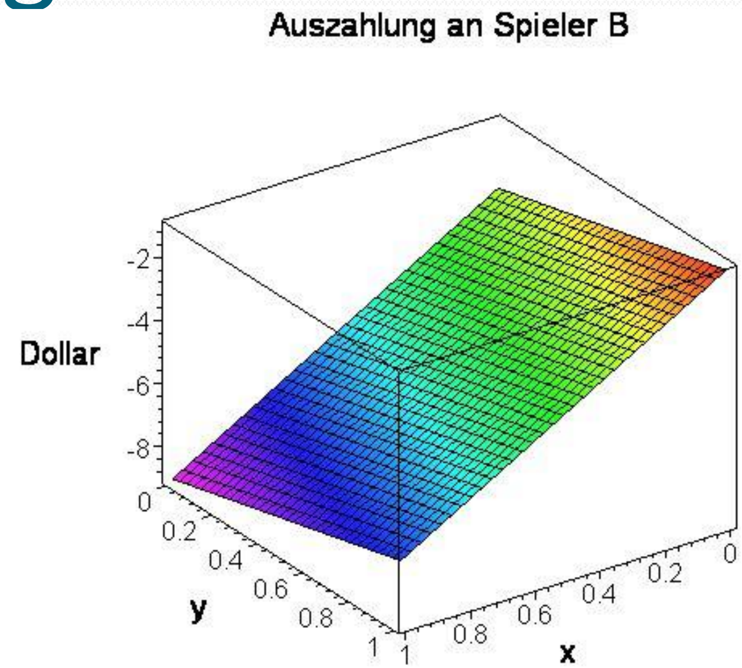




x ist die gemischte Strategie des Spielers A
y ist die gemischte Strategie des Spielers B
x=0 (y=0) entspricht der reinen Strategie „schweigen“
x=1 (y=1) entspricht der reinen Strategie „gestehen“

Nash-Gleichgewichte und Dominante Strategien





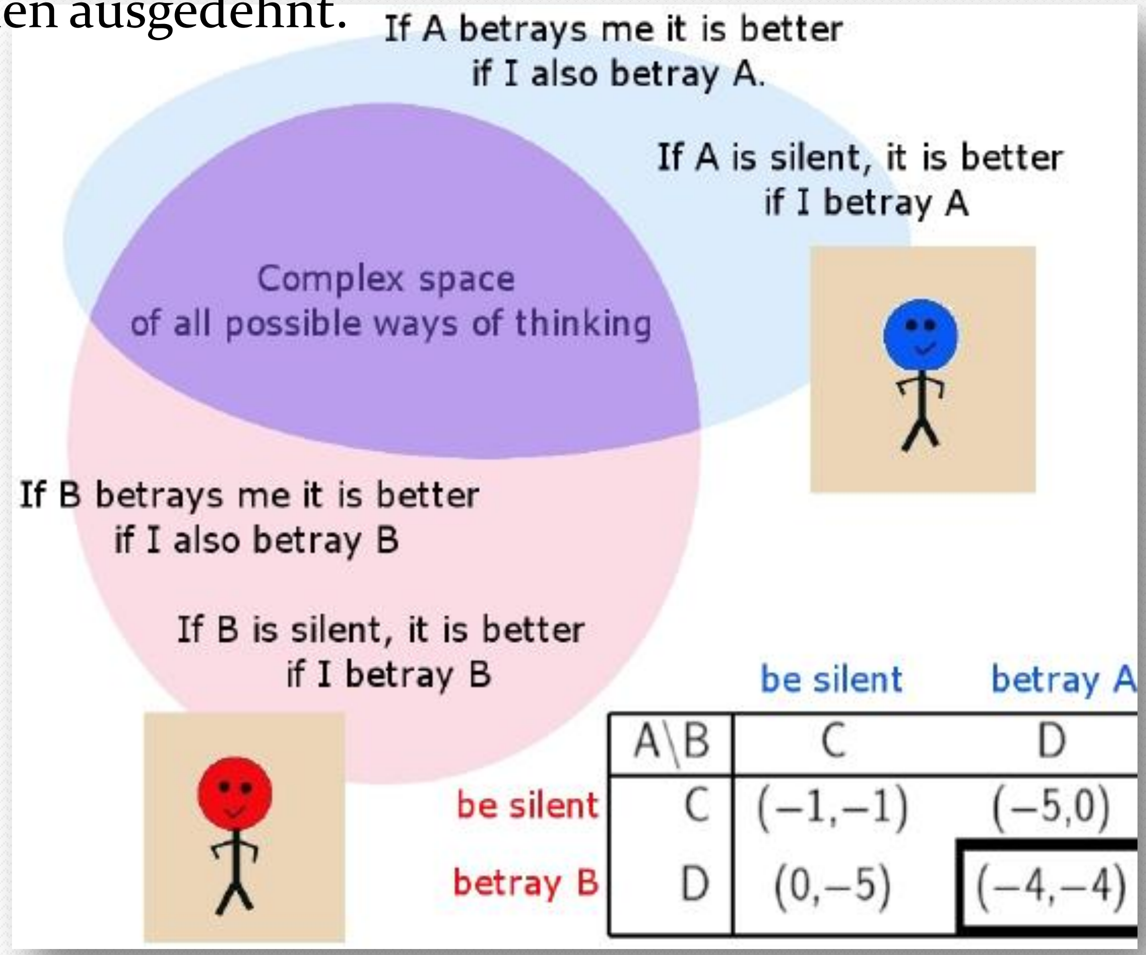
Die reine Strategienkombination (x=1,y=1) ist das einzige Nash-Gleichgewicht und die dominante Strategie des Gefangenendilemmas.
Überprüfung für Spieler A: Halte den y-Wert fest und bewege dich entlang der x-Achse zu dem höchsten Punkt, dieser ist dann das Nash-Gleichgewicht.
Eine dominante Strategie entsteht, falls man für alle y-Werte den selben x-Wert herausbekommt. Spieler B genauso, aber halte x-fest und ändere y.

Grundkonzepte der Quantenspieltheorie

- Mathematische Erweiterung des Strategien-Raumes (Entscheidungsraum der Spieler). Der Raum aller denkbaren Entscheidungswege wird vom rein reellen, messbaren Raum in den Raum der komplexen Zahlen (reelle und imaginäre Zahlen) ausgedehnt.
- Einbeziehung einer möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien.
- Der Entscheidungszustand ψ ist nicht direkt messbar (beobachtbar)! Das Treffen der Entscheidung stellt einen Kollaps des Entscheidungszustandes in den reell wertigen messbaren Raum dar (Quantenmechanischer Meßprozess)

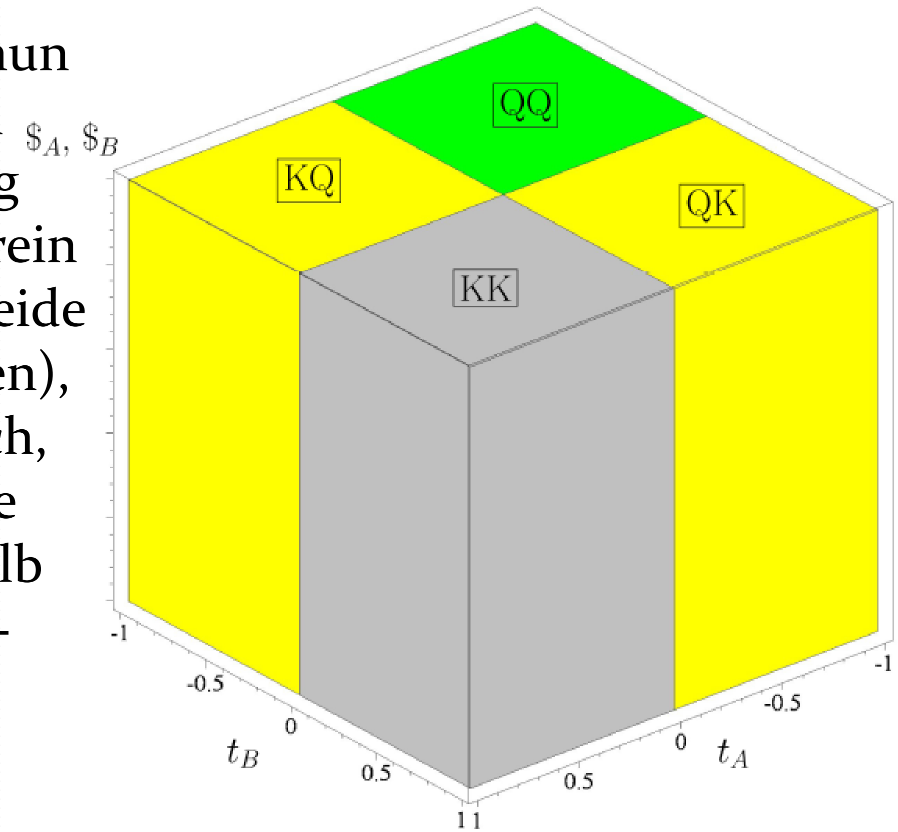
Komplexwertige Erweiterung des klassischen Strategienraumes

In der Quantenspieltheorie wird zunächst der reell wertige Raum der gemischten Strategien in den imaginären Bereich aller denkbaren Strategien ausgedehnt.



Auszahlungsfläche als Funktion der Quantenstrategien beider Spieler

Die Auszahlungen der Spieler hängen nun von den gewählten komplexwertigen Strategien ab. Zur Veranschaulichung werden die möglichen Strategien in rein klassische Strategien (KK-Bereich, beide Spieler wählen reell wertige Strategien), reine Quantenstrategien (QQ-Bereich, beide Spieler wählen komplexwertige Strategien) und in halb Quanten- halb klassische Strategien (KQ (bzw. QK)-Bereich, ein Spieler wählt eine rein reellwertige, der andere eine komplexwertige Strategie) untergliedert.



Wiederholung: Quantenspieltheorie

Grundkonzepte der Quantenspieltheorie

- Mathematische Erweiterung des Strategien-Raumes (Entscheidungsraum der Spieler). Der Raum aller denkbaren Entscheidungswege wird vom rein reellen, messbaren Raum in den Raum der komplexen Zahlen (reelle und imaginäre Zahlen) ausgedehnt.
- Einbeziehung einer möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien.
- Der Entscheidungszustand ψ ist nicht direkt messbar (beobachtbar)! Das Treffen der Entscheidung stellt einen Kollaps des Entscheidungszustandes in den reell wertigen messbaren Raum dar (Quantenmechanischer Meßprozess)

Die Verschränkung von Zuständen im imaginären Raum (I)

Das Gedankenexperiment von Schrödingers Katze:

Schrödingers Katze

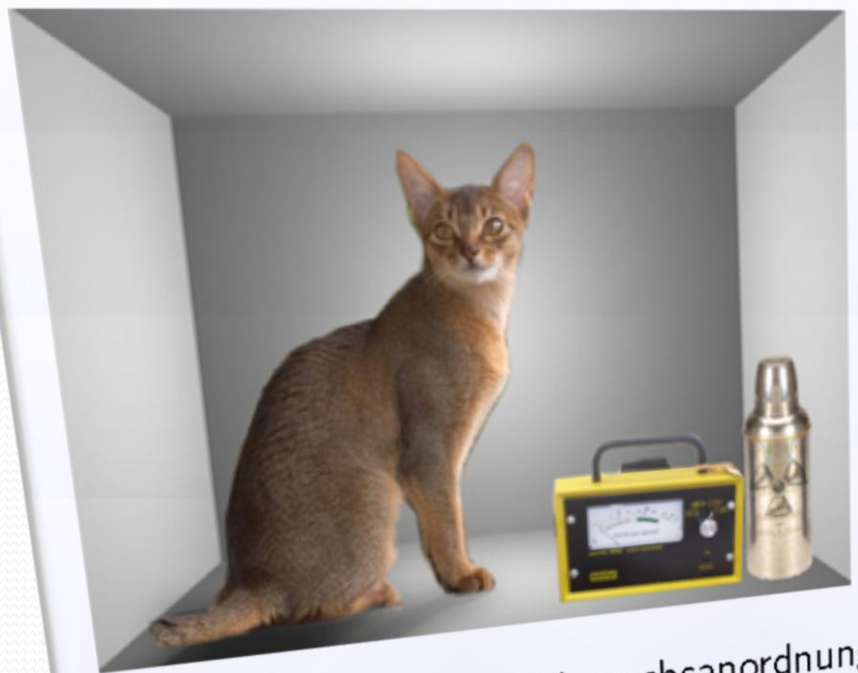


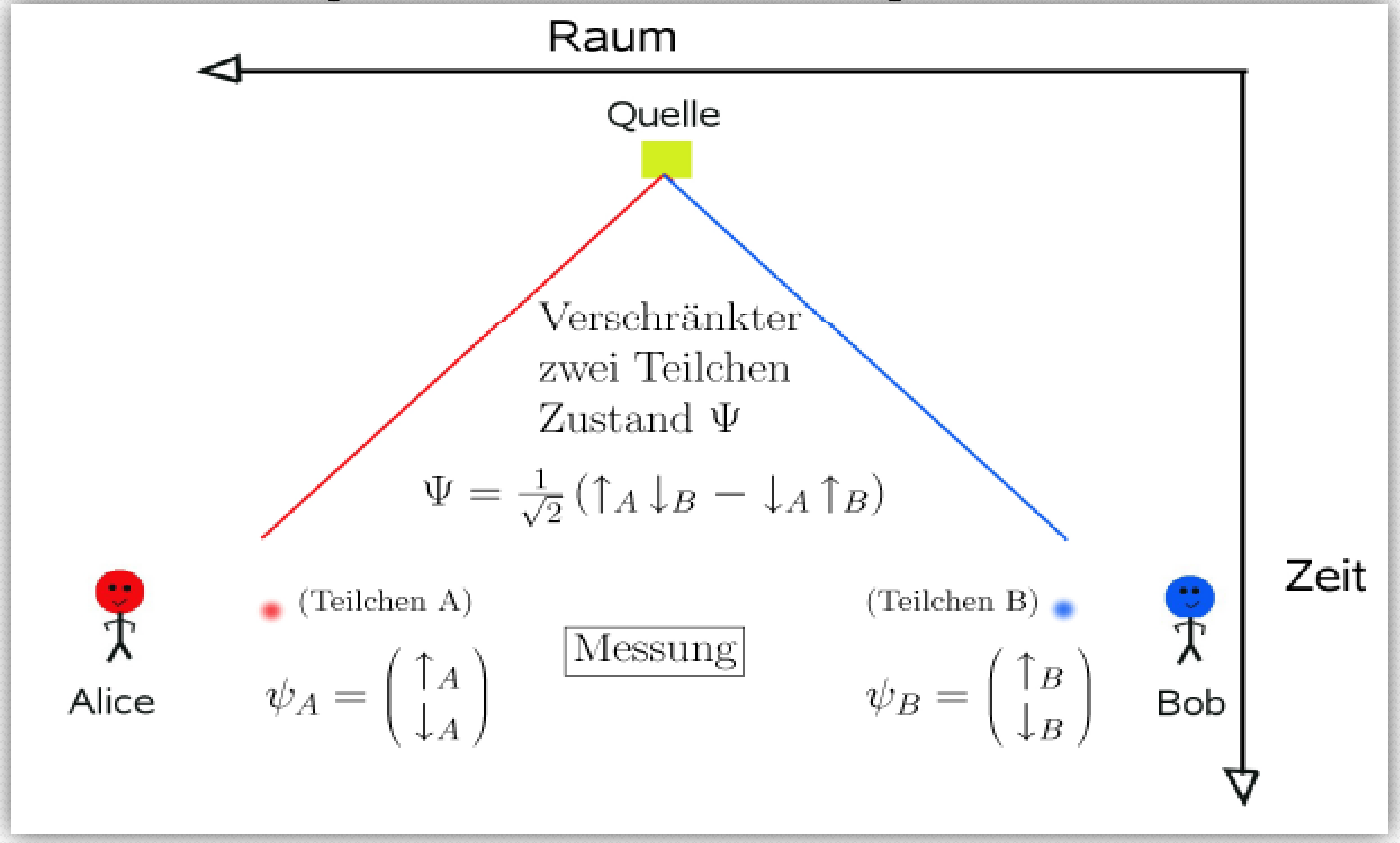
Figure: Theoretische Versuchsanordnung des Gedankenexperiments.

In einem geschlossenen Kiste befindet sich ein instabiler Atomkern, der innerhalb einer bestimmten Zeitspanne mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zerfällt. Im Falle eines Zerfalls werde Giftgas freigesetzt, was eine im Raum befindliche Katze tötet. Bevor ein Beobachter die Kiste öffnet, schwebt der Zustand ψ der Katze zwischen den Eigenzuständen '$\psi_1 :=$ Lebend' und '$\psi_2 :=$ Tot'.

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + \psi_2)$$

Die Verschränkung von Zuständen im imaginären Raum (II)

Das **Einstein-Podolsky-Rosen Paradoxon** ist experimentell vielfach bestätigt (siehe z.B. A. Zeilinger et. al.)



Der kollektive Zwei-Spielerzustand

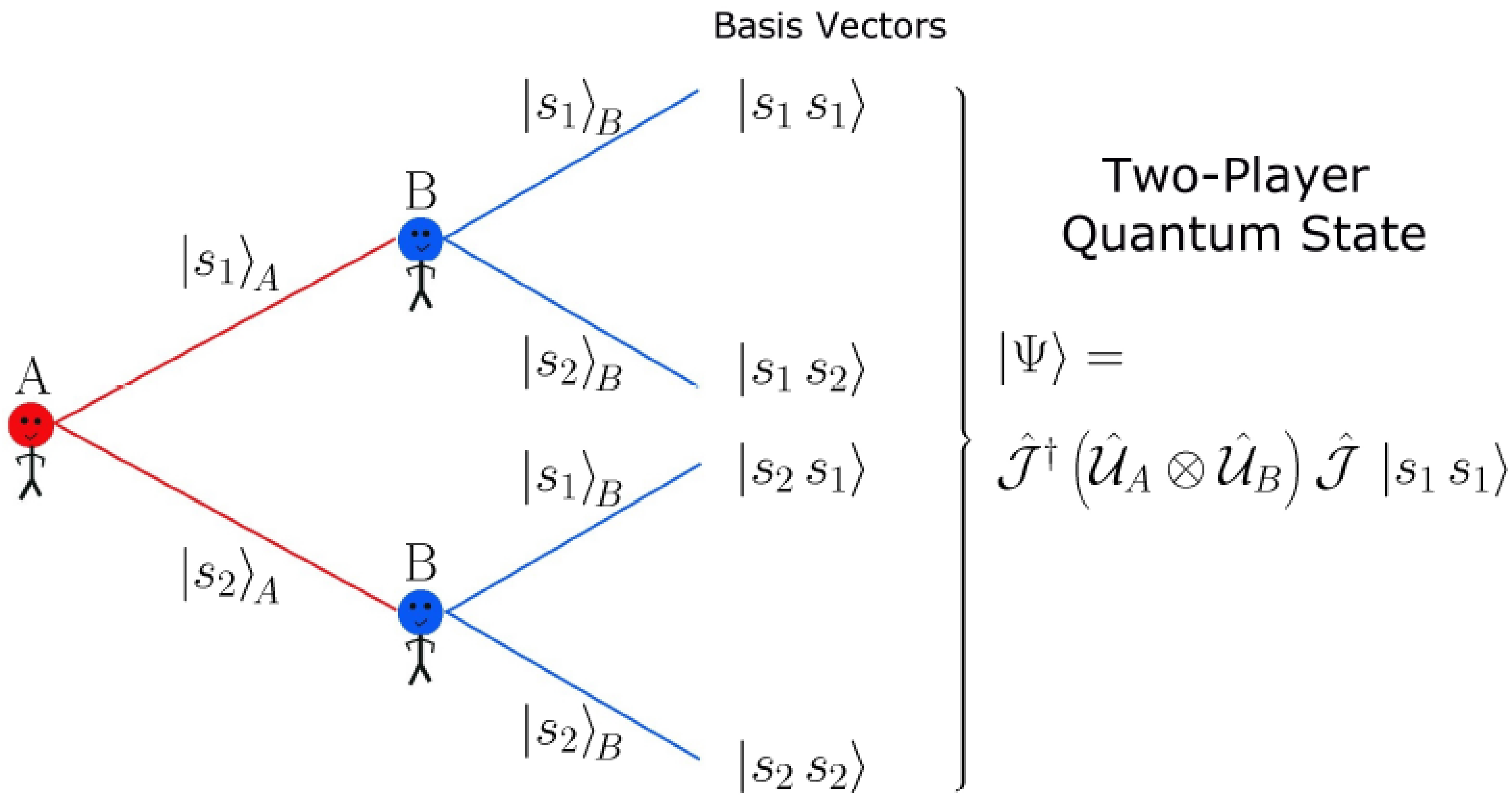


Figure: $|\Psi\rangle$: Two-Player State, $\hat{\mathcal{J}}(\gamma)$: Entangling Operator, γ: Strength of Entanglement, $\widehat{\mathcal{U}}_A, \widehat{\mathcal{U}}_B$: Strategy Decision Operator of Player A and B

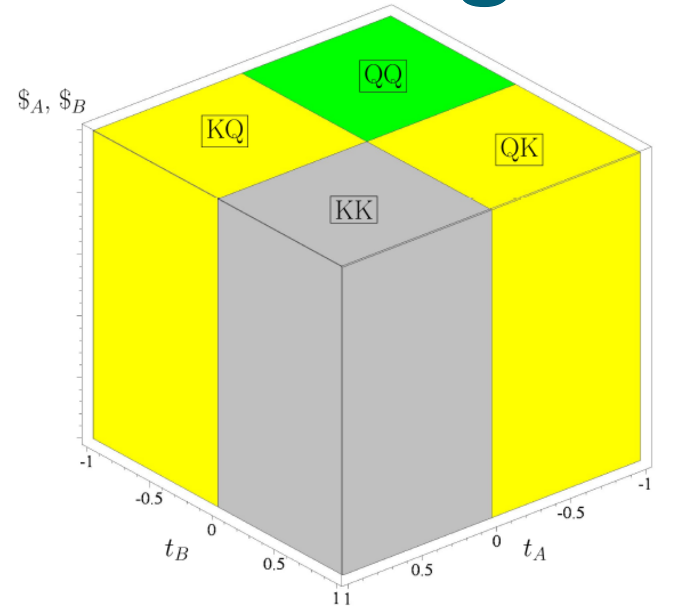
Der mathematische Weg zum verschränkten Zwei-Spieler Zustand

Die mathematische Berechnung des verschränkten Zwei-Spieler Zustandes und die darauf folgende reelle Projektion der Auszahlungsfläche ist sehr aufwendig.

Unter dem folgenden Internetlink sind die Berechnungen einzusehen:

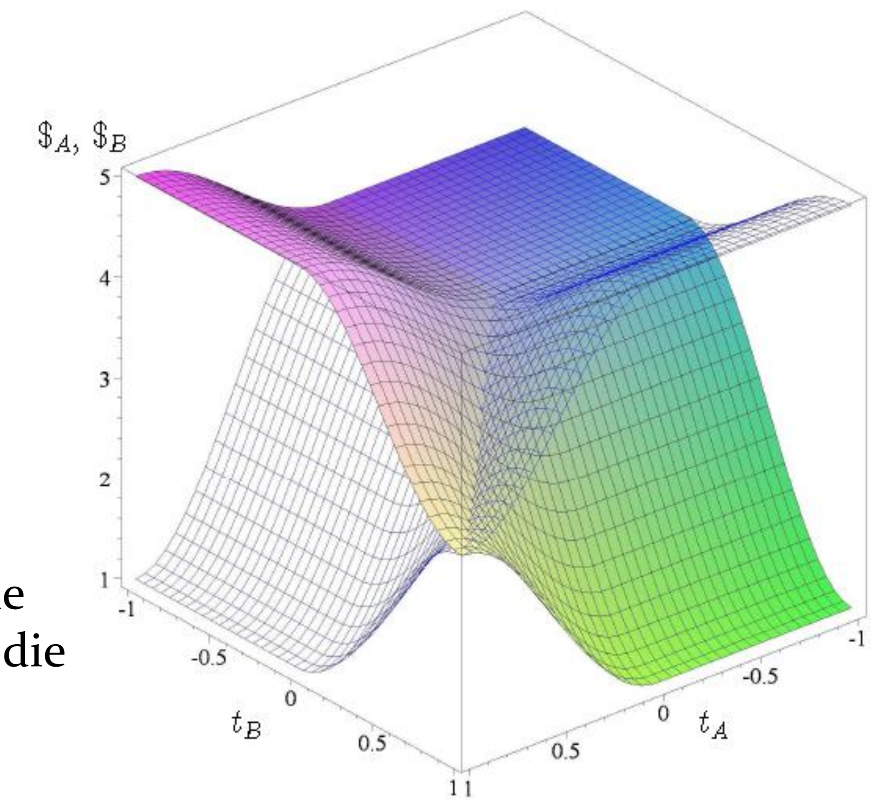
Internetlink

Die Auszahlungsfläche bei Variation der Strategienverschränkung (γ=0)



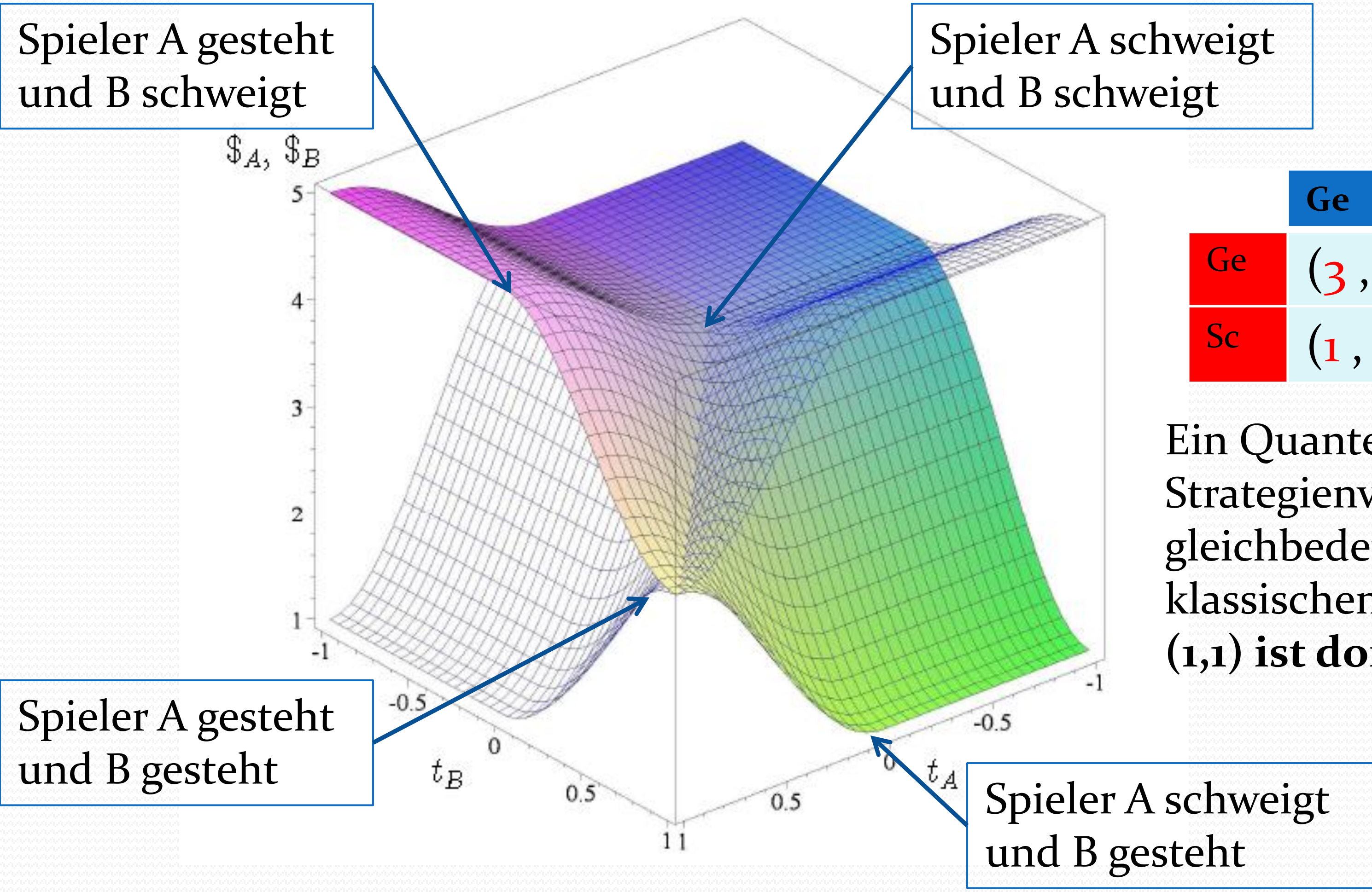
Die Strategienmenge beinhaltet nun die klassischen Strategien $t_A, t_B \geq 0$ und die

Quantenstrategien $t_A, t_B < 0$



Die rechte Abbildung zeigt die Auszahlungsfläche des Spielers A (farbige, undurchsichtige Fläche) und Spielers B (blaue, durchsichtige Fläche) als Funktion der Quantenstrategien.

Die Auszahlungsfläche bei Variation der Strategienverschränkung (γ=0)



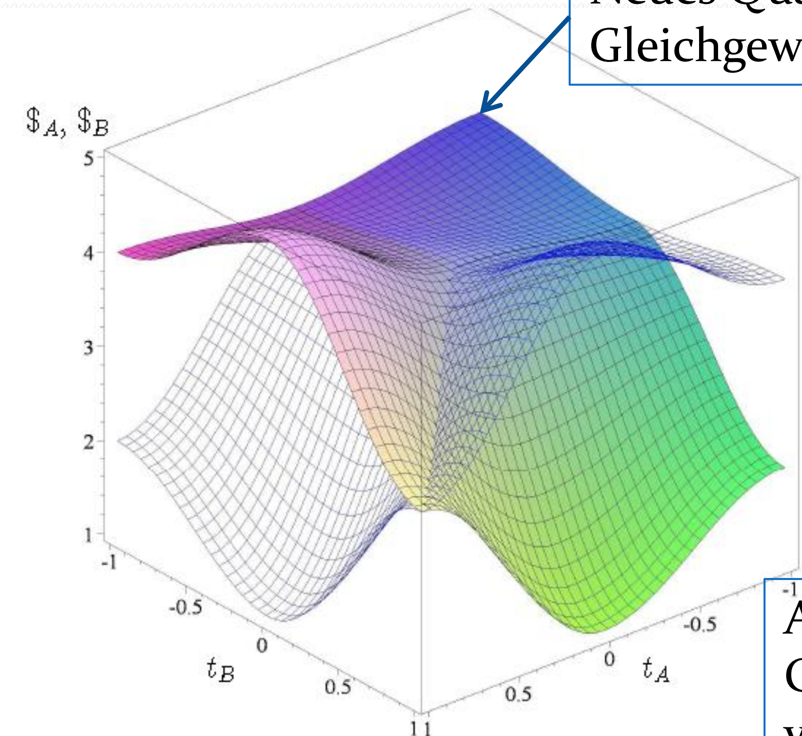
	Ge	**Sc**
Ge	(3 , 3)	(5 , 1)
Sc	(1 , 5)	(4 , 4)

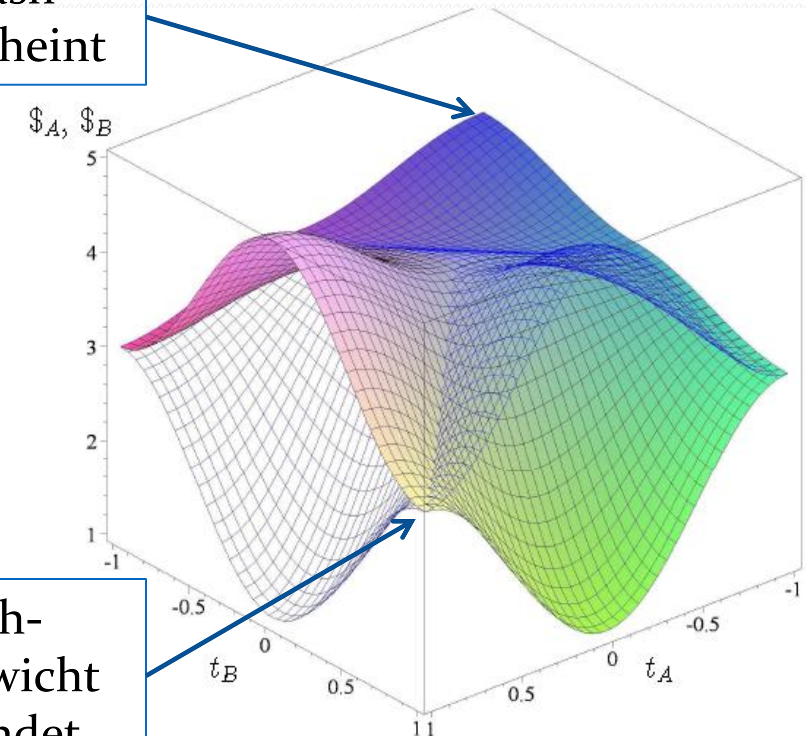
Ein Quantenspiel ohne Strategienverschränkung ist gleichbedeutend einem klassischen Spiel.
(1,1) ist dominante Strategie

Die Abbildung zeigt die Auszahlungsfläche des Spielers A (farbige, undurchsichtige Fläche) und Spielers B (blaue, durchsichtige Fläche) als Funktion der Quantenstrategien.

Die Auszahlungsfläche bei Variation der Strategienverschränkung

Neues Quanten-Nash-Gleichgewicht erscheint





Altes Nash-Gleichgewicht verschwindet

<u>Verschränkung γ ist klein</u>

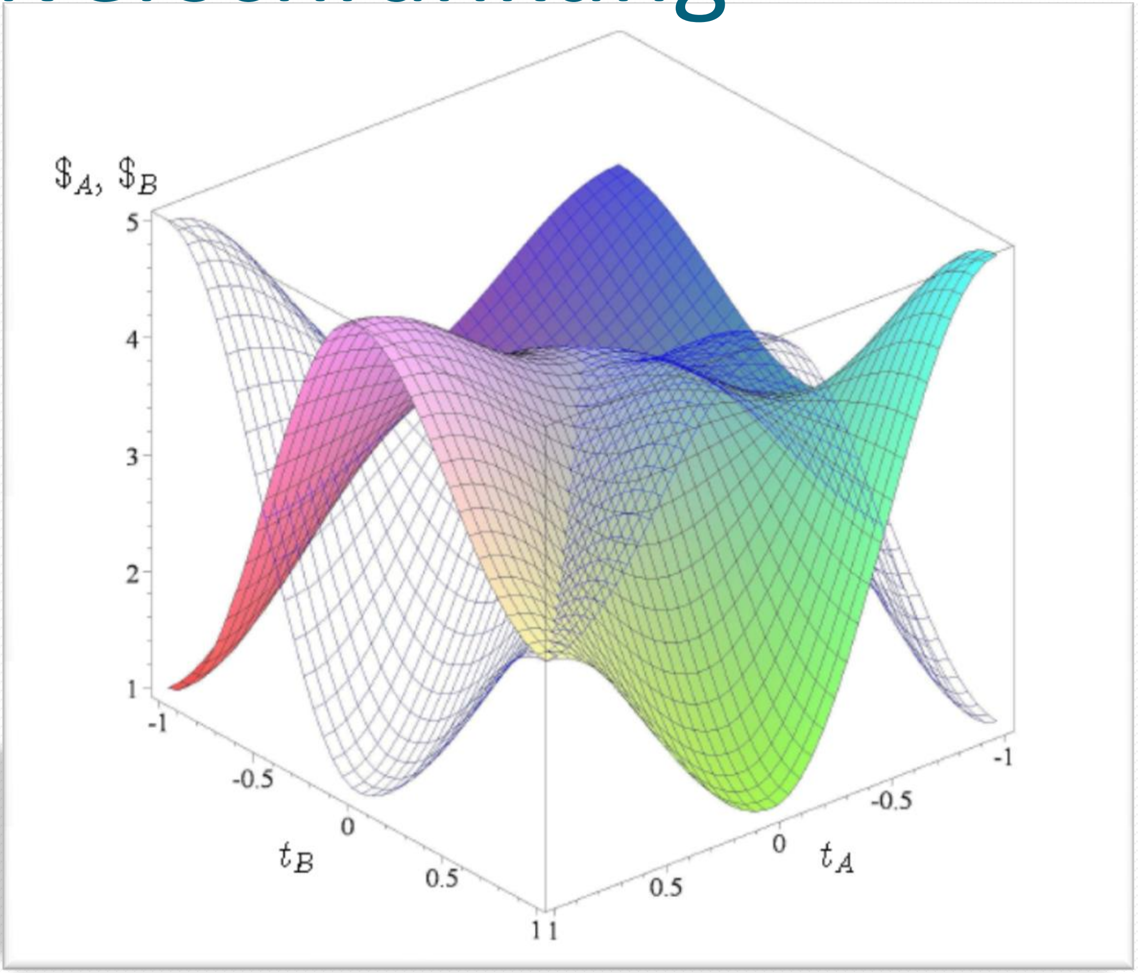
Schon bei einer geringen Verschränkung erscheint ein neues Nash-Gleichgewicht im QQ-Bereich (-1,-1).

<u>Verschränkung γ ist mittel groß</u>

Bei einer mittel großen Verschränkung verschwindet das alte Nash-Gleichgewicht (die damals dominante Strategie des Gefangenendilemmas).

Die Auszahlungsfläche bei Variation der Strategienverschränkung

Fazit:
Ist die Strategienverschränkung der Spieler im imaginären Raum der denkbaren Entscheidungswege nur genügend groß, dann ist es den Spielern möglich das Dilemma des Spiels aufzulösen. Für beide Spieler erscheint es rational das Beste zu sein die Quantenstrategie (-1,-1) zu wählen, die projiziert auf den reellen Entscheidungsraum die reine Strategienkombination (Schweigen, Schweigen) ist.



<u>Verschränkung γ ist maximal</u>

Inhaltsübersicht des letzten Teils der Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Mathematische Grundlagen (Teil 1)
   c) Definition eines Spiels in Normalform mit Auszahlung
   d) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
   e) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien
   f) Reine und gemischte Strategien
   g) Mathematische Grundlagen (Teil 2)
   h) Dominante Strategien und Nash Gleichgewichte
   i) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
   j) Mathematische Grundlagen (Teil 3)
   k) Symmetrische und unsymmetrische Spiele
   l) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
   m) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien
   n) Weitere Konzepte der Spieltheorie
2. Evolutionäre Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Evolutionär stabile Strategien
   c) Mathematische Grundlagen (Teil 4)
   d) Die Replikatordynamik
   e) Beispiel: Symmetrische (2x2)-Spiele
   f) Theorie und Experiment
   g) Mathematische Grundlagen (Teil 5)
   h) Anwendungsfelder der evolutionären Spieltheorie
   i) Beispiel: Symmetrische (2x3)-Spiele
   j) Beispiel: Unsymmetrische (2x2)-Spiele (Bimatrix-Spiele)
3. Neue Entwicklungen in der evolutionären Spieltheorie
   a) Spieltheorie auf komplexen Netzwerken
      a. Theorie der komplexen Netzwerke
      b. Eigenschaften von komplexen Netzwerken
      c. Spieltheorie auf komplexen Netzwerken
      d. Beispiele und Anwendungsfelder
   b) **Quantenspieltheorie**
      a. Motivation
      b. Einführung in die Quantentheorie
      c. Konzepte der Quantenspieltheorie
      d. Mathematische Grundlagen (Teil 6)
      e. Das Gefangenendilemma im Formalismus der Quantenspieltheorie
      f. Anwendungsfelder der Quantenspieltheorie
      g. Evolutionäre Quantenspieltheorie

+ Besprechung der **Probeklausur**

Anwendungsfelder (I): Unterschiedliche Spiele

- The *Quantum* Penny Flip Game
  1999, D. A. Meyer, *Quantum strategies*, PRL 82 (1052)
- The *Quantum* Prisoner's Dilemma
  1999, J. Eisert, M. Wilkens and M. Lewenstein, *Quantum Games and Quantum Strategies*, PRL 83 (3077)
- The *Quantum* Battle of Sexes
  2001, L. Marinatto and T. Weber, *A Quantum Approach To Static Games Of Complete Information*, Physics Letters A 272 (291)
- The *Quantum* Coordination Game
  2003, B. A. Huberman and T. Hogg, *Quantum Solution of Coordination Problems*, Quantum Information Processing 2(6)
- The *Quantum* Ultimatum Game
  2005, R. Vilela Mendes, *The Quantum Ultimatum Game*, Quantum Information Processing 4(1)

Anwendungsfelder (II): Ökonomie

- Economics and Quantum Game Theory

  2002, E. W. Piotrowski and J. Sladkowski, *Quantum Market Games*, Physica A (312) 208

  2002, Kay-Yut Chen, T. Hogg and R. Beaulsoleil *A Quantum Treatment of Public Goods Economics*, Quantum Information Processing 1(6)

  2004, E. W. Piotrowski and J. Sladkowski *Quantum Game Theory in Finance*, Quantitative Finance 4 (1-7)

  2007, T. Hogg, P. Harsha and Kay-Yut Chen *Quantum Auctions*, Int. J. of Quantum Information 5:751-780

  2007, M. Hanauske, S. Bernius and B. Dugall, *Quantum Game Theory and Open Access Publishing*, Physica A, Vol.382 (2007), p.650-664 (physics/0612234)

Anwendungsfelder (III): Quantencomputer

- Quantum Computer and Quantum Game Theory
  2002, J. Du, H. Li, X. Xu, M. Shi, J. Wu, X. Zhou and R. Han *Experimental realization of quantum games on a quantum computer*, PRL 88 (137902)

  2007, R. Prevedel, A. Stefanov, P. Walther and A. Zeilinger *Experimental realization of a quantum game on a one-way quantum computer*, New Journal of Physics 9 (205)

  2008, P. Benicio, Melo de Sousa, R. V. Ramos *Multiplayer Quantum Games and its Application as Access Controller in Architecture of Quantum Computers*, arXiv:0802.3684v2

Anwendungsfelder (V): Experimentelle Ökonomie

- Experimental Economics and Quantum Game Theory

  2006, Kay-Yut Chen and Tad Hogg *How well do people play a quantum prisoner's dilemma?*, Quantum Information Processing 5(43)

  2007, Kay-Yut Chen and Tad Hogg *Experiments with Probabilistic Quantum Auctions*, arXiv:0707.4195v1

  2007, M. Hanauske, S. Bernius, W. König and B. Dugall *Experimental Validation of Quantum Game Theory*, Accepted Paper at the Conference *LOFT 2008*

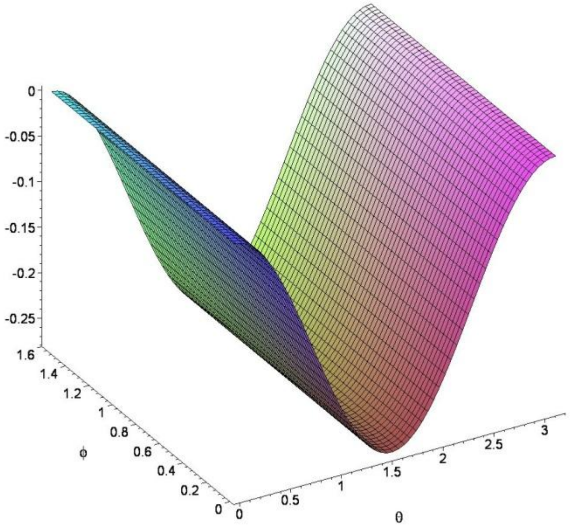
Inhaltsübersicht des letzten Teils der Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Mathematische Grundlagen (Teil 1)
   c) Definition eines Spiels in Normalform mit Auszahlung
   d) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
   e) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien
   f) Reine und gemischte Strategien
   g) Mathematische Grundlagen (Teil 2)
   h) Dominante Strategien und Nash Gleichgewichte
   i) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
   j) Mathematische Grundlagen (Teil 3)
   k) Symmetrische und unsymmetrische Spiele
   l) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
   m) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien
   n) Weitere Konzepte der Spieltheorie
2. Evolutionäre Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Evolutionär stabile Strategien
   c) Mathematische Grundlagen (Teil 4)
   d) Die Replikatordynamik
   e) Beispiel: Symmetrische (2x2)-Spiele
   f) Theorie und Experiment
   g) Mathematische Grundlagen (Teil 5)
   h) Anwendungsfelder der evolutionären Spieltheorie
   i) Beispiel: Symmetrische (2x3)-Spiele
   j) Beispiel: Unsymmetrische (2x2)-Spiele (Bimatrix-Spiele)
3. Neue Entwicklungen in der evolutionären Spieltheorie
   a) Spieltheorie auf komplexen Netzwerken
      a. Theorie der komplexen Netzwerke
      b. Eigenschaften von komplexen Netzwerken
      c. Spieltheorie auf komplexen Netzwerken
      d. Beispiele und Anwendungsfelder
   b) **Quantenspieltheorie**
      a. Motivation
      b. Einführung in die Quantentheorie
      c. Konzepte der Quantenspieltheorie
      d. Mathematische Grundlagen (Teil 6)
      e. Das Gefangenendilemma im Formalismus der Quantenspieltheorie
      f. Anwendungsfelder der Quantenspieltheorie
      g. Evolutionäre Quantenspieltheorie

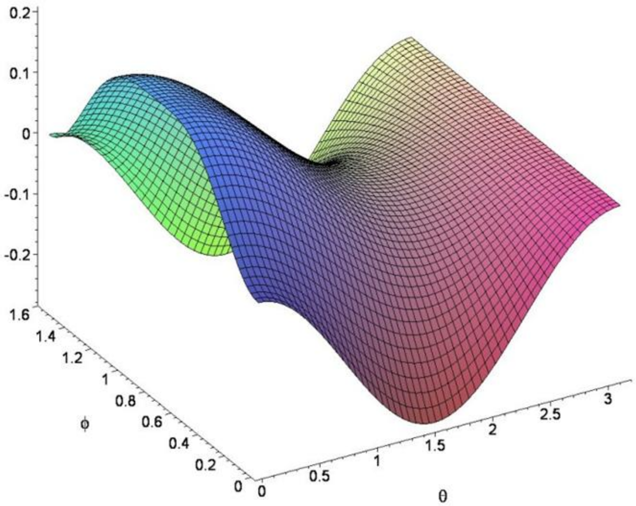
+ Besprechung der **Probeklausur**

Neue ESS durch kooperative, verschränkte Strategien

Die die evolutionären Gleichungen bestimmende Funktion g(x) erstreckt sich bei Quantenspielen zusätzlich in den imaginären Raum denkbarer Korrelationen und wird deshalb als eine Fläche $g(\theta,\phi)$ in einem dreidimensionalen Raum dargestellt. Im Falle, dass die Strategien der Spieler nicht miteinander verschränkt sind, ergeben sich die Ergebnisse der klassischen evolutionären Spieltheorie (linke Abbildung). Bei positiver Verschränkung (rechte Abbildung) können jedoch zusätzliche evolutionär stabile Strategien entstehen. *Beispiel: Gefangenendilemma*



$g(\theta,\phi)$ (Verschränkung $\gamma=0$)



$g(\theta,\phi)$ (Verschränkung $\gamma=\frac{\pi}{4}$)

Quantenspieltheorie und die Finanzkrise

Doves and hawks in economics revisited

An evolutionary quantum game theory-based analysis of financial crises

Matthias Hanauske[a], Jennifer Kunz[b], Steffen Bernius[a], and Wolfgang König[c]

[a] *Institute of Information Systems,* [b] *Chair of Controlling & Auditing,* [c] *House of Finance*

Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main

(Dated: April 1, 2009)

The last financial and economic crisis demonstrated the dysfunctional long-term effects of aggressive behaviour in financial markets. Yet, evolutionary game theory predicts that under the condition of strategic dependence a certain degree of aggressive behaviour remains within a given population of agents. However, as the consequences of the financial crisis exhibit, it would be desirable to change the "rules of the game" in a way that prevents the occurrence of any aggressive behaviour and thereby also the danger of market crashes. The paper picks up this aspect. Through the extension of the in literature well-known Hawk-Dove game by a quantum approach, we can show that dependent on entanglement, also evolutionary stable strategies can emerge, which are not predicted by classical evolutionary game theory and where the total economic population uses a non aggressive quantum strategy.

Hanauske, Matthias; Kunz, Jennifer; Bernius, Steffen; König, Wolfgang
Doves and hawks in economics revisited. An evolutionary quantum game theory-based analysis of financial crises (arXiv:0904.2113 and RePEc:pra:mprapa:14680)

Neue Entwicklungen in der evolutionären Spieltheorie

Die im laufe der evolutionären Entwicklung der Menschheit durschritten Phasen der globalen Informations- und Internetgesellschaft ermöglichen es, Ihnen den gesamten Inhalt der Vorlesung (inklusive umfangreichen Zusatzmaterial) unter dem folgenden Internetlink kostenfrei zu Download bereitzustellen:

http://wiap.wiwi.uni-frankfurt.de/Lyon2009/index.htm

PS: Die Internetseite ist erst ab ca. 5. Dezember nutzbar.

Green Open Access

Letzte Folie der Vorlesung

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit