Neue Entwicklungen in der Evolutionären Spieltheorie
(Vorlesungsteil 1)

Vorlesung im Rahmen des
Deutsch-Französischen Dozenten-Austauschprogramms „*Minerve*"

Dr. Matthias Hanauske
Institut für Wirtschaftsinformatik
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt am Main

Lyon, 14.Oktober 2009

Grundlegender Ablauf der Vorlesung

- Die Vorlesungen finden in den folgenden Wochen statt:

  12. - 23. Oktober 2009 und 16. – 25. November
- Die wöchentlichen Vorlesungstermine sind jeweils Mittwochs von 18.00 bis 21.00 Uhr (Salle Sebastien Gryphe) und Freitags von 8.00 bis 11.00 Uhr (Amphi Benveniste).
- Am Ende der Vorlesungsreihe findet eine Klausur statt (Termin wird noch bekannt gegeben).
- Zur Selbstüberprüfung des Wissensstandes werden Hausaufgaben gestellt, deren Lösungen jeweils im darauffolgenden Vorlesungsteil besprochen werden.

Vorlesungsfolien und weiterführende Literatur

- Ein Skript oder Buch zur Vorlesung gibt es leider noch nicht.
- Die digitale Version der Vorlesungsfolien der einzelnen Vorlesungsteile wird Ihnen per E-Mail zugesandt.
- Die verwendete und weiterführende Literatur wird auf den jeweiligen Folien direkt oder am Ende des Vorlesungsteils angegeben.

  Beispiel:

  Schlee, Walter **Einführung in die Spieltheorie**, Vieweg, 2004

  Hanauske, Matthias; Bernius, Steffen; Dugall, Berndt **Quantum Game Theory and Open Access Publishing** In: Physica A 382 (2007) 650-664 (arXiv:physics/0612234 oder RePEc:pra:mprapa:15986)

Inhaltsübersicht der gesamten Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
2. Grundlagen der evolutionären Spieltheorie
3. Neue Entwicklungen in der evolutionären Spieltheorie

Inhaltsübersicht des ersten Teils der Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Mathematische Grundlagen (Vokabeln)
   c) Definition eines Spiels in Normalform mit Auszahlung
   d) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
      i. Dominante Spiele
      ii. Koordinationsspiele
      iii. Anti-Koordinationsspiele
   e) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien

Inhaltsübersicht des ersten Teils der Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Mathematische Grundlagen (Vokabeln)
   c) Definition eines Spiels in Normalform mit Auszahlung
   d) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
      i. Dominante Spiele
      ii. Koordinationsspiele
      iii. Anti-Koordinationsspiele
   e) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien

Einleitung

- Die Spieltheorie befasst sich mit Entscheidungssituationen, in denen der Erfolg des Einzelnen nicht nur vom eigenen Handeln, sondern auch von den Entscheidungen der anderen beteiligten Spieler (Akteure) abhängt.
- Ökonomische Entscheidungen betreffen in aller Regel nicht nur das Individuum selbst, sondern auch weitere wirtschaftliche Subjekte und deren Entscheidungen.
- Viele Wirtschaftwissenschaftler betrachten die Spieltheorie als die formale Sprache der ökonomischen Theorie.

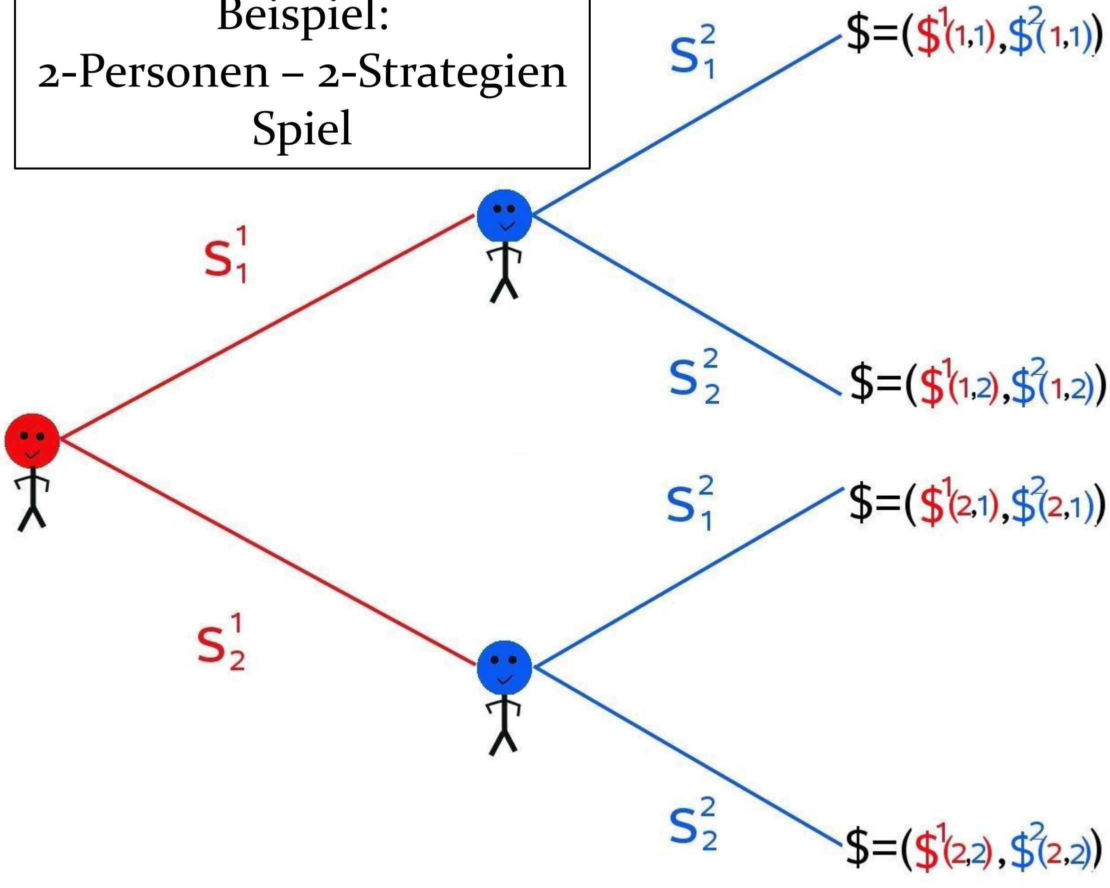
Ursprünge der Spieltheorie

- Johann (John) von Neumann veröffentlichte im Jahre 1928 die erste Arbeit über Spieltheorie (*J. von Neumann* **Zur Theorie der Gesellschaftsspiele**, Mathematische Annalen 100, 295-300 (1928)). Er war zu dieser Zeit als Privatdozent in Berlin tätig. 1930 übersiedelte er zur Princeton University und wurde dort 1931 Professor.
- Das erste, wegweisende Buch über Spieltheorie und ökonomisches Verhalten wurde 1944 von v. Neumann und Morgenstern veröffentlicht (*J. von Neumann und Oskar Morgenstern* **Theory of games and economic behaviour**, Princeton University Press, Princeton (1944))

Definition: Spieltheorie

Die Spieltheorie befasst sich mit Entscheidungssituationen, in denen der Erfolg des Einzelnen nicht nur vom eigenen Handeln, sondern auch von den Entscheidungen der anderen beteiligten Akteure abhängt.

Beispiel:
2-Personen – 2-Strategien
Spiel



Die Auszahlungsfunktion $:
Neben der Menge der beteiligten Spieler und der Strategienmenge ist die Angabe der jeweiligen Auszahlungen der Spieler erforderlich um ein Spiel mathematisch zu definieren.

	$s_1^2 \triangleq C$	$s_1^2 \triangleq D$
$s_1^1 \triangleq C$	(-1 , -1)	(-5 , 0)
$s_2^1 \triangleq D$	(0 , -5)	(-4 , -4)

Inhaltsübersicht des ersten Teils der Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Mathematische Grundlagen (Vokabeln)
   c) Definition eines Spiels in Normalform mit Auszahlung
   d) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
      i. Dominante Spiele
      ii. Koordinationsspiele
      iii. Anti-Koordinationsspiele
   e) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien

Beziehungszeichen

$=$	: gleich
$\neq$	: ungleich
$:=$	: gleich per Definition
$<$	: kleiner
$>$	: größer
$\leq$	: kleiner gleich
$\geq$	: größer gleich

Mengenlehre

- Definition:

  Unter einer Menge verstehen wir jede Zusammenfassung von bestimmten, wohl unterschiedenen Objekten unserer Anschauung oder unseres Denkens zu einem Ganzen. Die zu einer Menge zusammengefassten Objekte werden als Elemente der Menge bezeichnet.

- Beispiel:

  A sein die Menge aller Automobilfirmen **A**={Citroen, Opel, BMW, …}. Ein Element dieser Menge ist z.B. Nissan, man schreibt: $\text{Nissan} \in A$ aber $\text{Lidl} \notin A$

Zahlenmengen

N : Menge der natürlichen Zahlen
{1, 2, 3, 4, ...}

Z : Menge der ganzen Zahlen
{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

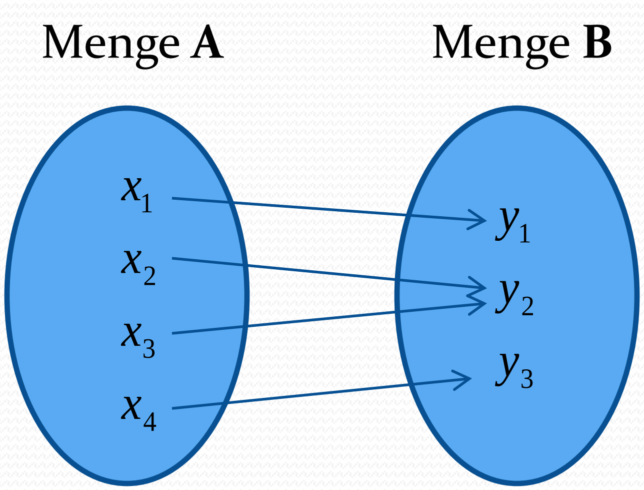
Q : Menge der rationalen Zahlen
alle möglichen Brüche, z.B. 1/4, 1/3, 12/123

R : Menge der reellen Zahlen
alle möglichen Brüche und die Menge aller irrationaler Zahlen wie z.B. e oder π

C : Menge der komplexen Zahlen

Funktionen

- Mit Hilfe einer Funktion werden Zusammenhänge zwischen zwei Mengen **A** und **B** dargestellt. Jede Funktion hat zunächst einmal eine unabhängige Variable (meist x) und eine davon abhängige Variable (meist y). Die Darstellung wäre dann hier y=f(x).



Man bezeichnet die Menge **A** als Definitionsmenge und die Menge **B** als Bildmenge der Funktion.

Beispiel:

$$f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}^+$$

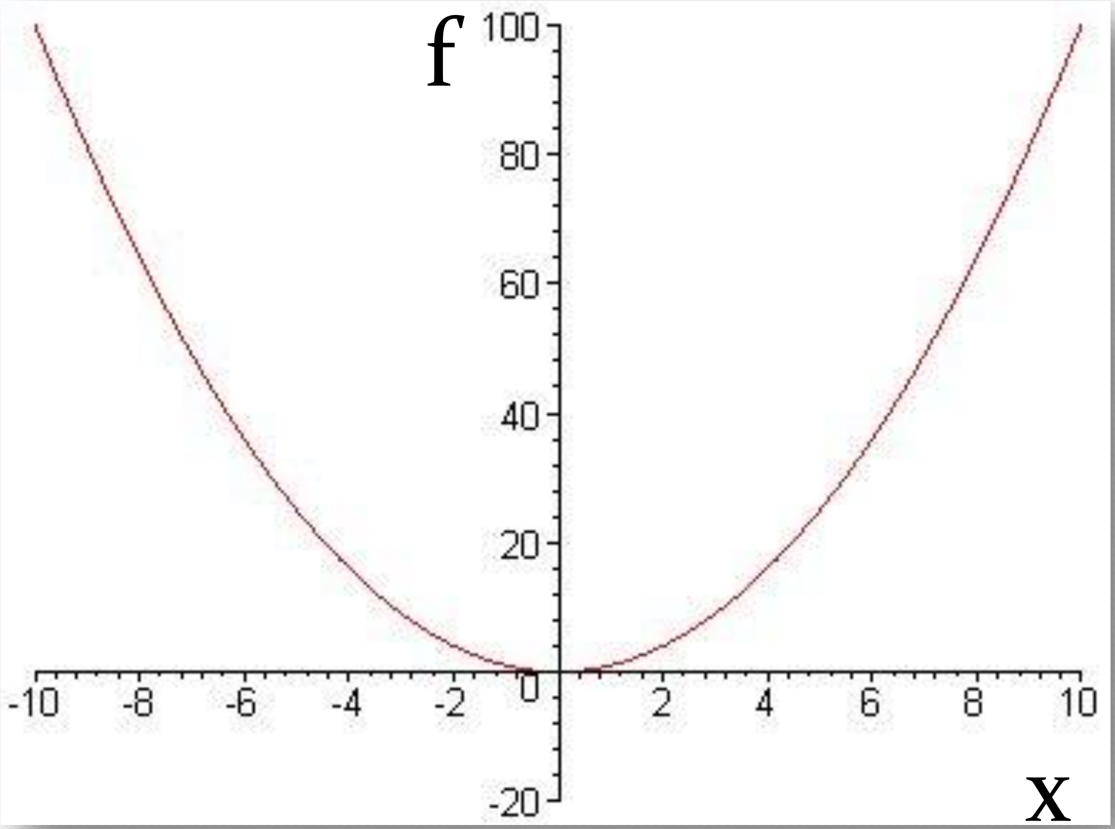
$$y = f(x) = x^2$$

Funktionen einer Veränderlichen

- Beispiel:

$$f : \Re \rightarrow \Re^{+}$$

$$y = f(x) = x^{2}$$

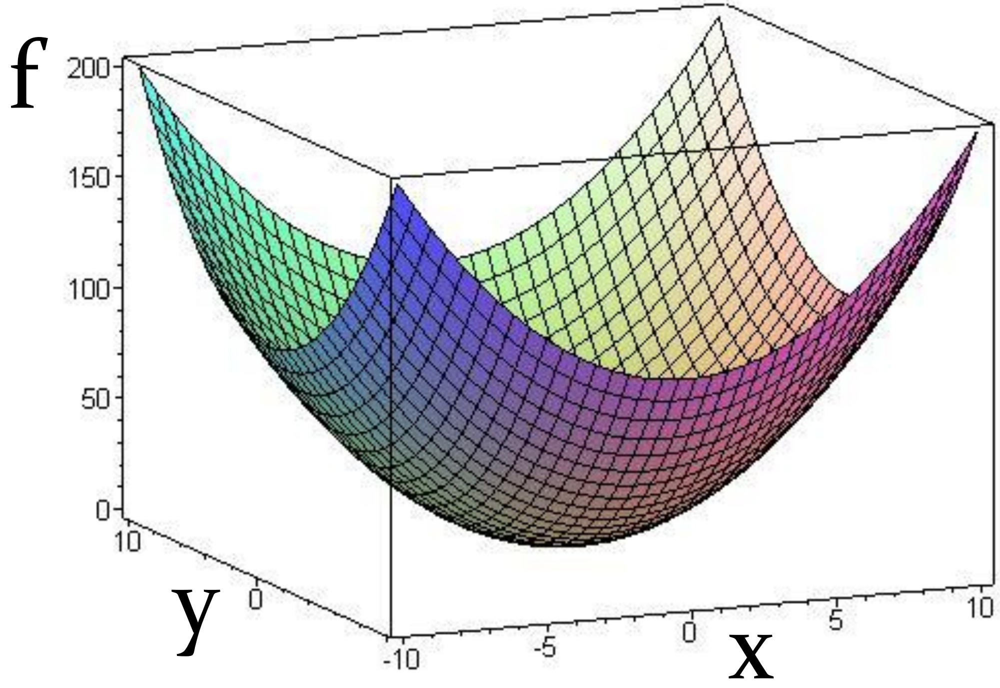


Funktionen zweier Veränderlicher

- Beispiel:

$$f : \Re \times \Re \to \Re^{+}$$

$$z = f(x, y) = x^2 + y^2$$

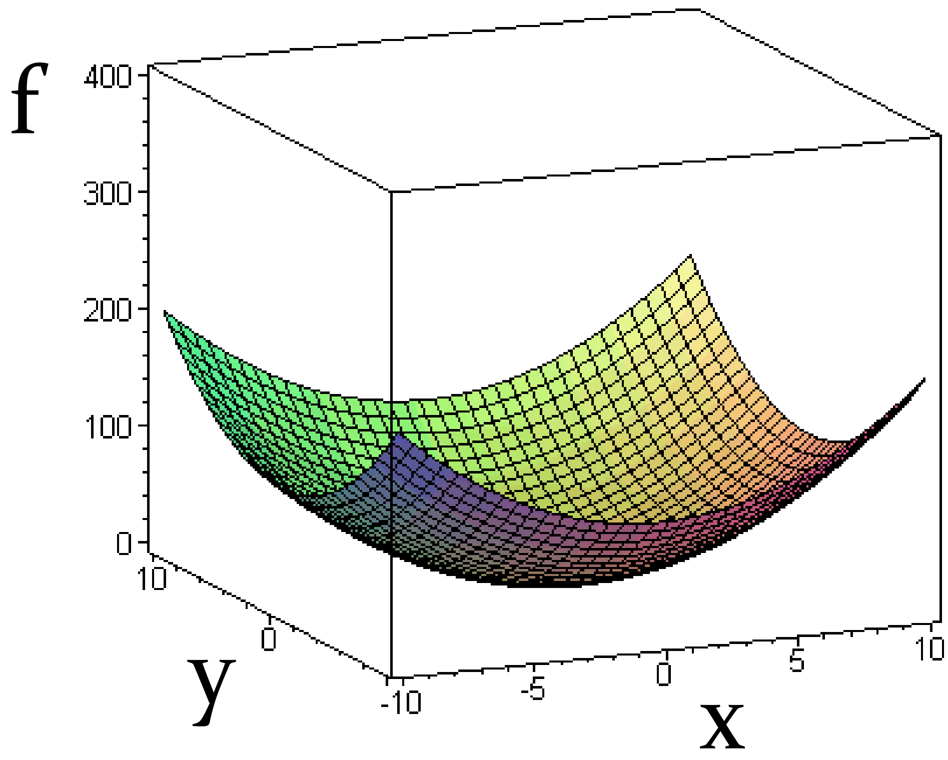


Funktionen dreier Veränderlicher

- Beispiel:

$$f : \Re \times \Re \times \Re \to \Re^{+}$$

$$z = f(x, y, t) = t \cdot x^2 + y^2$$

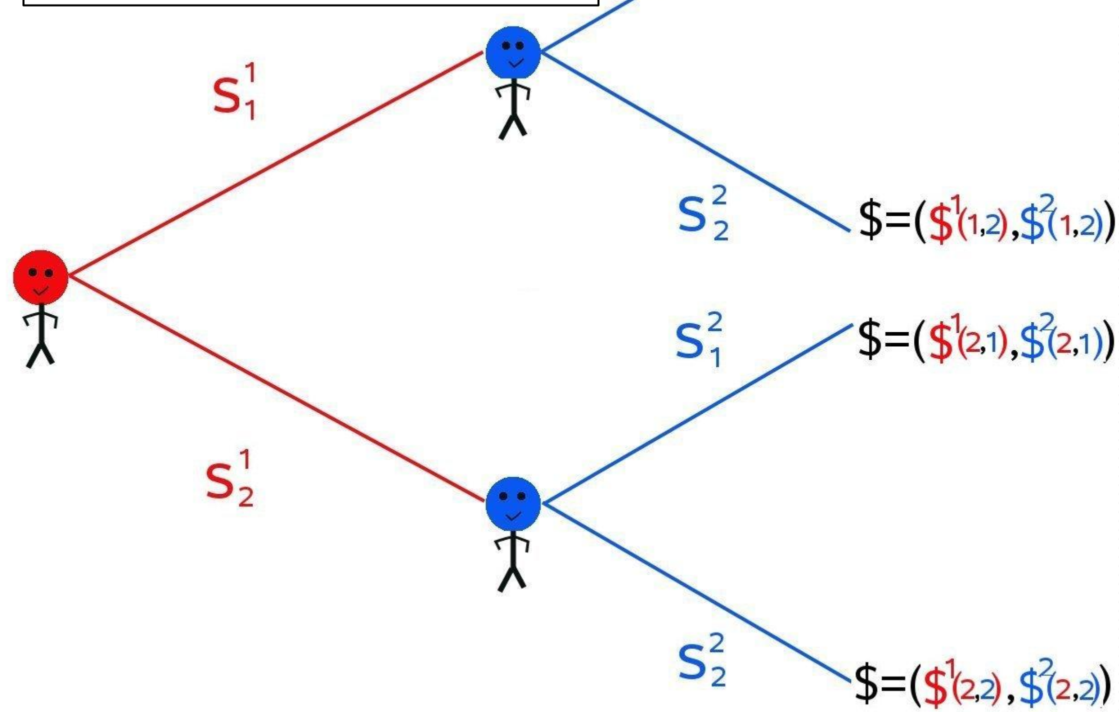


Inhaltsübersicht des ersten Teils der Vorlesung

Definition: Spieltheorie

Die Spieltheorie befasst sich mit Entscheidungssituationen, in denen der Erfolg des Einzelnen nicht nur vom eigenen Handeln, sondern auch von den Entscheidungen der anderen beteiligten Akteure abhängt.

Beispiel:
2-Personen – 2-Strategien
Spiel



Die Auszahlungsfunktion $:
Neben der Menge der beteiligten Spieler und der Strategienmenge ist die Angabe der jeweiligen Auszahlungen der Spieler erforderlich um ein Spiel mathematisch zu definieren.

	$s_1^2 \triangleq C$	$s_1^2 \triangleq D$
$s_1^1 \triangleq C$	$(-1\ ,\ -1)$	$(-5\ ,\ 0)$
$s_2^1 \triangleq D$	$(0\ ,\ -5)$	$(-4\ ,-4)$

Mathematische Definition

Unter einem Spiel Γ mit Auszahlung in Normalform (strategischer Form) versteht man:

$$(N - Personen) - (M - Strategien) - Spiel \quad \Gamma :$$

$$\Gamma := (\mathrm{A}, (\mathrm{S}^1, \mathrm{S}^2, \ldots, \mathrm{S}^N), (\$^1, \$^2, \ldots, \$^N))$$

$$\mathit{Menge}\ \text{der Spieler} \ : \quad \mathrm{A} = \{1,2,3,\ldots,\mathrm{N}\}$$

$$\text{Strategienmenge des i-ten Spielers}: \quad \mathrm{S}^i = \{\mathrm{s}_1^i, \mathrm{s}_2^i, \ldots, \mathrm{s}_M^i\}$$

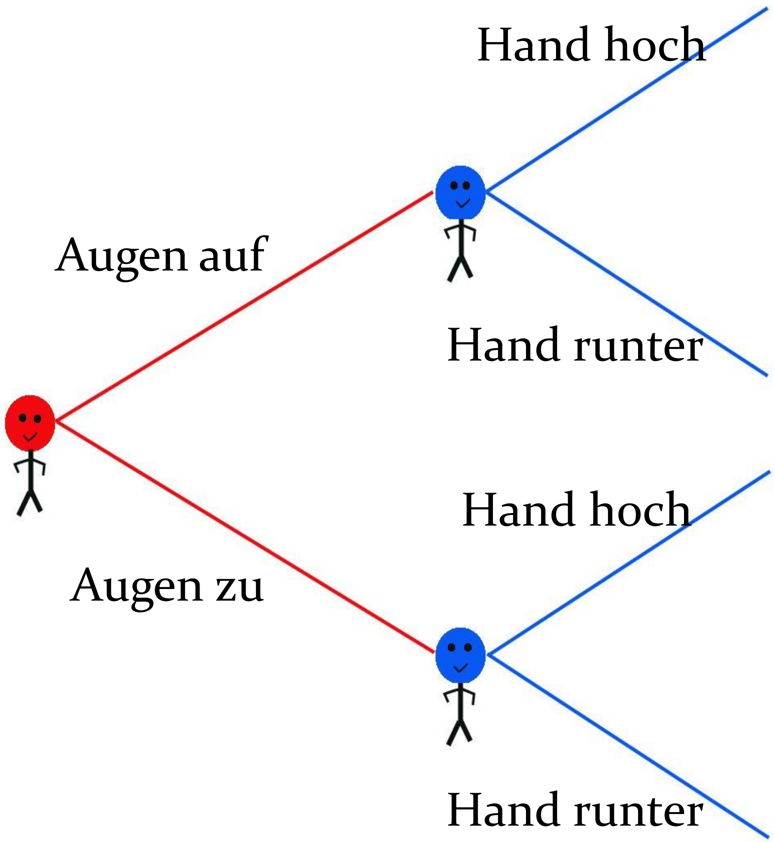
$$\text{Auszahlungsfunktion des i-ten Spielers}: \quad \$^i : \mathrm{S}^1 \times \mathrm{S}^2 \times, \ldots, \times \mathrm{S}^N \rightarrow \Re$$

Inhaltsübersicht des ersten Teils der Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Mathematische Grundlagen (Vokabeln)
   c) Definition eines Spiels in Normalform mit Auszahlung
   d) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
      i. Dominante Spiele
      ii. Koordinationsspiele
      iii. Anti-Koordinationsspiele
   e) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien

Dominantes Spiel (I)

	$s_1^2 \hat{=} Hh$	$s_1^2 \hat{=} Hr$
$s_1^1 \hat{=} Aa$	(10 , 10)	(0 , 0)
$s_2^1 \hat{=} Az$	(0 , 0)	(0 , 0)



$(2-\textit{Personen})-(2-\textit{Strategien})-\textit{Spiel} \quad \Gamma:$

$\Gamma := (\mathrm{A}, (\mathrm{S}^1, \mathrm{S}^2), (\$^1, \$^2))$

$\textit{Menge}$ der Spieler : $\mathrm{A} = \{1,2\} = \{\text{Alice, Bob}\}$

Strategienmenge des 1-ten Spielers (Alice) :

$\mathrm{S}^1 = \{\mathrm{s}_1^1, \mathrm{s}_2^1\} = \{\text{Augen auf , Augen zu}\}$

Strategienmenge des 2-ten Spielers :

$\mathrm{S}^2 = \{\mathrm{s}_1^2, \mathrm{s}_2^2\} = \{\text{Hand hoch, Hand runter}\}$

Auszahlungsfunktion des 1-ten Spielers :

$\$^1 : \mathrm{S}^1 \times \mathrm{S}^2 \rightarrow \Re$ mit

$\$^1(\text{Augen auf, Hand hoch}) = 10$

$\$^1(\text{Augen auf, Hand runter}) = 0$

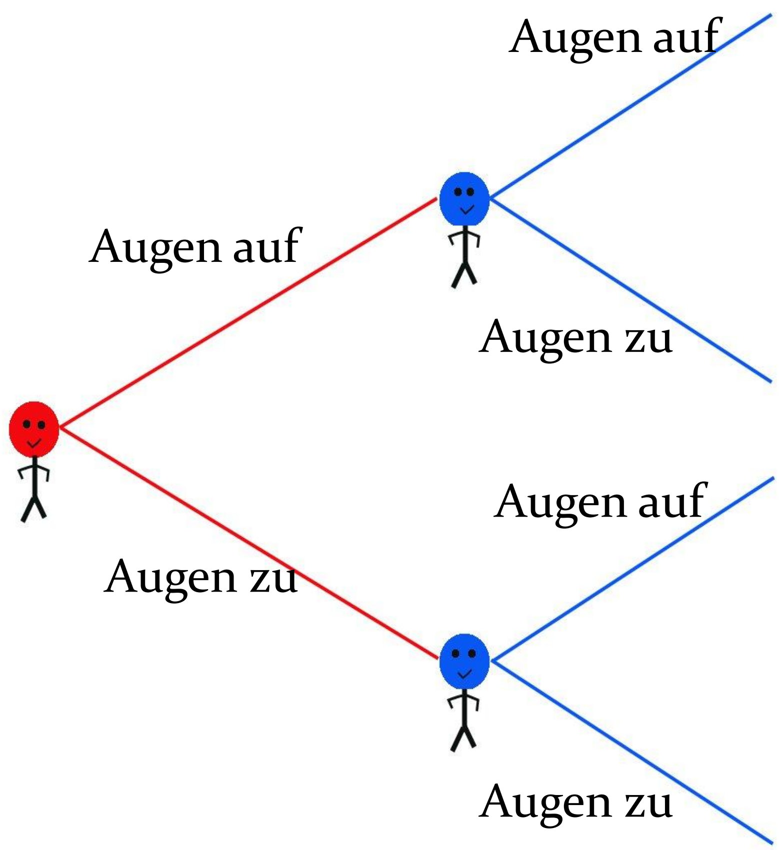
$\$^1(\text{Augen zu, Hand hoch}) = 0$

$\$^1(\text{Augen zu, Hand runter}) = 0$

Auszahlungsfunktion des 2. Spielers wie 1.

Dominantes Spiel (I I)

	$s_1^2 \mathrel{\hat{=}} Aa$	$s_1^2 \mathrel{\hat{=}} Az$
$s_1^1 \mathrel{\hat{=}} Aa$	(4 , 4)	(10 , 2)
$s_2^1 \mathrel{\hat{=}} Az$	(2 , 10)	(8 , 8)



$(2-Personen)-(2-Strategien)-Spiel \quad \Gamma:$

$\Gamma := (\mathrm{A}, (\mathrm{S}^1, \mathrm{S}^2), (\$^1, \$^2))$

Menge der Spieler : $\mathrm{A} = \{1,2\} = \{\text{Alice, Bob}\}$

Strategienmenge des 1-ten Spielers (Alice) :

$\mathrm{S}^1 = \{s_1^1, s_2^1\} = \{\text{Augen auf , Augen zu}\} = \{\text{Aa, Az}\}$

Strategienmenge des 2-ten Spielers :

$\mathrm{S}^2 = \{s_1^2, s_2^2\} = \{\text{Augen auf , Augen zu}\} = \{\text{Aa, Az}\}$

Auszahlungsfunktion des 1. und 2. Spielers :

$\$^1 : \mathrm{S}^1 \times \mathrm{S}^2 \to \mathfrak{R}$ und $\$^2 : \mathrm{S}^1 \times \mathrm{S}^2 \to \mathfrak{R}$ mit

$\$^1(\text{Aa, Aa}) = 4$ und $\$^2(\text{Aa, Aa}) = 4$

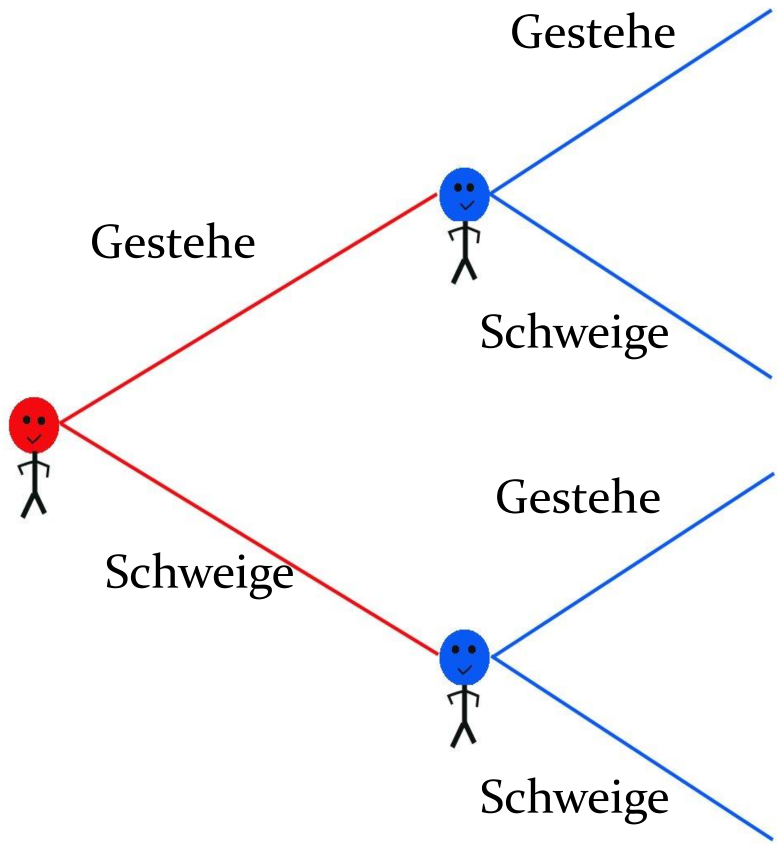
$\$^1(\text{Aa, Az}) = 10$ und $\$^2(\text{Aa, Az}) = 2$

$\$^1(\text{Az, Aa}) = 2$ und $\$^2(\text{Az, Aa}) = 10$

$\$^1(\text{Az, Az}) = 8$ und $\$^2(\text{Az, Az}) = 8$

Das Gefangenendilemma

	G	S
G	(-7 , -7)	(-1 , -9)
S	(-9 , -1)	(-3 , -3)



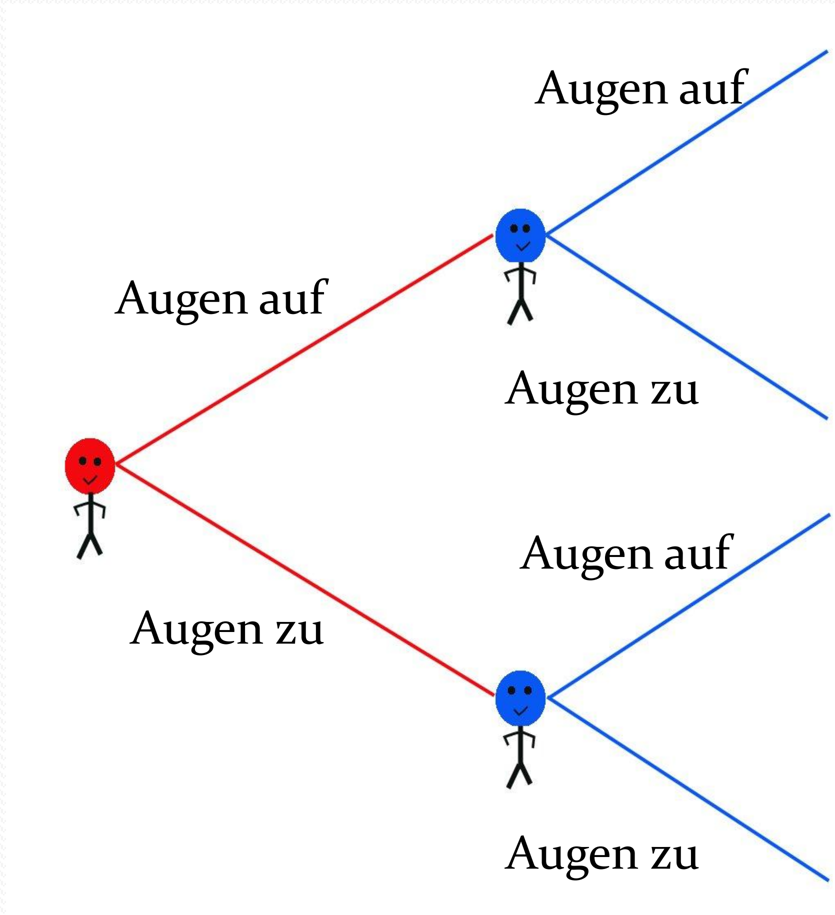
Bonnie und Clyde werden nach einem missglückten Banküberfall geschnappt und in verschiedenen Zellen untergebracht. Wenn beide schweigen kann der Staatsanwalt sie nur wegen verbotenen Waffenbesitzes für drei Jahre hinter Gitter bringen. Verrät jedoch einer den anderen, dann bekommt der Geständige als Zeuge der Anklage nur für ein Jahr hinter Gitter – der Nichtgeständige muss dann aber für neun Jahre ins Gefängnis. Gestehen beide, so müssen sie sieben Jahre absitzen.

Inhaltsübersicht des ersten Teils der Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Mathematische Grundlagen (Vokabeln)
   c) Definition eines Spiels in Normalform mit Auszahlung
   d) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
      i. Dominante Spiele
      ii. Koordinationsspiele
      iii. Anti-Koordinationsspiele
   e) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien

Koordinationsspiel

	$s_1^2 \hat{=} Aa$	$s_1^2 \hat{=} Az$
$s_1^1 \hat{=} Aa$	(7 , 7)	(9 , 5)
$s_2^1 \hat{=} Az$	(5 , 9)	(10 , 10)



$(2-\textit{Personen})-(2-\textit{Strategien})-\textit{Spiel} \quad \Gamma:$

$\Gamma := (\mathrm{A}, (\mathrm{S}^1, \mathrm{S}^2), (\$^1, \$^2))$

Menge der Spieler : $\mathrm{A} = \{1,2\} = \{\text{Alice, Bob}\}$

Strategienmenge des 1-ten Spielers (Alice) :

$\mathrm{S}^1 = \{s_1^1, s_2^1\} = \{\text{Augen auf , Augen zu}\} = \{\text{Aa, Az}\}$

Strategienmenge des 2-ten Spielers :

$\mathrm{S}^2 = \{s_1^2, s_2^2\} = \{\text{Augen auf , Augen zu}\} = \{\text{Aa, Az}\}$

Auszahlungsfunktion des 1. und 2. Spielers :

$\$^1 : \mathrm{S}^1 \times \mathrm{S}^2 \rightarrow \mathfrak{R}$ und $\$^2 : \mathrm{S}^1 \times \mathrm{S}^2 \rightarrow \mathfrak{R}$ mit

$\$^1(\text{Aa, Aa}) = 7$ und $\$^2(\text{Aa, Aa}) = 7$

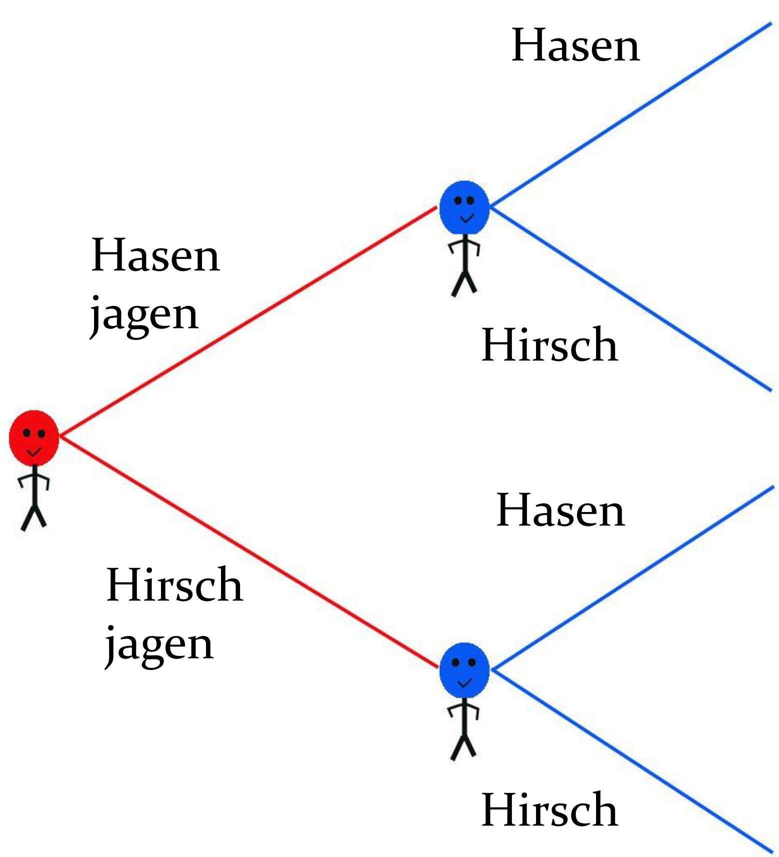
$\$^1(\text{Aa, Az}) = 9$ und $\$^2(\text{Aa, Az}) = 5$

$\$^1(\text{Az, Aa}) = 5$ und $\$^2(\text{Az, Aa}) = 9$

$\$^1(\text{Az, Az}) = 10$ und $\$^2(\text{Az, Az}) = 10$

Rousseaus Hirschjagt - Spiel

	Hasen	Hirsch
Hasen	(2 , 2)	(4 , 0)
Hirsch	(0 , 4)	(5 , 5)



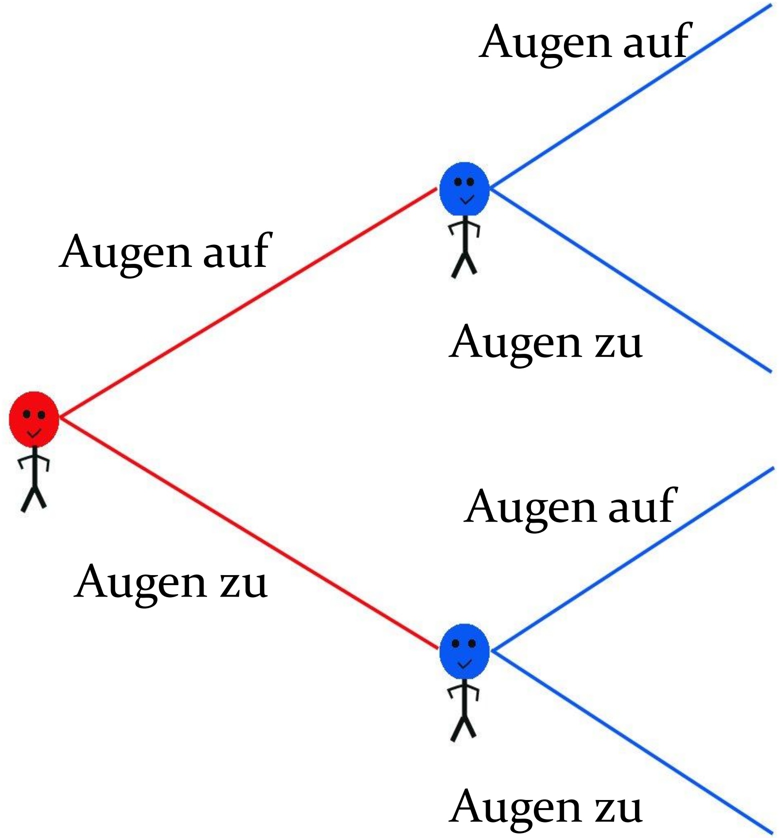
Zwei Jägern ist es im Laufe der Jagt gelungen einen Hirsch und vier Hasen einzukreisen. Die Jäger stehen nun vor der Entscheidung die Hasen entkommen zu lassen und gemeinsam den Hirsch zu erlegen oder sofort das Feuer auf die Hasen zu eröffnen. Entscheiden sich beide dafür den Hirsch zu erlegen, dann hat der Hirsch keine Chance. Einen Hirsch kann man für 10 Goldmünzen verkaufen. Entscheiden sich beide für die Hasenjagt, dann erschießt jeder Jäger zwei Hasen, für die man jeweils eine Goldmünze bekommt. Entscheidet sich jedoch nur einer für die Hirschjagt, so kann der Hirsch entkommen und derjenige der sich für die Hasenjagt entschieden hat kann alle vier Hasen erlegen.

Inhaltsübersicht des ersten Teils der Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Mathematische Grundlagen (Vokabeln)
   c) Definition eines Spiels in Normalform mit Auszahlung
   d) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
      i. Dominante Spiele
      ii. Koordinationsspiele
      iii. Anti-Koordinationsspiele
   e) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien

Anti - Koordinationsspiel

	$s_1^2 \mathrel{\hat=} Aa$	$s_1^2 \mathrel{\hat=} Az$
$s_1^1 \mathrel{\hat=} Aa$	$(5\,,\,5)$	$(10\,,\,7)$
$s_2^1 \mathrel{\hat=} Az$	$(7\,,\,10)$	$(8\,,\,8)$



$(2-\mathit{Personen})-(2-\mathit{Strategien})-\mathit{Spiel}\quad \Gamma:$

$\Gamma := (A, (S^1, S^2), (\$^1, \$^2))$

Menge der Spieler : $\quad A = \{1,2\} = \{\text{Alice, Bob}\}$

Strategienmenge des 1-ten Spielers (Alice) :

$S^1 = \{s_1^1, s_2^1\} = \{\text{Augen auf , Augen zu}\} = \{Aa, Az\}$

Strategienmenge des 2-ten Spielers :

$S^2 = \{s_1^2, s_2^2\} = \{\text{Augen auf , Augen zu}\} = \{Aa, Az\}$

Auszahlungsfunktion des 1. und 2. Spielers :

$\$^1 : S^1 \times S^2 \rightarrow \Re$ und $\$^2 : S^1 \times S^2 \rightarrow \Re$ mit

$\$^1(Aa, Aa) = 5$ und $\$^2(Aa, Aa) = 5$

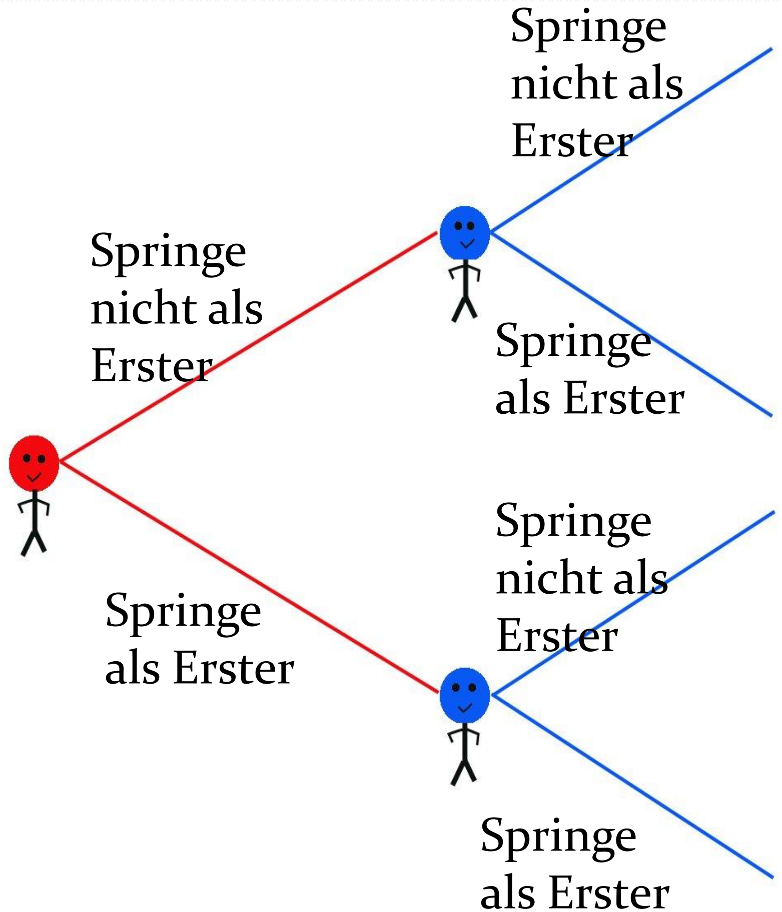
$\$^1(Aa, Az) = 10$ und $\$^2(Aa, Az) = 7$

$\$^1(Az, Aa) = 7$ und $\$^2(Az, Aa) = 10$

$\$^1(Az, Az) = 8$ und $\$^2(Az, Az) = 8$

Das Angsthasen-Spiel

	Springe nicht	Springe
Springe nicht	(-1 , -1)	(2 , 0)
Springe	(0 , 2)	(1 , 1)



Basierend auf dem Film von Nicholas Ray „Denn sie wissen nicht was sie tun“ aus dem Jahre 1955:
Jimbo und sein Erzfeind Buzz machen eine Mutprobe und rasen in ihren Autos auf eine Klippe zu. Derjenige ist der Angsthase, der als erster aus seinem Auto rausspringt. Der erzielte Nutzen kann zum Beispiel wie oben angegeben quantifiziert werden.

Inhaltsübersicht des ersten Teils der Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
   a) Einleitung
   b) Mathematische Grundlagen (Vokabeln)
   c) Definition eines Spiels in Normalform mit Auszahlung
   d) Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
      i. Dominante Spiele
      ii. Koordinationsspiele
      iii. Anti-Koordinationsspiele
   e) Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien

Beispiel: Schere-Stein-Papier

$(2-\textit{Personen})-(3-\textit{Strategien})-\textit{Spiel}\quad \Gamma:$

$\Gamma := (A, (S^1, S^2), (\$^1, \$^2))$

$\textit{Menge}$ der Spieler : $A = \{1,2\} = \{\text{Alice, Bob}\}$

Strategienmenge des 1-ten Spielers (Alice) :

$S^1 = \{s^1_1, s^1_2, s^1_3\} = \{\textit{Stein}, \textit{Schere}, \textit{Papier}\}$

Strategienmenge des 2-ten Spielers :

$S^2 = \{s^1_1, s^1_2, s^1_3\} = \{\textit{Stein}, \textit{Schere}, \textit{Papier}\}$

Auszahlungsfunktion des 1. und 2. Spielers :

$\$^1 : S^1 \times S^2 \to \Re$ und $\$^2 : S^1 \times S^2 \to \Re$ mit

$\$^1(\textit{Stein}, \textit{Stein}) = 0$ und $\$^2(\textit{Stein}, \textit{Stein}) = 0$

$\$^1(\textit{Stein}, \textit{Schere}) = 1$ und $\$^2(\textit{Stein}, \textit{Schere}) = -1$

$\$^1(\textit{Stein}, \textit{Papier}) = -1$ und $\$^2(\textit{Stein}, \textit{Papier}) = 1$

...

	Stein	**Schere**	**Papier**
Stein	(0,0)	(1,-1)	(-1,1)
Schere	(-1,1)	(0,0)	(1,-1)
Papier	(1,-1)	(-1,1)	(0,0)

Inhaltsübersicht des ersten Teils der Vorlesung

1. Grundlagen der Spieltheorie
    i. Einleitung
    ii. Mathematische Grundlagen (Vokabeln)
    iii. Definition eines Spiels in Normalform mit Auszahlung
    iv. Beispiel: Zwei Spieler – Zwei Strategien
        i. Dominante Spiele
        ii. Koordinationsspiele
        iii. Anti-Koordinationsspiele
        iv. Beispiel: Zwei Spieler – Drei Strategien

Klassifizierung von Spielen

- Simultan oder sequentiell
- Gemeinsames Interesse oder Interessenkonflikt
- Einmaliges Spiel oder Wiederholung
- Vollständige oder unvollständige Information
- Sind die Spielregeln festgelegt oder manipulierbar
- Sind Vereinbarungen durchsetzbar

Literaturangaben

(Bitte zunächst nicht lesen -> viel zu mathematisch!)

- *Schlee, Walter* **Einführung in die Spieltheorie**, Vieweg, 2004
- *Jörgen W. Weilbull* **Evolutionary Game Theory**, The MIT Press, 1995
- *J. Hofbauer, K. Sigmund* **Evolutionary Games and Population Dynamics**, *Cambridge* UP, 1998
- *Erwin Amann* **Evolutionäre Spieltheorie**, Physica-Verlag, 1999
- *H. Rommelfanger,* **Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, …**

Hausaufgabe

- Wer ist John Forbes Nash Jr. ?