

# Physik der sozio-ökonomischen Systeme *mit dem Computer*

*JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT  
04.12.2020*

*MATTHIAS HANAUSKE*

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES  
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT  
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK  
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK  
D-60438 FRANKFURT AM MAIN  
GERMANY*

## 5. Vorlesung

Aufgrund der Corona Krise findet die Vorlesung und die freiwilligen Übungstermine in diesem Semester nur Online statt.

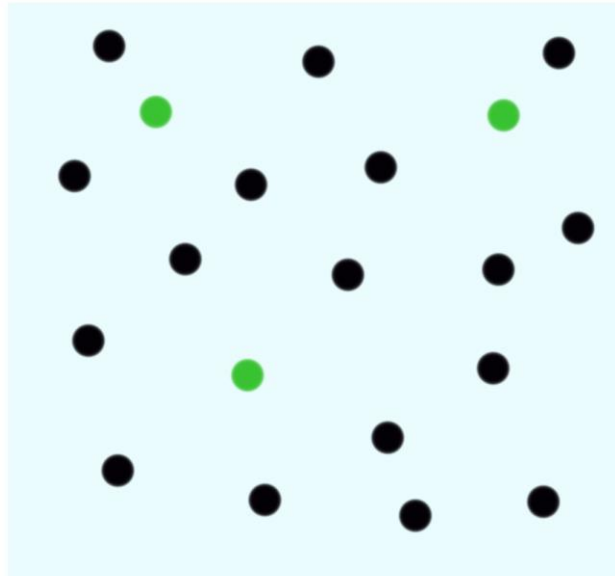
# Plan für die heutige Vorlesung

- Kurze Wiederholung der Inhalte der 4. Vorlesung
- Einführung in die evolutionäre Spieltheorie
  - Die Differentialgleichung eines evolutionären, symmetrischen  $(2 \times 3)$ -Spiels
    - Die 19 Zeeman – Klassen
- Anwendungsfelder Spieltheorie
  - Anwendungsfelder in den Wirtschafts- Sozialwissenschaften und Biologie
    - Experimentelle Ökonomie
    - Die Finanzkrise als Falke-Taube Spiel
    - Die Entstehung einer dritten Strategie im Elfmeter-Spiel (Nesken Effekt)
    - Evolutionäre Entwicklung einer Eidechsen Population als symmetrisches  $(2 \times 3)$ -Spiel
    - Das Räuber-Beute Spiel und die Lotka-Volterra-Gleichung
    - Die Klimakrise als Populationsdilemma

# Evolutionäre Spieltheorie

## Symmetrische (2x2)-Spiele einer Population

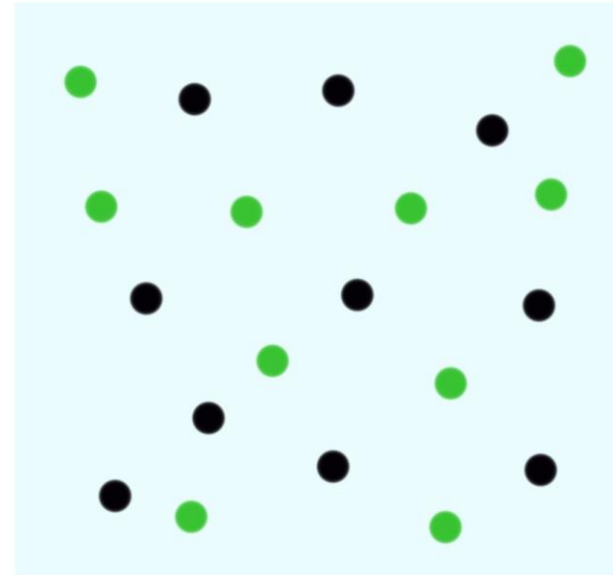
Die evolutionäre Spieltheorie betrachtet die zeitliche Entwicklung des strategischen Verhaltens einer gesamten Spielerpopulation.



$$x(0)=0.15$$



zeitliche  
Entwicklung  
der  
Population



$$x(10)=0.5$$

Mögliche Strategien: (grün, schwarz), Parameter  $t$  stellt die „Zeit“ dar.  
 $x(t)$  : Anteil der Spieler, die im Zeitpunkt  $t$  die Strategie „grün“ spielen.

Nimmt man zusätzlich ein symmetrisches Spiel an ( $\hat{\$} := \hat{\$}^A = \left(\hat{\$}^B\right)^T$ ), in welchem die Auszahlungswerte (Fitness-Werte) der Populationsgruppen gleich sind, so kann man die beiden Gruppen von ihrer mathematischen Struktur her als ununterscheidbare Spielergruppen mit identischen Populationsvektoren  $x(t) = y(t)$  annehmen. Die Differentialgleichung schreibt sich dann wie folgt:

$$\frac{dx(t)}{dt} = [(\$_{11} - \$_{21})(x - x^2) + (\$_{12} - \$_{22})(1 - 2x + x^2)] x(t) =: g(x) \quad (3)$$

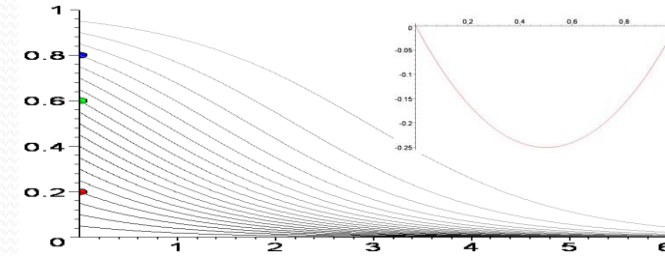
Verallgemeinert man diese Differentialgleichung wieder auf mehr als zwei Strategien, so kann man abkürzend die folgende Formulierung schreiben:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \hat{\mathbf{x}} \left( \hat{\$} \vec{x} \right) - \left( \left( \hat{\$} \vec{x} \right)^T \vec{x} \right) \vec{x}$$

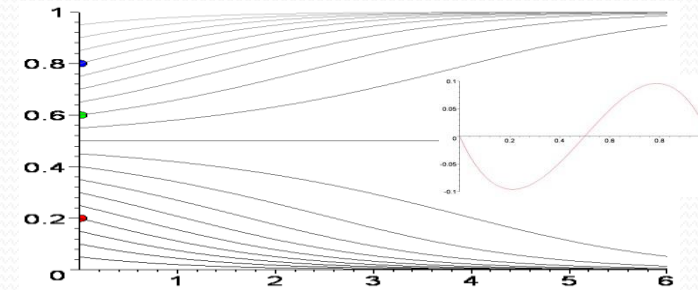


# Klassifizierung von evolutionären, symmetrischen (2x2)-Spielen

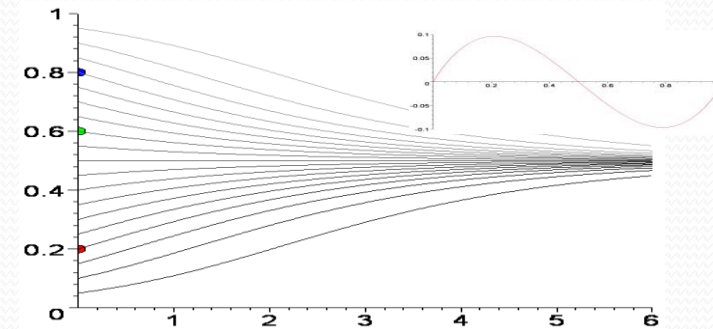
- **Dominante Spiele**  
(2. Strategie dominiert 1.Strategie)  
Es existiert ein Nash - Gleichgewicht, welches die anderen Strategien dominiert. ESS bei  $x=0$ .



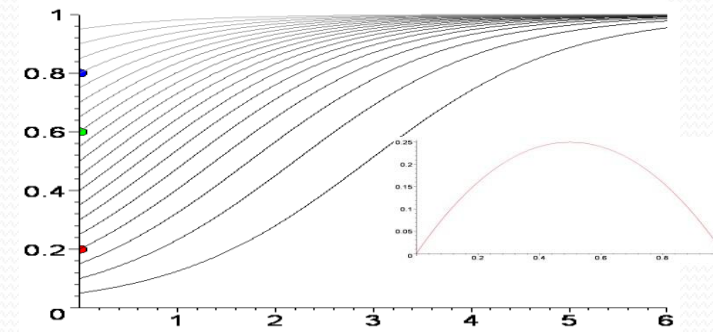
- **Koordinationsspiele**  
Es existieren drei Nash - Gleichgewichte und zwei reine ESS, die abhängig von der Anfangsbedingung realisiert werden.



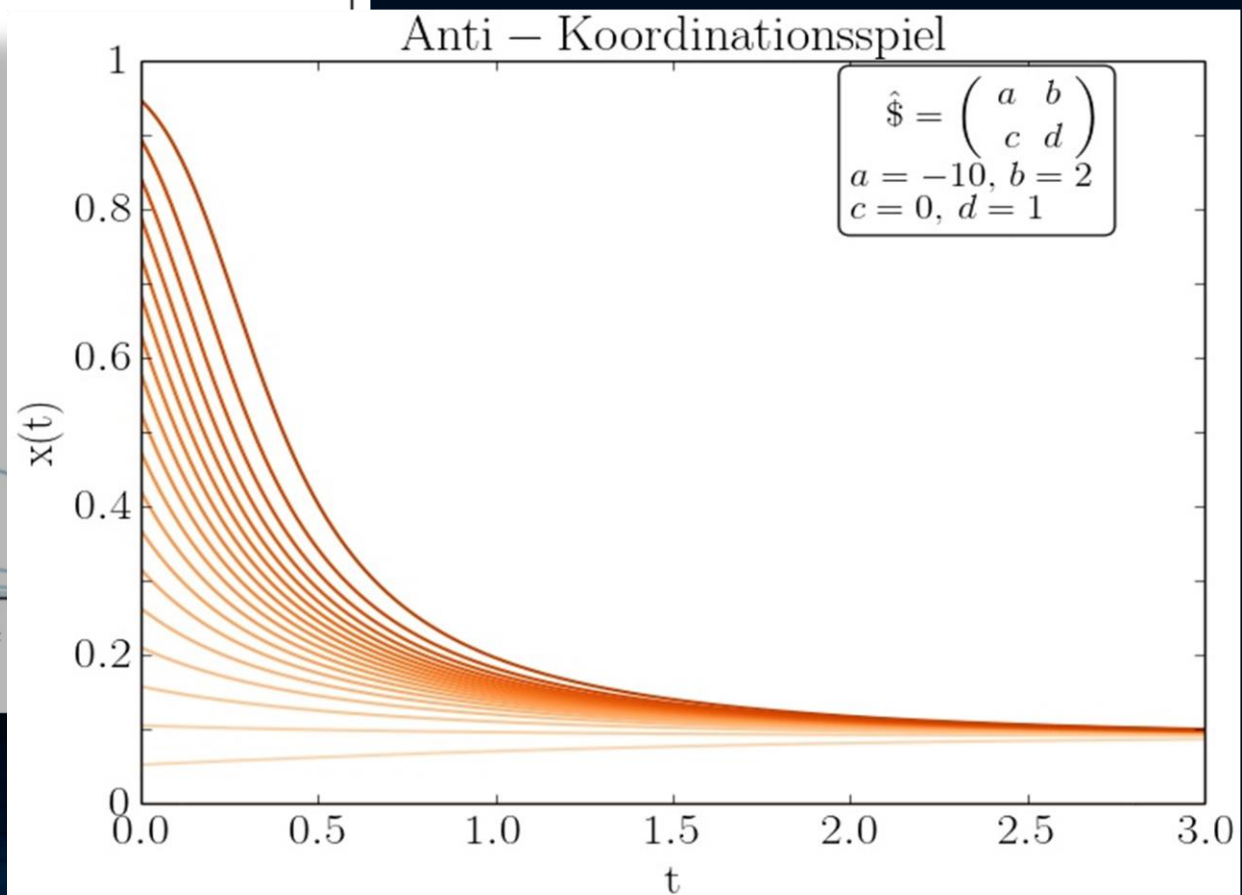
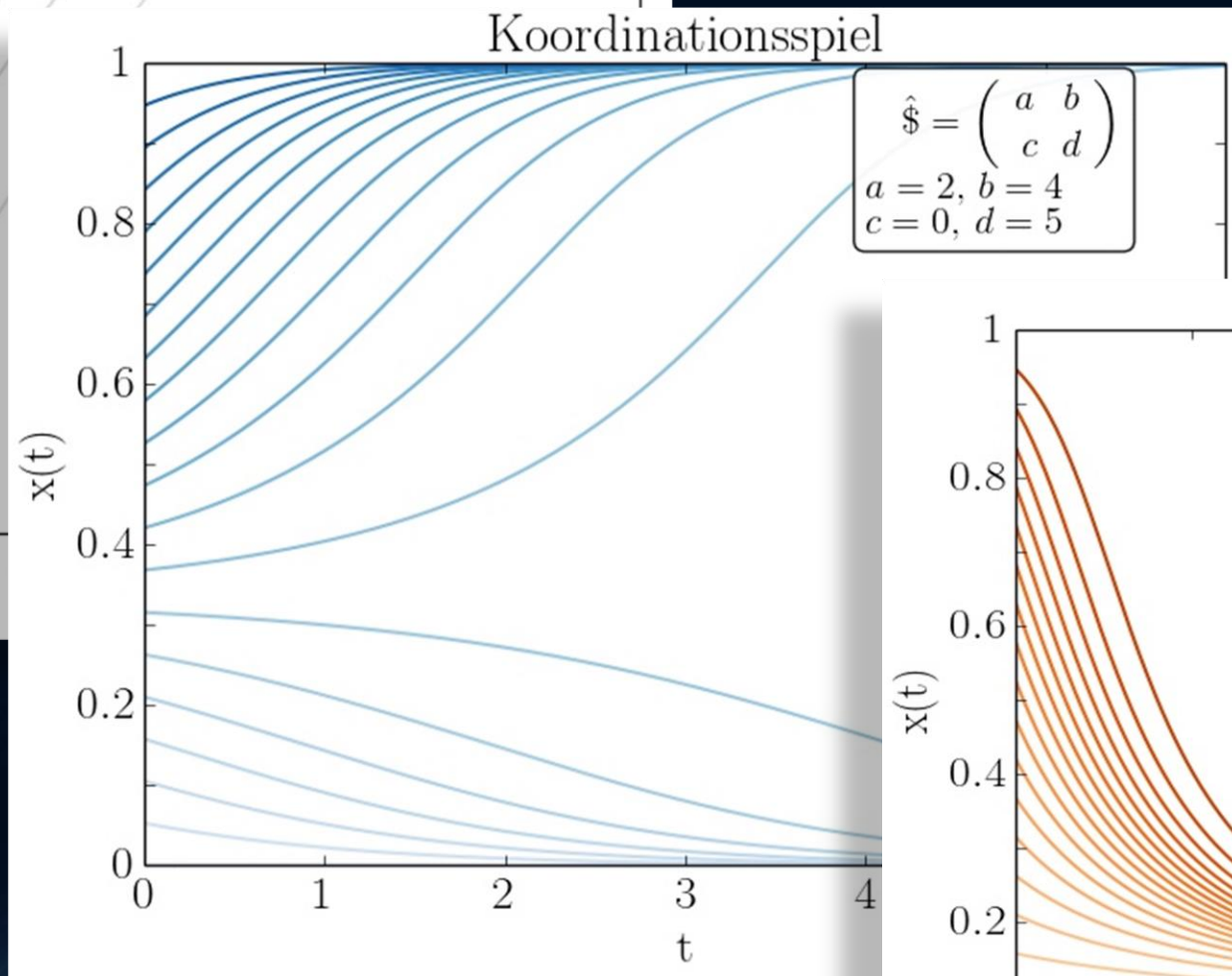
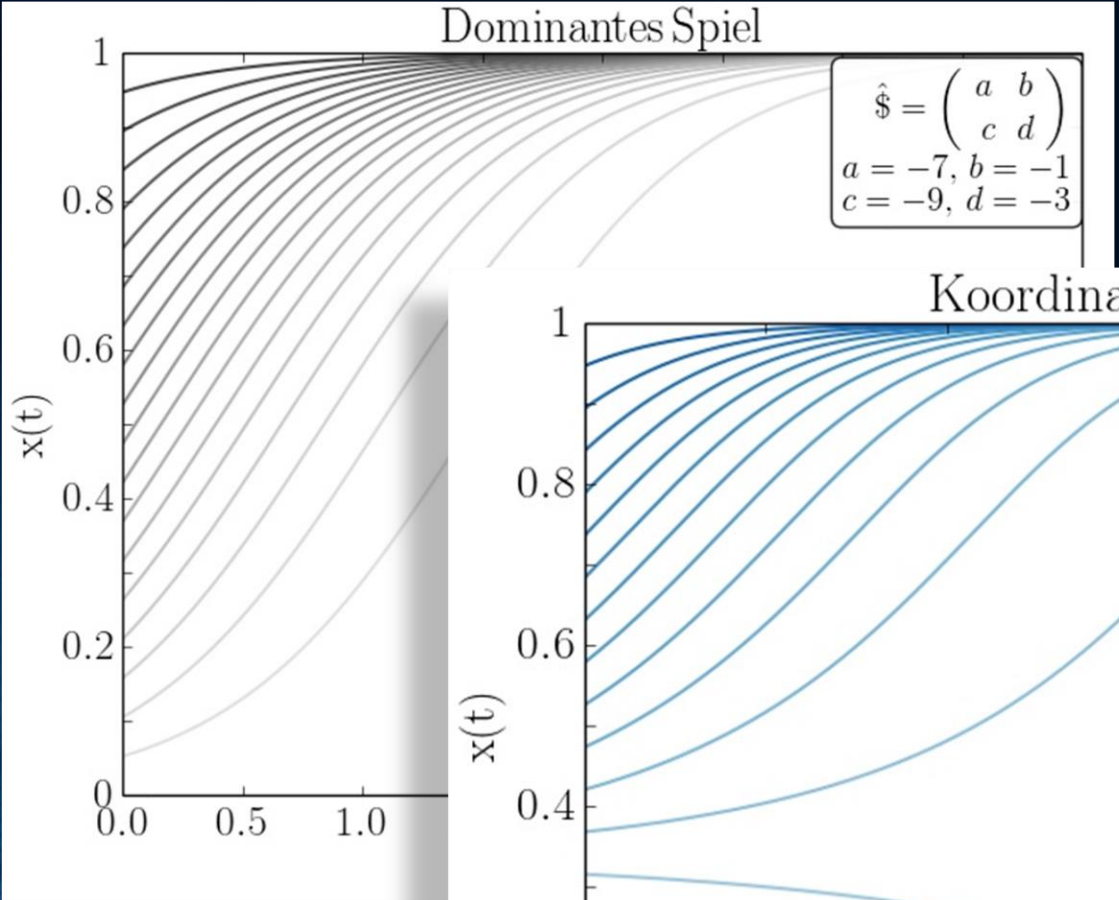
- **Anti - Koordinationsspiele**  
Es existieren drei Nash - Gleichgewichte aber nur eine gemischte ESS, die unabhängig von der Anfangsbedingung realisiert wird.



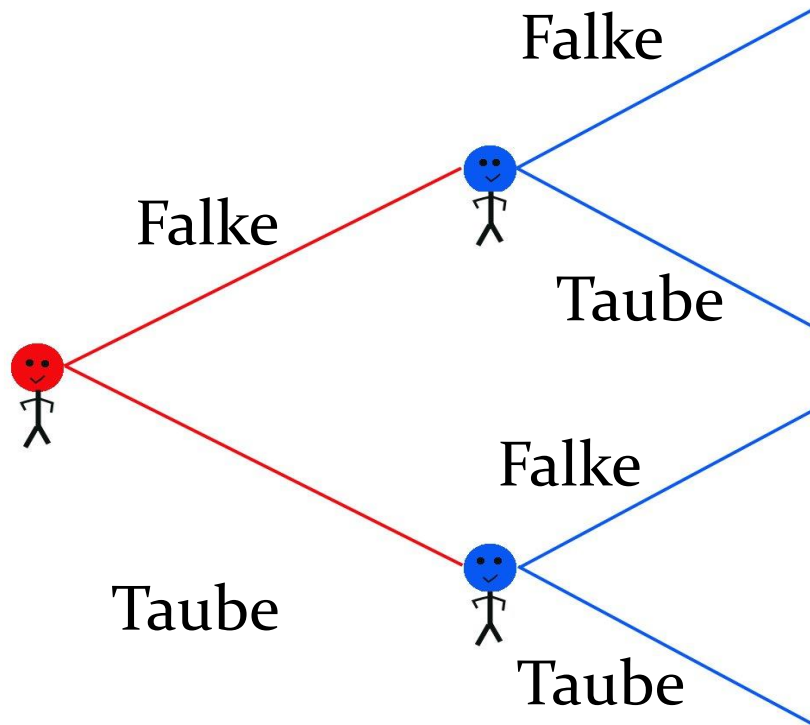
- **Dominante Spiele**  
(1. Strategie dominiert 2.Strategie)  
Es existiert ein Nash - Gleichgewicht, welches die anderen Strategien dominiert. ESS bei  $x=1$ .



# Lösen des evolutionären Spiels mit Python Version evol1.py



# Das Falke-Taube Spiel



	Falke	Taube
Falke	$\left(\frac{p_h - d}{2}, \frac{p_h - d}{2}\right)$	$(p_h, 0)$
Taube	$(0, p_h)$	$\left(\frac{p_m}{2}, \frac{p_m}{2}\right)$

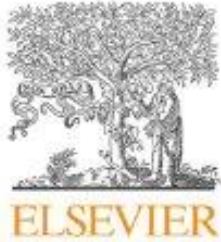
Das Falke-Taube-Spiel modelliert ursprünglich den Wettkampf um eine Ressource (z.B. Nistplatz). Das Spiel wird jedoch oft auch auf andere Systeme angewendet, wobei die Taube-Strategie eine friedliche Verhaltensweise symbolisiert und die Falke-Strategie ein aggressives Verhalten. Im folgenden Artikel wird das Falke-Taube-Spiel auf den Immobilien-Investmentmarkt angewendet (Spieler-Population: Investmentbanker).

Parameter setting	Risk of destabilisation	$d$	$p_h$	$p_m$
P1	LOW	6	5	3
P2	MEDIUM	10	5	3
P3	HIGH	20	5	3

TABLE II: Parameters of the three different sets of the underlying payoff matrix used to model the investment market of the Hawk-Dove game.

TABLE I: Payoff matrix for investment bankers  $A$  and  $B$  within the Hawk-Dove game. The parameters are defined as follows:  $p_h$ : high selling premium,  $d$ : disutility resulting from fighting and  $p_m$ : moderate selling premium.





Contents lists available at ScienceDirect

Physica A

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/physa](http://www.elsevier.com/locate/physa)

## Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory based analysis of financial crises

Matthias Hanauske<sup>a,\*</sup>, Jennifer Kunz<sup>b</sup>, Steffen Bernius<sup>a</sup>, Wolfgang König<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Institute of Information Systems, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

<sup>b</sup> Chair of Controlling & Auditing, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

<sup>c</sup> House of Finance, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 14 April 2009

Received in revised form 22 April 2010

Available online 15 June 2010

#### Keywords:

Evolutionary game theory

Quantum game theory

Hawk–dove game

Financial crisis

### ABSTRACT

The last financial and economic crisis demonstrated the dysfunctional long-term effects of aggressive behaviour in financial markets. Yet, evolutionary game theory predicts that under the condition of strategic dependence a certain degree of aggressive behaviour remains within a given population of agents. However, as a consequence of the financial crisis, it would be desirable to change the “rules of the game” in a way that prevents the occurrence of any aggressive behaviour and thereby also the danger of market crashes. The paper picks up this aspect. Through the extension of the well-known hawk–dove game by a quantum approach, we can show that dependent on entanglement, evolutionary stable strategies also can emerge, which are not predicted by the classical evolutionary game theory and where the total economic population uses a non-aggressive quantum strategy.

© 2010 Elsevier B.V. All rights reserved.

Wie entwickelt sich der Populationsvektor  $x(t)$  der Investmentbanker im Laufe der Zeit?

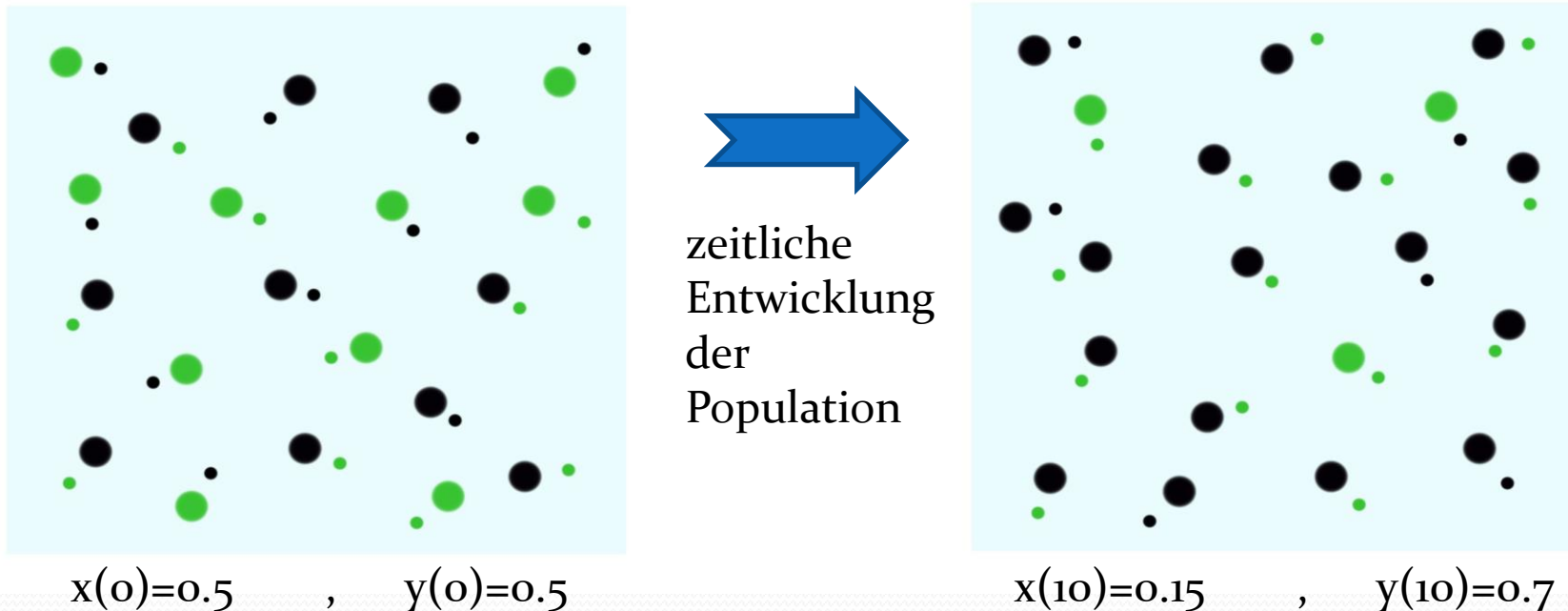
Benutzen Sie hierbei die drei unterschiedlichen Parametersets der vorigen Folie.



# Evolutionäre Spieltheorie

## Unsymmetrische (2x2)-Spiele (Bimatrixspiele) zweier Populationen

Bei unsymmetrischen (2x2)-Spiele besteht die zugrundeliegende Population aus zwei Gruppen (hier große und kleine Kreise). Aufgrund der unterschiedlichen Auszahlungsmatrizen können die Populationsgruppen sich in ihren Strategieentscheidungen (**grün**, schwarz) unterschiedlich entwickeln.



Mögliche Strategien: (**grün**, schwarz), Parameter  $t$  stellt die „Zeit“ dar.

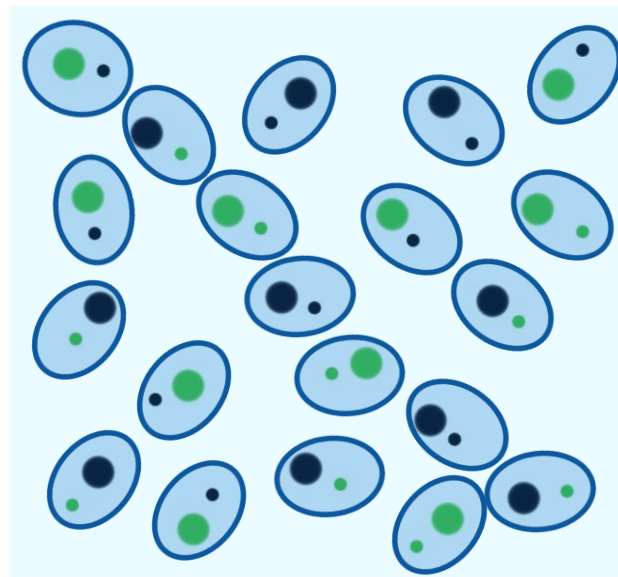
$x(t)$  : Anteil der großen Spieler, die im Zeitpunkt  $t$  die Strategie „**grün**“ spielen.

$y(t)$  : Anteil der kleinen Spieler, die im Zeitpunkt  $t$  die Strategie „**grün**“ spielen.

# Evolutionäre Spieltheorie

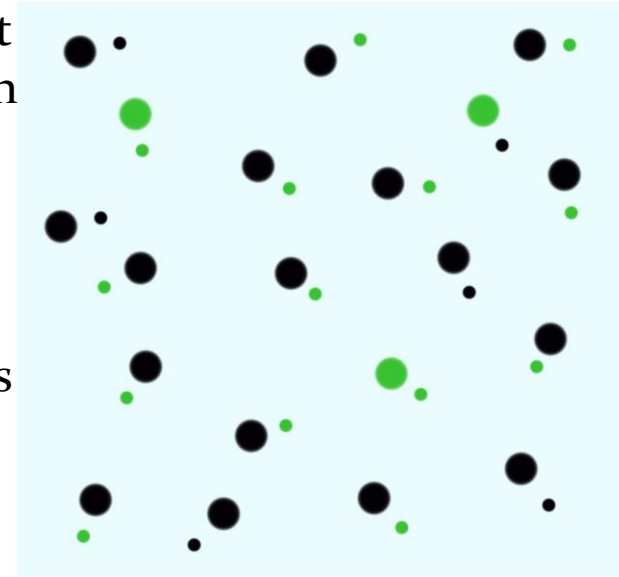
## Unsymmetrische (2x2)-Spiele (Bimatrixspiele)

Die einzelnen Akteure innerhalb der betrachteten gesamten Population spielen ein andauernd sich wiederholendes Spiel miteinander, wobei sich jeweils zwei Spieler mit unterschiedlichen Gruppenzugehörigkeiten zufällig treffen, das Spiel spielen und danach zu dem nächsten Spielpartner der anderen Gruppe wechseln.



$x(10)=0.5$  ,  $y(10)=0.5$

Die Anfangspopulation von Spielern spielt zum Zeitpunkt  $t=0$  das erste Mal das Spiel. Es bilden sich stets Zweier-Gruppen aus großen und kleinen Kreisen.



$x(10)=0.15$  ,  $y(10)=0.7$

Das evolutionäre Spiel schreitet voran und die grüne Strategie wird für die kleinen Spieler zunehmend attraktiver ( $y(10)=0.7$ ), wohingegen sie für die großen Spieler zunehmend weniger attraktiv wird ( $x(10)=0.15$ ).

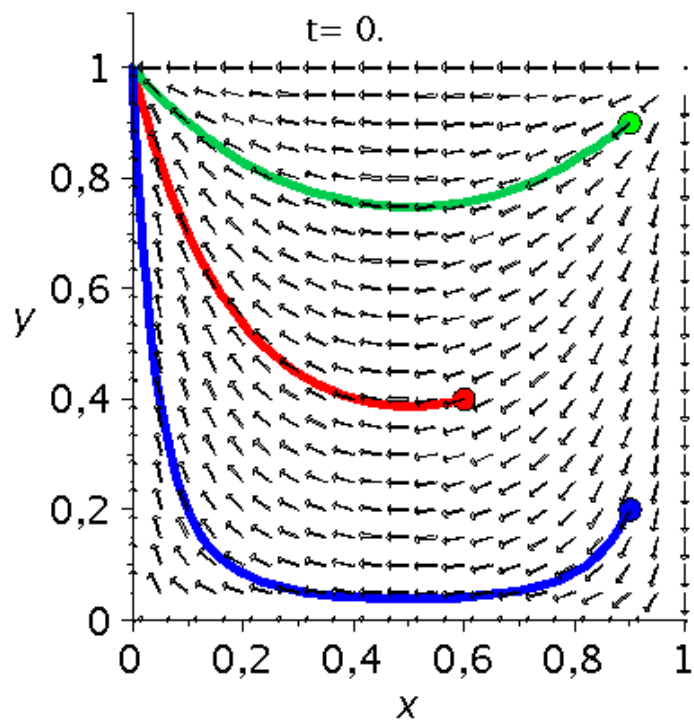
Wir beschränken uns im folgenden auf den 2-Strategien Fall ( $m_A = m_B = 2$ ), lassen jedoch weiter eine Unsymmetrie der Auszahlungsmatrix zu. Die beiden Komponenten der zweidimensionalen gruppenspezifischen Populationsvektoren lassen sich dann, aufgrund ihrer Normalisierungsbedingung, auf eine Komponente reduzieren ( $x_2^A = 1 - x_1^A$  und  $x_2^B = 1 - x_1^B$ ). Das zeitliche Verhalten der Komponenten der Populationsvektoren (Gruppe A:  $x(t) := x_1^A(t)$  und Gruppe B:  $y(t) := x_1^B(t)$ ) wird in der Reproduktionsdynamik mittels des folgenden Systems von Differentialgleichungen beschrieben (siehe z.B. [4], S:116 oder [3], S:69):

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= [(\beta_{11}^A + \beta_{22}^A - \beta_{12}^A - \beta_{21}^A) y(t) + (\beta_{12}^A - \beta_{22}^A)] (x(t) - (x(t))^2) =: g_A(x, y) \\ \frac{dy(t)}{dt} &= [(\beta_{11}^B + \beta_{22}^B - \beta_{12}^B - \beta_{21}^B) x(t) + (\beta_{12}^B - \beta_{22}^B)] (y(t) - (y(t))^2) =: g_B(x, y) \end{aligned} \quad (2)$$

# Klassifizierung von Bi-Matrix Spielen

## Eckspiele

Die Spielklasse der Gruppe A oder der Gruppe B ist ein Dominantes Spiel



## Sattelspiele

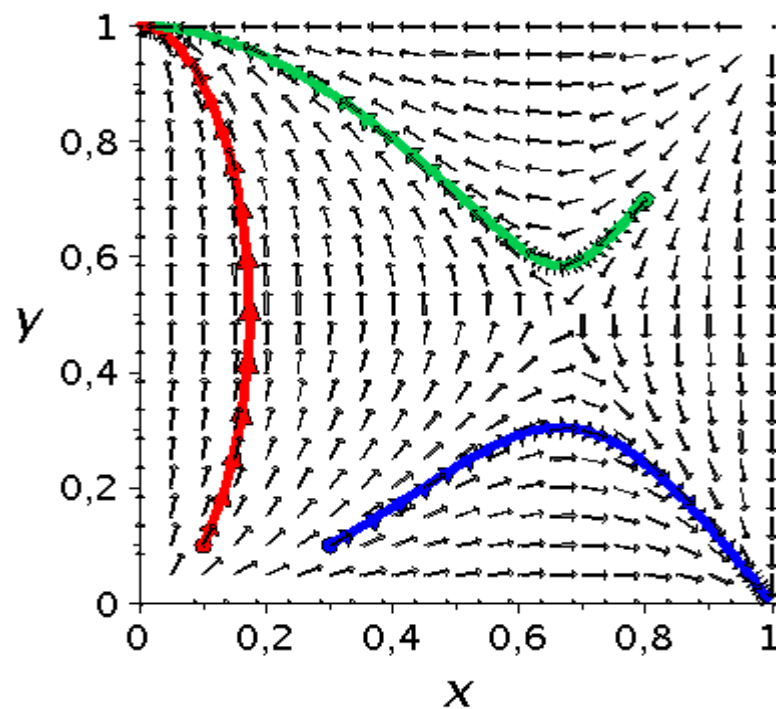
Spiel A: Koordinationsspiel

Spiel B: Koordinationsspiel

oder

Spiel A: Anti-Koordinationsspiel

Spiel B: Anti-Koordinationsspiel



## Zentrumsspiele

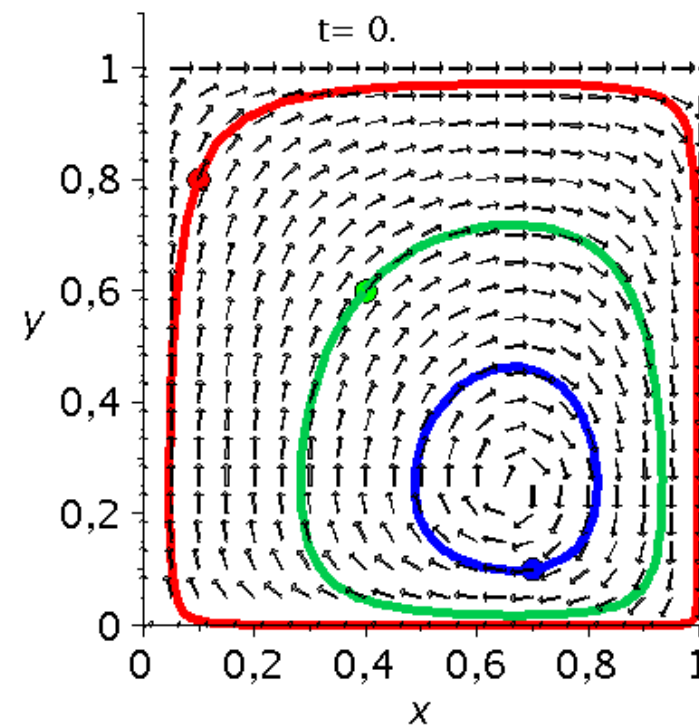
Spiel A: Koordinationsspiel

Spiel B: Anti-Koordinationsspiel

oder

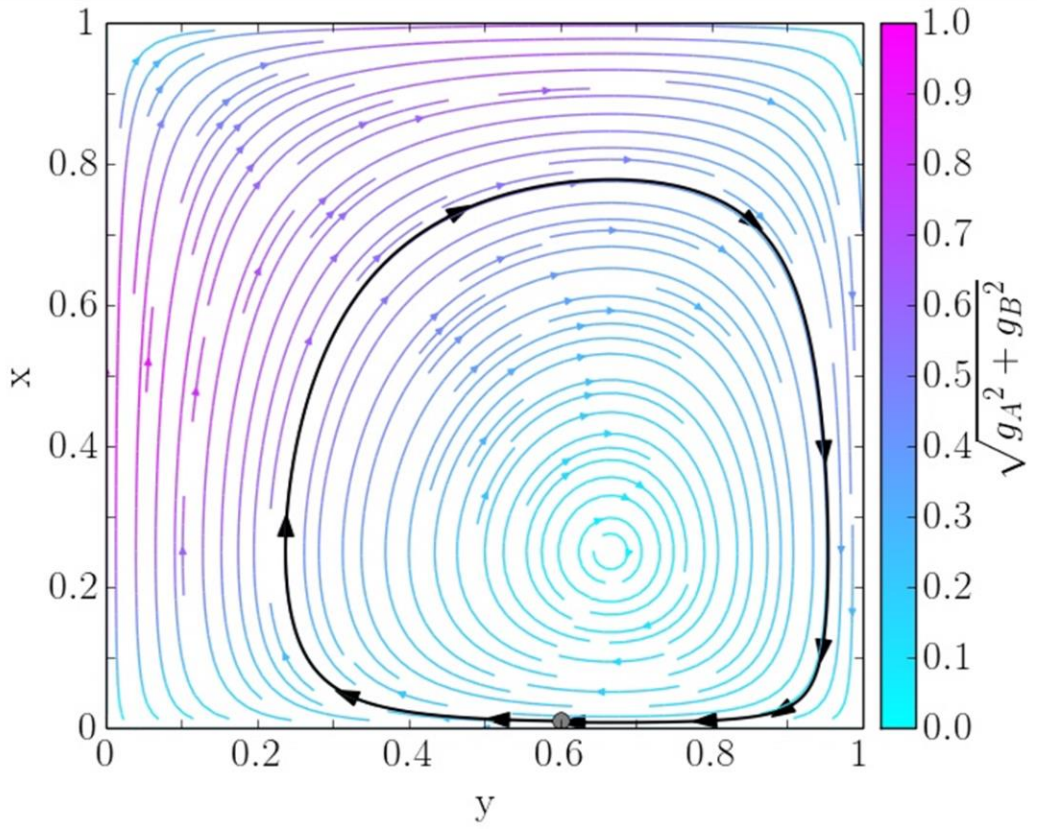
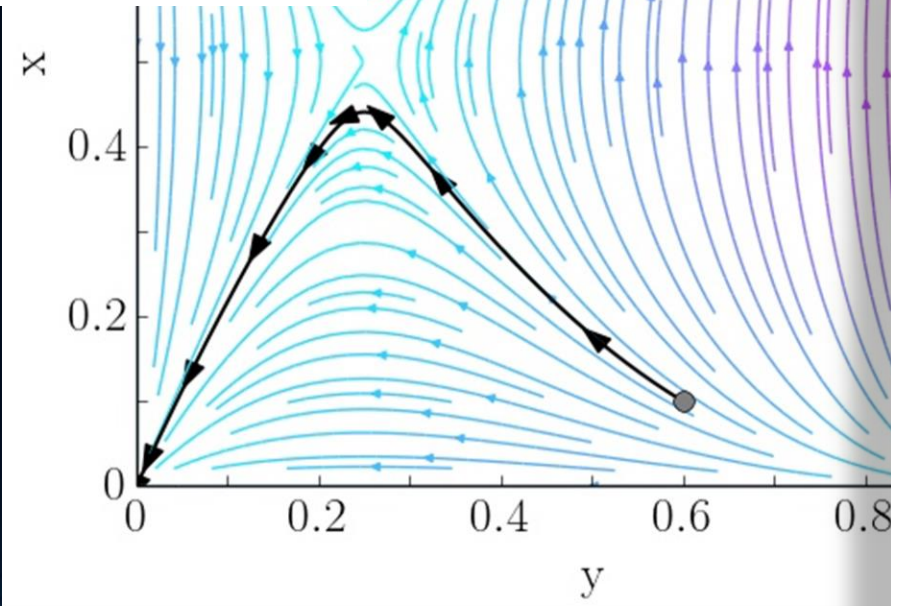
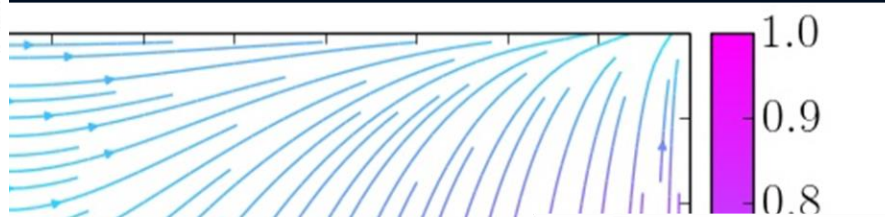
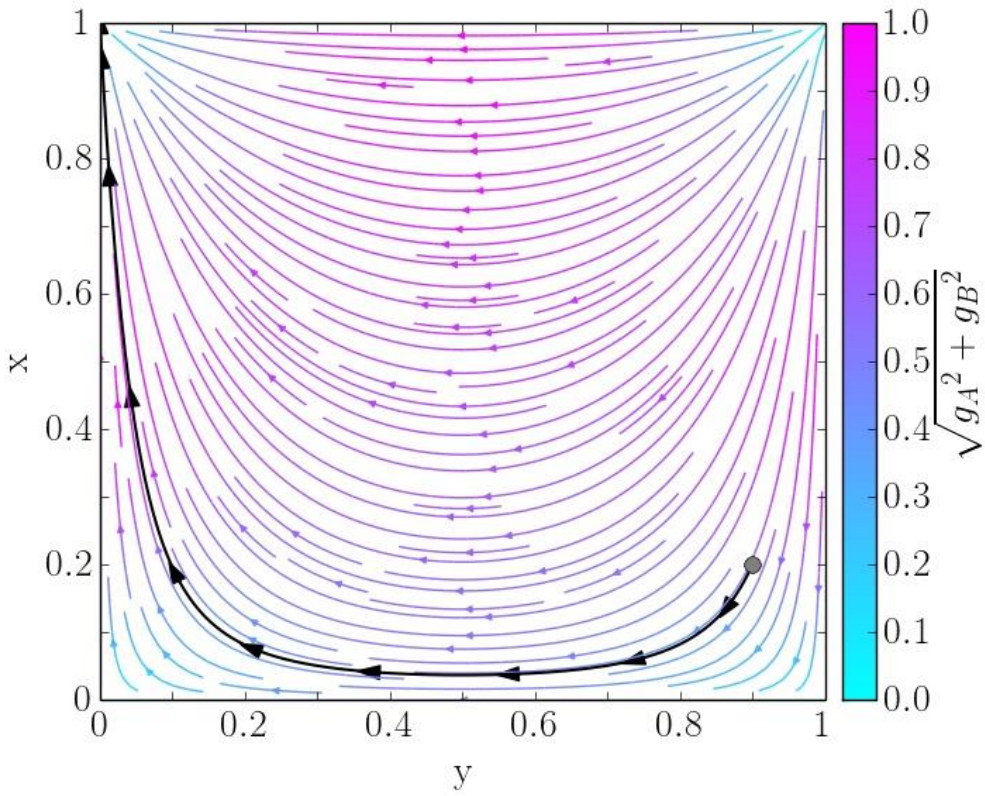
Spiel A: Anti-Koordinationsspiel

Spiel B: Koordinationsspiel





# Bi-Matrix Spiele mit Python Version bimatrix1.py



# Das Spiel der Geldpolitik

Fiskalbehörde Geldbehörde	Keine neuen Schulden	Weiter Schulden machen
Finanzierung des Staatsdefizits über inflationäre Geldschöpfung	(3, 3)	(2, 4)
Stabile Geldpolitik	(4, 2)	(0, 0)

Eine nationale, oder auch europäische Geldpolitik ist stets in einem fiskalpolitischen Diskurs. Die Geldbehörde (Zentralbank), die z.B. durch eine Verknappung der Geldmenge (kontraktive/restriktive) Geldpolitik bzw. eine Ausdehnung der Geldmenge (expansive Geldpolitik), eine stabile bzw. unstabile Strategie wählen kann, ist bestrebt ihre geldpolitischen Ziele (z.B. Preisniveaustabilität) durchzusetzen. Sowohl die Entscheidungsträger der Geldpolitik als auch die Politiker, welche eine fiskalpolitische Entscheidungen zu treffen haben, befinden sich in einem wiederholten Spiel. Laut Gerhard Illing (Theorie der Geldpolitik, Kapitel 10.2) ist das gesamte geldpolitische Spiel, in erster Näherung, wie in der obigen Spielmatrix zu approximieren. Zusätzlich wirkt das globale Finanznetzwerk, zusammengesetzt (unter anderem) aus einer Vielzahl von Spekulanten, auf die Regierung ein, indem sie durch spekulativen Devisenhandel Währungskurse attackieren. Näheres siehe: Hochschul-Sommerkurses 2011, „Money, Money, Money: Deutschlands Wirtschafts- und Finanzleben“ ([https://itp.uni-frankfurt.de/~hanauske/new/HSK\\_2011/index.html](https://itp.uni-frankfurt.de/~hanauske/new/HSK_2011/index.html))

# Das Spiel der Geldpolitik

Fiskalbehörde Geldbehörde	Keine neuen Schulden	Weiter Schulden machen
Finanzierung des Staatsdefizits über inflationäre Geldschöpfung	(3, 3)	(2, 4)
Stabile Geldpolitik	(4, 2)	(0, 0)

Obwohl hier eine symmetrische Spielmatrix vorliegt, ist das zugrundeliegende Spiel als Bi-Matrix Spiel zu beschreiben. In welche Klasse von Bi-Matrix Spielen ist das Spiel einzuordnen? Beschreiben Sie die möglichen zeitlichen Entwicklungen.

Benutzen Sie hierbei das folgende Maple oder Python Programm:

- 1) Bi-Matrix Spiele (Maple): <https://itp.uni-frankfurt.de/~hاناuske/VPSOC/T1/maple/I-2-4/BiMatrix1.html>
- 2) Bi-Matrix Spiele (Python): <https://itp.uni-frankfurt.de/~hاناuske/VPSOC/T2/python/bimatrix1.py>



# Replikatorodynamik (2xM)-Spiele

Wir beschränken uns zunächst auf symmetrische (2xM)-Spiele, d.h. zwei Personen - M Strategien Spiele. Da es sich um symmetrische Spiele handelt, sind alle Spieler gleichberechtigt und man kann von einer homogenen Population ausgehen. Die Differentialgleichung der Replikatorodynamik beschreibt wie sich die einzelnen Populationsanteile der zur Zeit t gewählten Strategien  $x_j(t)$ ,  $j=1,2,\dots,M$  im Laufe der Zeit entwickeln.

$$\dot{x}_j(t) := \frac{dx_j(t)}{dt} = x_j(t) \cdot \left[ \underbrace{\sum_{k=1}^M \$_{jk} \cdot x_k(t)}_{\text{Fitness der Strategie } j} - \underbrace{\sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^M \$_{kl} \cdot x_k(t) \cdot x_l(t)}_{\text{Durschnittliche Fitness (Auszahlung) der gesamten Population}} \right]$$

Wobei die Parameter  $\$_{kl}$  die einzelnen Einträge in der Auszahlungsmatrix des 1. Spielers darstellen

$$\hat{\$} = \hat{\$}^1 = \begin{pmatrix} \$_{11} & \$_{12} & \$_{13} & \dots & \$_{1M} \\ \$_{21} & \$_{22} & \$_{23} & \dots & \$_{2M} \\ \$_{31} & \$_{32} & \$_{33} & \dots & \$_{3M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \$_{M1} & \$_{M2} & \$_{M3} & \dots & \$_{MM} \end{pmatrix}$$

**Fitness der Strategie j**  
Durchschnittlicher Erfolg der j-ten Strategie

**Durschnittliche Fitness (Auszahlung) der gesamten Population**



# Replikatorodynamik

(für symmetrische (2x3)-Spiele)

Wir beschränken uns nun auf symmetrische (2x3)-Spiele, d.h. zwei Personen - 3 Strategien Spiele ( $M=3$ ). Die Differentialgleichung der Replikatorodynamik vereinfacht sich unter dieser Annahme wie folgt:

$$\frac{dx_j(t)}{dt} = x_j(t) \cdot \left[ \sum_{k=1}^3 \$_{jk} \cdot x_k(t) - \sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^3 \$_{kl} \cdot x_k(t) \cdot x_l(t) \right]$$

$$\frac{dx_j}{dt} = x_j \cdot \left[ \$_{j1} \cdot x_1 + \$_{j2} \cdot x_2 + \$_{j3} \cdot x_3 - \underbrace{\left( \begin{array}{l} \$_{11} \cdot x_1 \cdot x_1 + \$_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + \$_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + \\ + \$_{21} \cdot x_2 \cdot x_1 + \$_{22} \cdot x_2 \cdot x_2 + \$_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + \\ + \$_{31} \cdot x_3 \cdot x_1 + \$_{32} \cdot x_3 \cdot x_2 + \$_{33} \cdot x_3 \cdot x_3 \end{array} \right)}_{\overline{\$}} \right]$$

$j = 1, 2, 3$

# Replikatorodynamik

(für symmetrische (2x3)-Spiele)

Man erhält ein System von drei gekoppelten Differentialgleichungen:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1 \cdot [\$_{11} \cdot x_1 + \$_{12} \cdot x_2 + \$_{13} \cdot x_3 - \bar{\$}]$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_2 \cdot [\$_{21} \cdot x_1 + \$_{22} \cdot x_2 + \$_{23} \cdot x_3 - \bar{\$}]$$

$$\frac{dx_3}{dt} = x_3 \cdot [\$_{31} \cdot x_1 + \$_{32} \cdot x_2 + \$_{33} \cdot x_3 - \bar{\$}]$$

Das System von Differentialgleichungen lässt sich bei gegebener Auszahlungsmatrix  $\hat{\$}$  und Anfangsbedingung  $(x_1(0), x_2(0), x_3(0))$  meist nur numerisch (auf dem Computer) lösen. Die Lösungen bestehen dann aus den drei (zeitlich abhängigen) Populationsanteilen  $(x_1(t), x_2(t), x_3(t))$ .

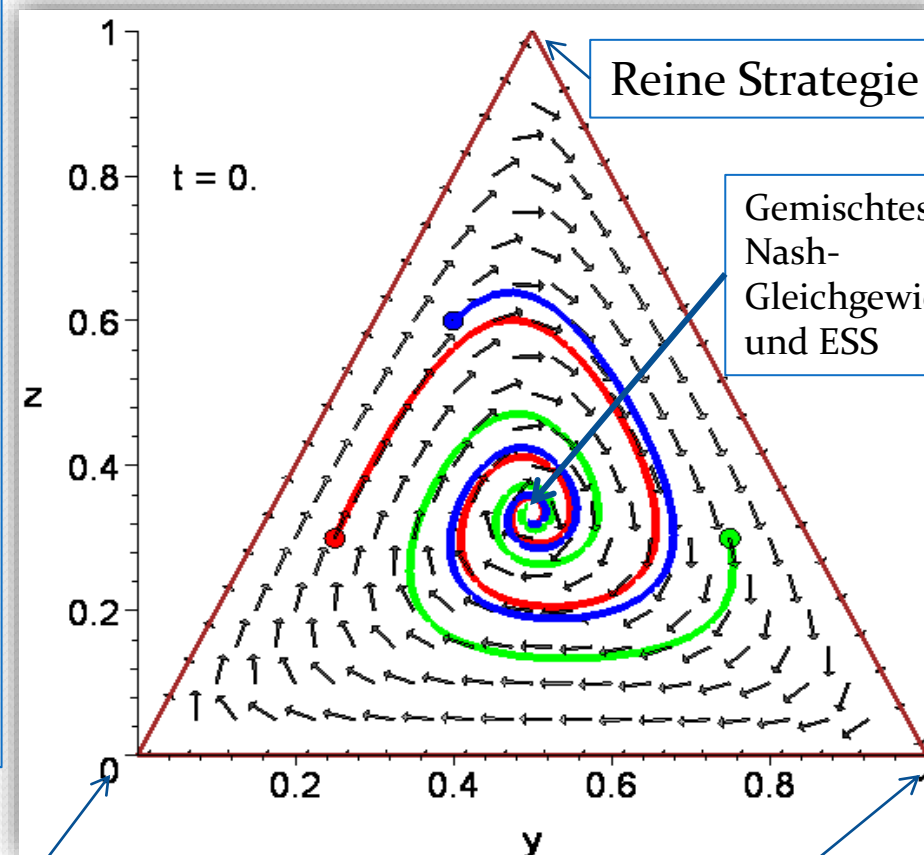
# Replikatorodynamik

(für symmetrische (2x3)-Spiele, **Beispiel 1**)

Wir betrachten im Folgenden ein Beispiel eines (2x3)-Spiels mit der rechts angegebenen Auszahlungsstruktur:

	Strategie 1	Strategie 2	Strategie 3
Strategie 1	(0, 0)	(2, -1)	(-1, 2)
Strategie 2	(-1, 2)	(0, 0)	(2, -1)
Strategie 3	(2, -1)	(-1, 2)	(0, 0)

Die rechte Abbildung zeigt die zeitliche Entwicklung der relativen Populationsanteile der gewählten Strategien für drei mögliche Anfangsbedingungen. Die einzige evolutionär stabile Strategie dieses Beispiels befindet sich beim gemischten Nash-Gleichgewicht  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ . Die einzelnen Pfeile im Dreieck veranschaulichen den durch die Spielmatrix bestimmten Strategien-„Richtungswind“, dem die Population zeitlich folgen wird.



Zur Visualisierung der evolutionären Entwicklung benutzt man oft die sogen. barycentric coordinates:

$$y := x_2 + \frac{x_3}{2}$$

$$z := x_3$$

Reine Strategie 1

Reine Strategie 2

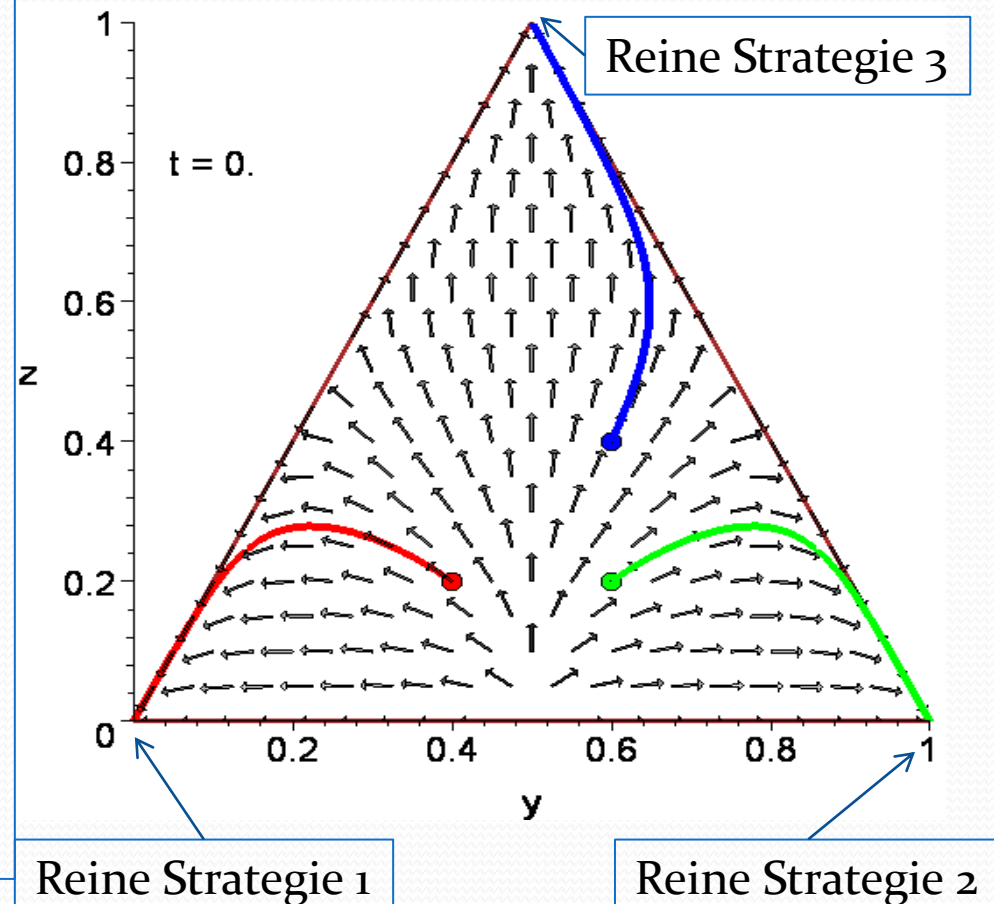
# Replikatorodynamik

(für symmetrische (2x3)-Spiele, **Beispiel 2**)

Wir betrachten im Folgenden ein Beispiel eines (2x3)-Spiels mit der rechts angegebenen Auszahlungsstruktur:

	Strategie 1	Strategie 2	Strategie 3
Strategie 1	(0, 0)	(-3, -3)	(-1, -1)
Strategie 2	(-3, -3)	(0, 0)	(-1, -1)
Strategie 3	(-1, -1)	(-1, -1)	(0, 0)

Die rechte Abbildung zeigt die zeitliche Entwicklung der relativen Populationsanteile der gewählten Strategien für drei mögliche Anfangsbedingungen. Das Spiel besitzt drei Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien, die ebenfalls evolutionär stabile Strategien darstellen. Welche der drei ESS die Population realisiert hängt von dem Anfangswert der Populationsanteile ab. Die zeitliche Entwicklung folgt wieder dem Strategien-„Richtungswind“ der zugrundeliegenden Auszahlungsmatrix.



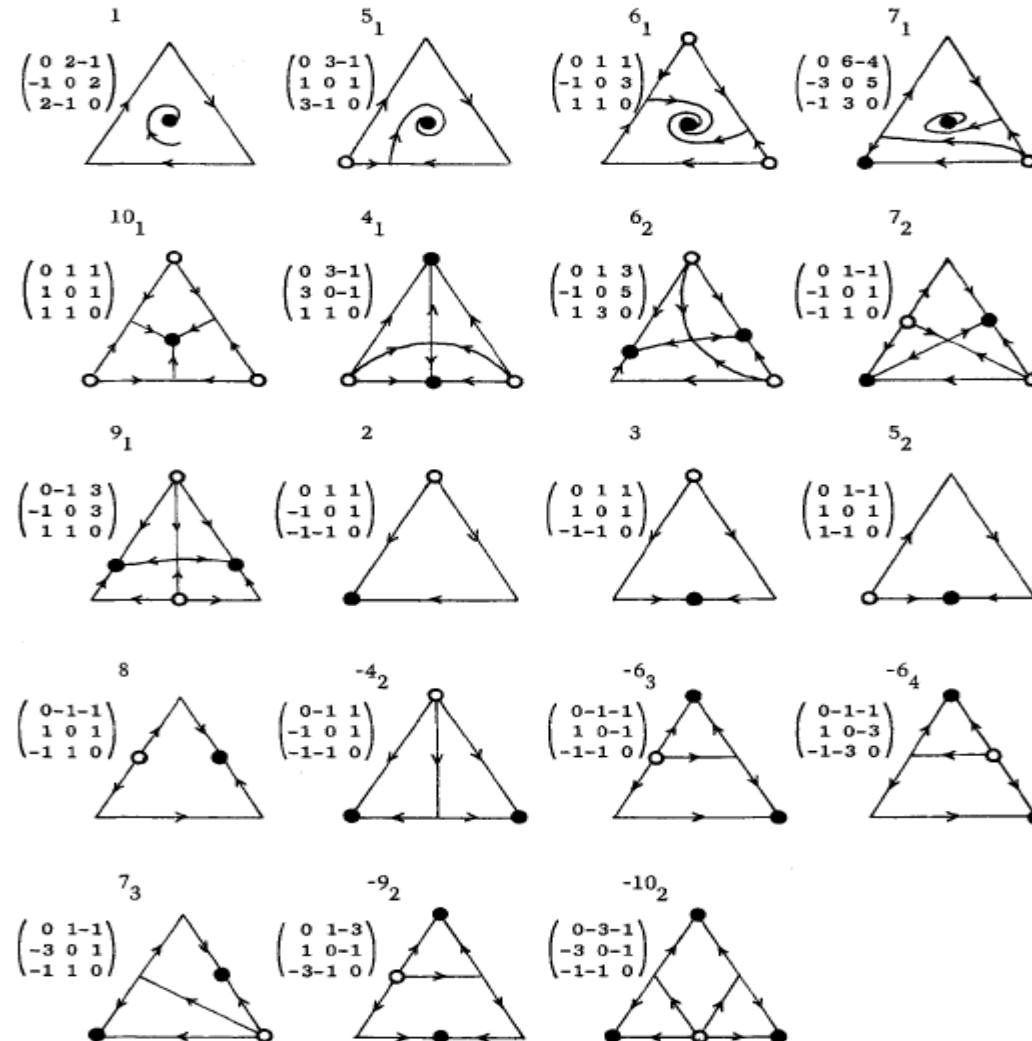


# Replikatorodynamik

(Klassifizierung symmetrische (2x3)-Spiele)

E. C. Zeeman, *POPULATION DYNAMICS FROM GAME THEORY*,  
In: *Global Theory of Dynamical Systems*, Springer 1980

E. C. Zeeman zeigt in seinem im Jahre 1980 veröffentlichten Artikel, dass man evolutionäre, symmetrische (2x3)-Spiele in 19 Klassen einteilen kann. Die Abbildung rechts zeigt das evolutionäre Verhalten dieser 19 Spieltypen. Die ausgefüllten schwarzen Punkte markieren die evolutionär stabilen Strategien der jeweiligen Spiele. Es gibt Spielklassen, die besitzen lediglich eine ESS und Klassen die sogar drei ESS besitzen.





# Jupyter Notebook Evolutionenspiel4.ipynb

## Physik der sozio-ökonomischen Systeme mit dem Computer

(Physics of Socio-Economic Systems with the Computer)

Vorlesung gehalten an der J.W.Goethe-Universität in Frankfurt am Main

(Wintersemester 2020/21)

von Dr.phil.nat. Dr.rer.pol. Matthias Hanauke

Frankfurt am Main 01.12.2020

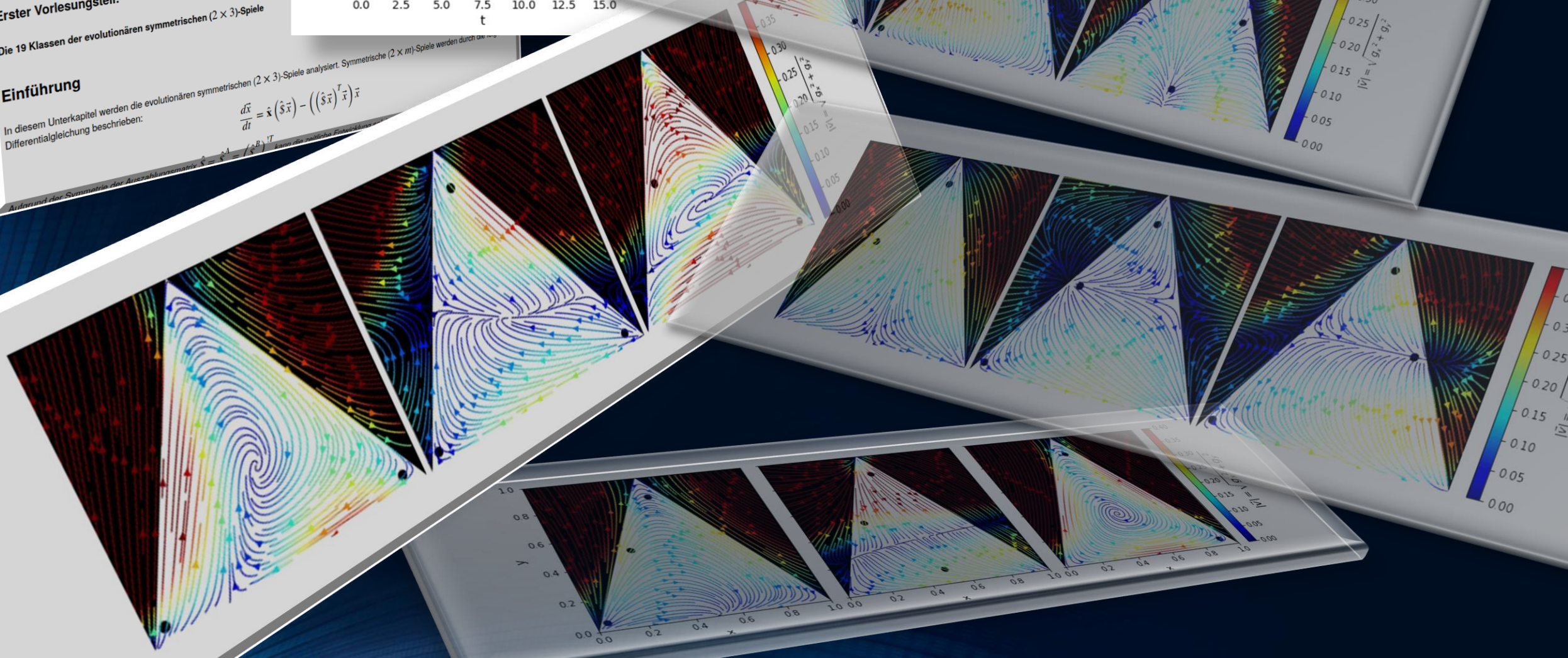
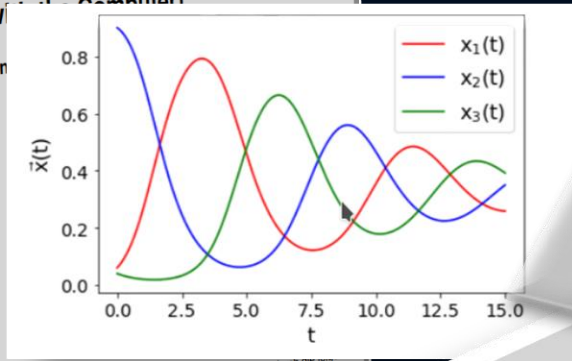
Erster Vorlesungsteil:

Die 19 Klassen der evolutionären symmetrischen  $(2 \times 3)$ -Spiele

### Einführung

In diesem Unterkapitel werden die evolutionären symmetrischen  $(2 \times 3)$ -Spiele analysiert. Symmetrische  $(2 \times m)$ -Spiele werden durch die Differentialgleichung beschrieben:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{x}(\hat{s}\vec{x}) - \left( (\hat{s}\vec{x})^T \vec{x} \right) \vec{x}$$



# Anwendungsfelder der Spieltheorie (I)

- **Biologie**

- **Verteilung von Bakterien in Organismen**

Siehe z.B.: Kerr, Feldmann, Nature 2002

- **Kooperation von Virus-Populationen**

Siehe z.B.: Turner, Chao, Nature 1999

- **Paarungsstrategien von Eidechsen**

Siehe z.B.: Sinervo, Hazard, Nature 1996

- **Evolutionäre Entwicklung von Makromolekülen**

Siehe z.B.: Eigen, Schuster, Naturwissenschaften 64, 1977



# Evolutionäre Spieltheorie

## Evolutionäre Entwicklung von biologischen Systemen

### Quasispezies und die Fitness der Genom Sequenz

Viele der in diesem Unterkapitel behandelten Systeme sind dem Buch Martin A. Nowak, *Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life*, 2006 entnommen, welches eine sehr gute und allgemein verständliche Einführung in das Themengebiet der evolutionären Dynamik darstellt. Obwohl der Fokus dieses Buches im Bereich der Evolution von biologischen Systemen liegt (siehe Kapitel 10: HIV Infection, Kapitel 11: Evolution of Virulence, Kapitel 12: Evolutionary Dynamics of Cancer, und Kapitel 13: Language Evolution), sind die Kapitel 1-9 weitgehend allgemein formuliert. Die evolutionäre Dynamik unterschiedlicher Spezies einer Tierart und der Mechanismus wie Tierarten ineinander übergehen wurde von Charles Darwin bereits im Jahre 1840 beschrieben. Im Jahre 1973 stellte John Maynard Smith eine Verbindung zwischen den Populationsgleichungen der Biologie und der evolutionären Spieltheorie her. Das Konzept der *Quasi-Spezies* (Ensemble von ähnlichen Genomen Sequenzen (Erbgut eines Lebewesens) welches durch einen Prozess der Mutation und Selektion entstanden ist) wurde von Manfred Eigen und Peter Schuster entwickelt (siehe Kapitel 3.3: Martin A. Nowak, *Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life*). Die Struktur der Quasi-Spezies Differentialgleichung ist den Gleichungen der evolutionären Spieltheorie sehr ähnlich (siehe Bild 3.4 und 4.5: Martin A. Nowak, *Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life*). Die evolutionäre Vorteilhaftigkeit einer Genom Sequenz wird hierbei als die *Fitness* der Quasi-Spezies bezeichnet. *Quasi-Spezies* entsprechen den Strategien der Spieltheorie und die Fitness kann als der Auszahlungswert einer Strategie aufgefasst werden. Die zeitliche Entwicklung der *Quasi-Spezies* am Beispiel des Paarungsverhalten von Eidechsen wird z.B. in siehe Sinervo, Barry, and Curt M. Lively. 'The rock-paper-scissors game and the evolution of alternative male strategies.' Nature 380.6571 (1996): 240. analysiert (siehe auch Vorlesung 6). Die evolutionäre Dynamik hängt von der unterliegenden Netzwerkstruktur der beteiligten Akteure ab und skalenfreie Netzwerkstrukturen agieren hier als Verstärker der evolutionären Selektion (siehe Kapitel 8, Evolutionary Graph Theory: Martin A. Nowak, *Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life*). Im folgenden Unterpunkt werden sie sogenannten *Spatial Games* behandelt (eine ausführliche Einführung findet sich im Kapitel 9: Martin A. Nowak, *Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life*).

Siehe Teil III der Vorlesung



# Anwendungsfelder der Spieltheorie (II)

- **Ökonomie**

- **„Public Goods“- (Öffentliches Gut)- Spiele**

- **Trust in Private and Common Property Experiments**, Elinor Ostrom, et al.
    - **Evolutionary Dynamics in Public Good Games**, CHRISTIANE CLEMENS and THOMAS RIECHMANN, Computational Economics (2006) 28: 399–420
    - **Institution Formation in Public Goods Games**, Michael Kosfeld, Akira Okada, and Arno Riedl, American Economic Review 2009, 99:4, 1335–1355

- **Experimentelle Ökonomie**

- **Cooperation in PD games: Fear, greed, and history of play**, T.K. AHN, ELINOR OSTROM, DAVID SCHMIDT, ROBERT SHUPP, Public Choice 106: 137–155, 2001.

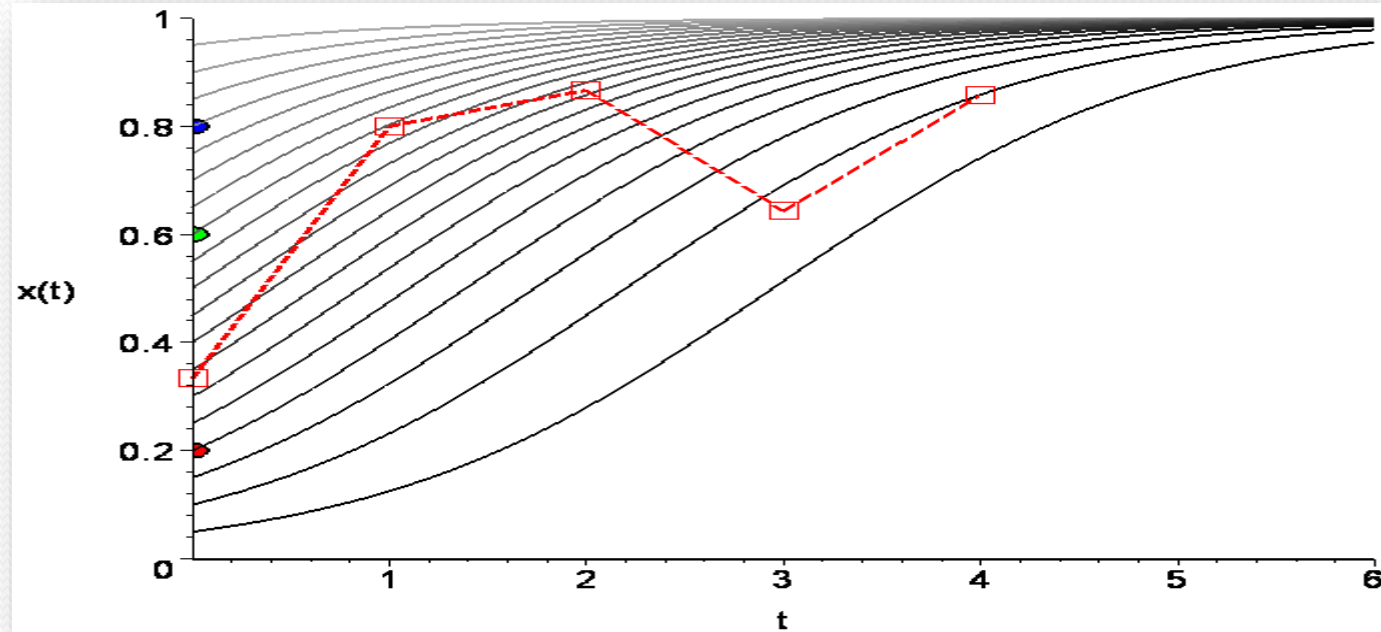
- **„Behavioral“- Verhaltensökonomie (Altruismus, Empathie, ...)** z.B.: Fehr et al.

- **Evolution von Informationsnetzwerken**

# Theorie ↔ Experiment

## Experimentelle Ergebnisse des in Lyon gespielten Beispiels 1

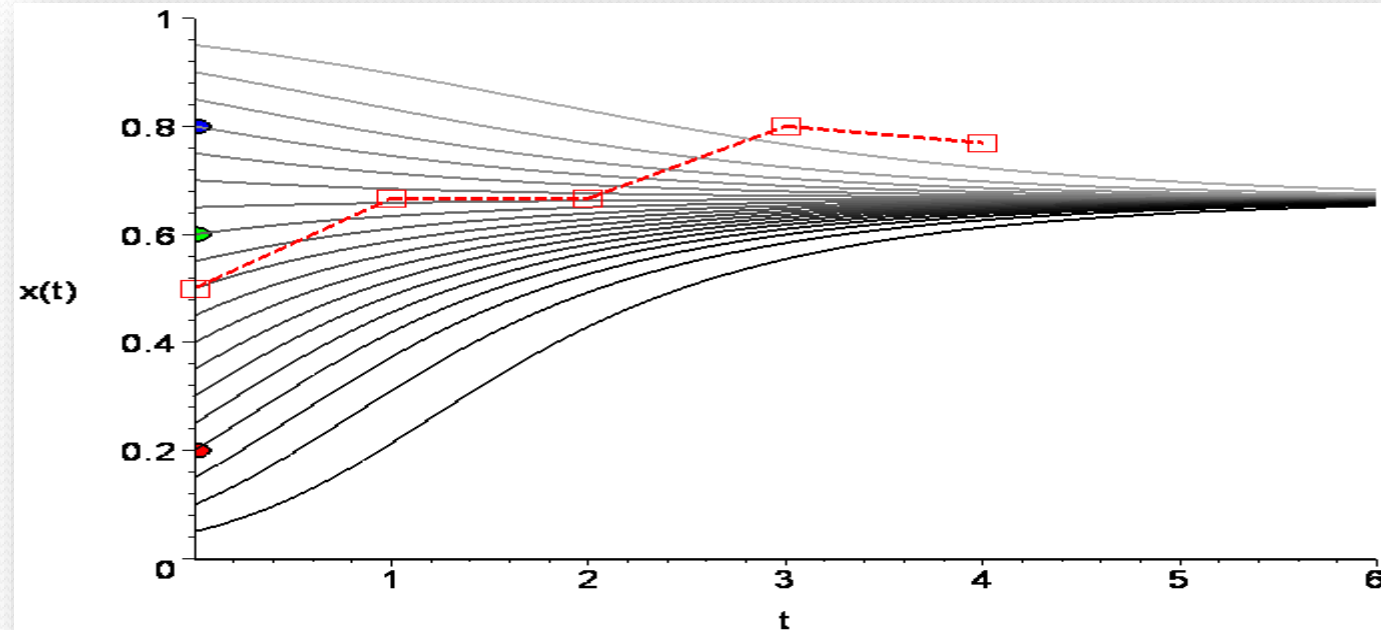
### Experimentelle Ökonomie



Das erste Spiel besitzt nur ein Nash-Gleichgewicht das gleichzeitig die dominante Strategie des Spiels ist (Kugel, Kugel). Da es sich bei diesem Beispiel um ein dominantes, symmetrisches (2x2)-Spiel handelt und die Funktion  $g(x)$  im relevanten Bereich ( $x=[0,1]$ ) immer größer-gleich Null ist, strebt der Populationsanteil der Kugel-Spieler unabhängig vom Anfangswert immer gegen die evolutionär stabile Strategie  $x=1$ . Die klassische evolutionäre Spieltheorie sagt demnach voraus, dass die Spieler innerhalb der betrachteten Population nach einer gewissen Zeit maßgeblich die Strategie Kugel wählen ( $x=1$ ). Die rote Kurve in der obigen Abbildung zeigt die experimentellen Ergebnisse des im Vorlesungsteil 4 gespielten Beispiels 1.

# Theorie ↔ Experiment

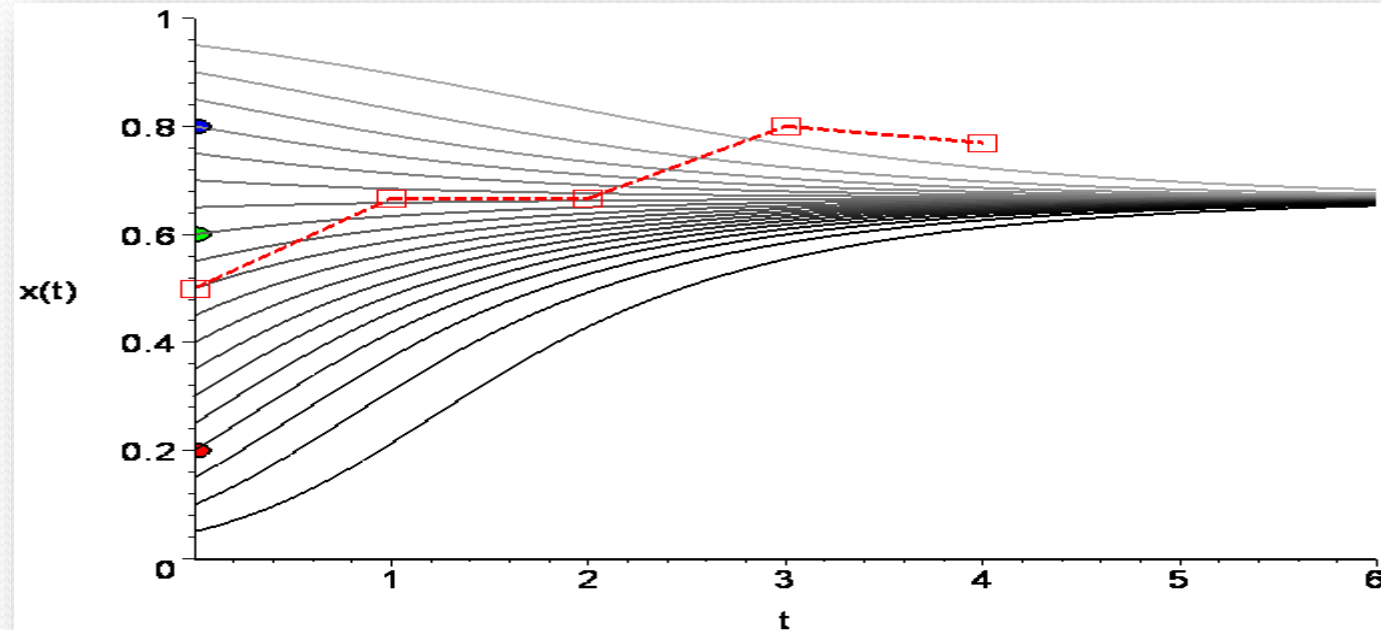
## Experimentelle Ergebnisse des in Lyon gespielten Beispiels 2



Das zweite Spiel besitzt keine dominante Strategie, aber zwei unsymmetrische Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien ((K, KK) und (KK, K)) und ein gemischtes Nash-Gleichgewicht (0.67 K , 0.33 KK). Da es sich bei diesem Beispiel um ein symmetrisches Anti-Koordinationsspiel handelt, strebt der Populationsanteil der Kugel-Spieler unabhängig vom Anfangswert immer zu dem gemischten Nash-Gleichgewicht (der einzigen evolutionär stabilen Strategie des Spiels), was identisch mit der mittleren Nullstelle der Funktion  $g(x)$  ist ( $x=0.67$ ). Die rote Kurve in der obigen Abbildung zeigt die experimentellen Ergebnisse des im Vorlesungsteil 4 gespielten Beispiels 2.

# Theorie ↔ Experiment

## Experimentelle Ergebnisse des in Lyon gespielten Beispiels 2

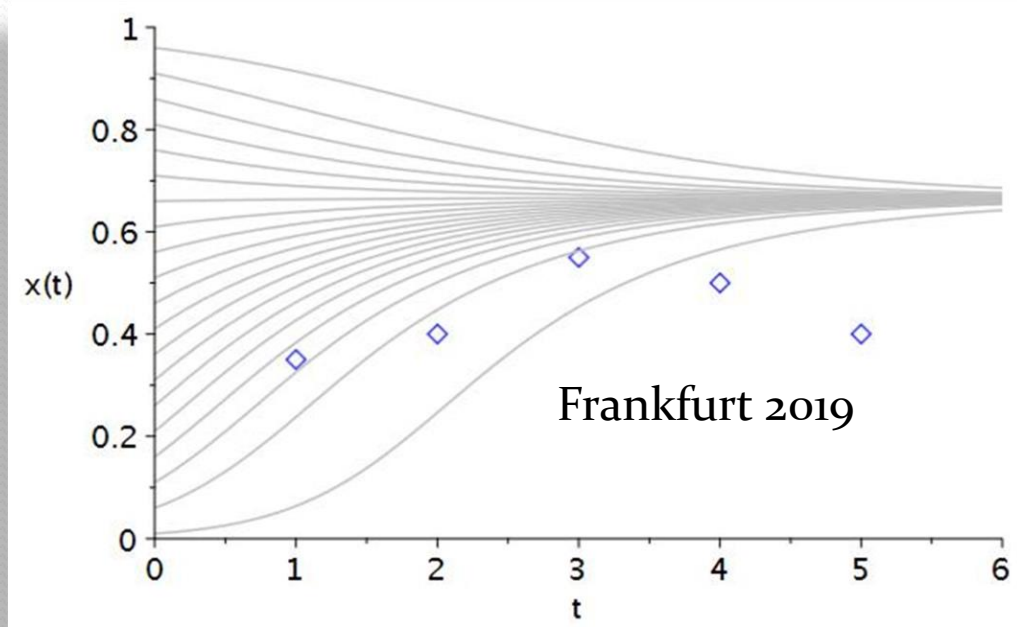
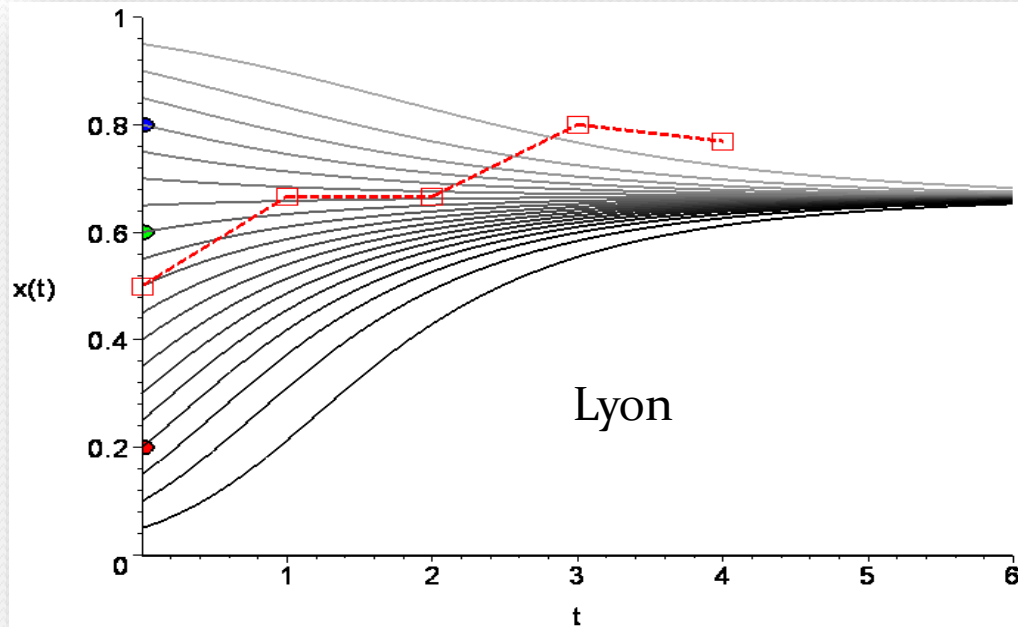


Das zweite Spiel besitzt keine dominante Strategie, aber zwei unsymmetrische Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien ((K, KK) und (KK, K)) und ein gemischtes Nash-Gleichgewicht (0.67 K , 0.33 KK). Da es sich bei diesem Beispiel um ein symmetrisches Anti-Koordinationsspiel handelt, strebt der Populationsanteil der Kugel-Spieler unabhängig vom Anfangswert immer zu dem gemischten Nash-Gleichgewicht (der einzigen evolutionär stabilen Strategie des Spiels), was identisch mit der mittleren Nullstelle der Funktion  $g(x)$  ist ( $x=0.67$ ). Die rote Kurve in der obigen Abbildung zeigt die experimentellen Ergebnisse des im Vorlesungsteil 4 gespielten Beispiels 2.



# Theorie ↔ Experiment

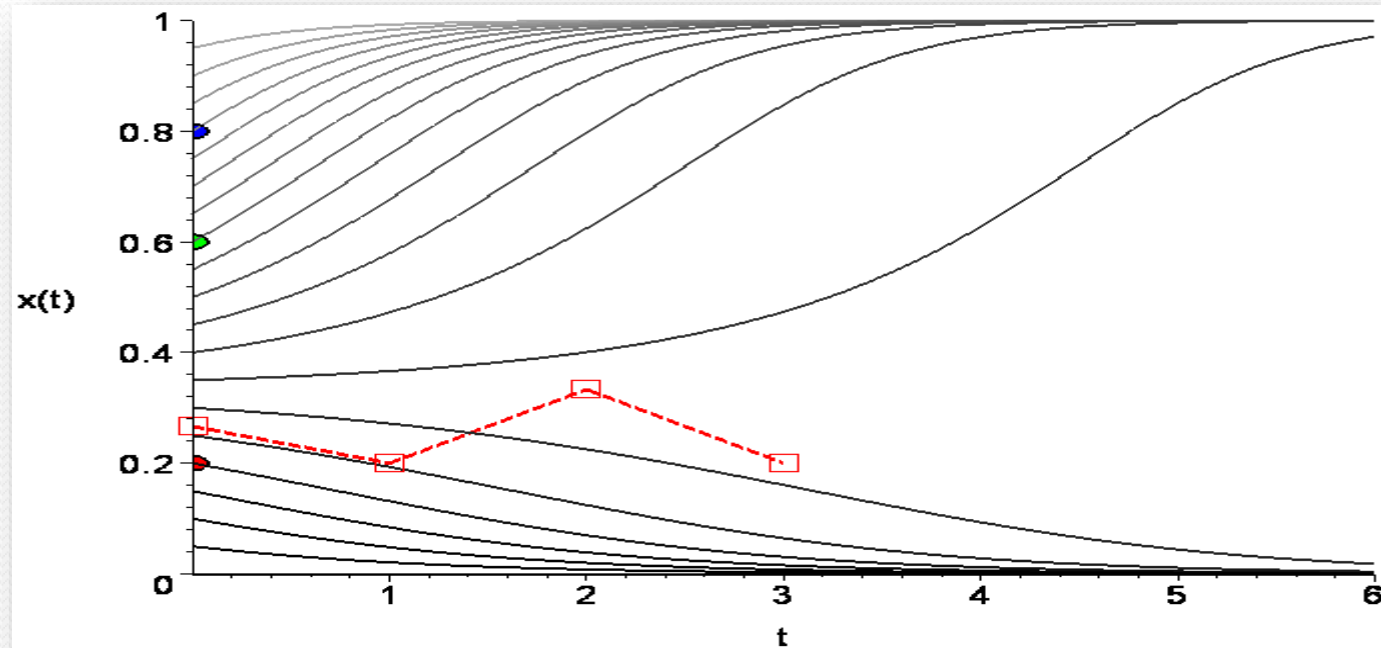
## Experimentelle Ergebnisse des Beispiels 2



Das zweite Spiel besitzt keine dominante Strategie, aber zwei unsymmetrische Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien ((K, KK) und (KK, K)) und ein gemischtes Nash-Gleichgewicht (0.67 K , 0.33 KK). Da es sich bei diesem Beispiel um ein symmetrisches Anti-Koordinationspiel handelt, strebt der Populationsanteil der Kugel-Spieler unabhängig vom Anfangswert immer zu dem gemischten Nash-Gleichgewicht (der einzigen evolutionär stabilen Strategie des Spiels), was identisch mit der mittleren Nullstelle der Funktion  $g(x)$  ist ( $x=0.67$ ). Die rote Kurve in der linken obigen Abbildung zeigt die experimentellen Ergebnisse des in Lyon gespielten Beispiels 2. Die blauen Punkte in der rechten obigen Abbildung zeigt die experimentellen Ergebnisse des in Frankfurt gespielten Beispiels 2 (zum Vergleich bitte die blauen Punkte um -1 auf der Zeitachse verschieben).

# Theorie ↔ Experiment

## Experimentelle Ergebnisse des in Lyon gespielten Beispiels 3



Das dritte Spiel besitzt ebenfalls keine dominante Strategie, aber zwei symmetrische Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien ((K,K) und (KK,KK)) und ein gemischtes Nash-Gleichgewicht (0.33 K , 0.67 KK). Da es sich bei diesem Beispiel um ein symmetrisches Koordinationsspiel handelt, strebt der Populationsanteil der Kugel-Spieler abhängig vom Anfangswert zu einem der beiden reinen Nash-Gleichgewichte ( $x=1$  oder  $x=0$ ). Die klassische evolutionäre Spieltheorie sagt demnach voraus, dass es zwei evolutionär stabile Strategien gibt ( $x=1$  oder  $x=0$ ). Die rote Kurve in der obigen Abbildung zeigt die experimentellen Ergebnisse des im Vorlesungsteil 4 gespielten Beispiels 3.

# Anwendungsfelder der Spieltheorie (III)

- **Sozialwissenschaft**
  - **Kulturelle und moralische Entwicklungen**
    - **Evolution of social learning does not explain the origin of human cumulative culture**, Magnus Enquist, Stefano Ghirlanda, *Journal of Theoretical Biology* 246 (2007) 129–135
    - **EVOLUTION OF MORAL NORMS**, William Harms and Brian Skyrms, *For Oxford Handbook on the Philosophy of Biology* ed. Michael Ruse
  - **Evolution der Sprache**
    - **Finite populations choose an optimal language**, Christina Pawlowitsch, *Journal of Theoretical Biology* 249 (2007) 606–616
  - **Soziales Lernen**
    - **Evolution of social learning does not explain the origin of human cumulative culture**, Magnus Enquist, Stefano Ghirlanda, *Journal of Theoretical Biology* 246 (2007) 129–135
  - **Evolution von sozialen Normen**
    - **Collective Action and the Evolution of Social Norms**, Elinor Ostrom, *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 14, No. 3 (Summer, 2000), pp. 137-158
  - **Evolution von sozialen Netzwerken**
    - **GOVERNING SOCIAL-ECOLOGICAL SYSTEMS**, MARCO A. JANSSEN and ELINOR OSTROM
    - **A General Framework for Analyzing Sustainability of Social-Ecological Systems**, Elinor Ostrom, et al., *Science* 325, 419 (2009)



# DPG Spring Meeting Berlin, March 25 - 30, 2012

## SCOPE

- Financial Markets and Risk Management
- Economic Models and Evolutionary Game Theory
- Traffic Dynamics, Urban and Regional Systems
- Social Systems, Opinion and Group Dynamics
- Networks: From Topology to Dynamics

## KEYNOTE TALK

**H. Eugene Stanley**  
(Boston, USA)

“Interdependent Networks and Switching Phenomena”

## YOUNG SCIENTIST AWARD FOR SOCIO- AND ECONOPHYSICS\*

Keynote Speaker: **Stefan Thurner** (Wien, A)  
“The Role of Agent Based Models in Understanding Human Societies”

\* supported by d-fine



Registration via <http://berlin12.dpg-tagungen.de/index.html?lang=en>  
Conference Languages: English and German

Deadline: December 1<sup>st</sup> 2011

Young Scientist Award: Call for nominations and applications at <http://www.dpg-physik.de/dpg/gliederung/fv/soe/YSA/call.html>

Deadline: December 1<sup>st</sup> 2011

## CONTACT

Prof. Dr. Dirk Helbing, Dr. Jörg Reichardt and Dr. Tobias Preis,  
Chairmen of the Physics of Socio-Economic Systems Division ( $\Phi$ -SOE), <http://www.phi-soe.de/>

## TUTORIAL “Scientific Writing”\*\*

Hernan Rozenfeld (APS, USA)  
Tim Smith (IOP Publishing, UK)

## INVITED TALKS

**Thilo Gross** (Bristol, UK) “Adaptive Networks of Opinion Formation in Humans and Animals”

**Marc Hütt** (Bremen) “Common Design Principles of Metabolic Networks and Industrial Production”

## Focus SESSION: BIG DATA\*\*

**Rosario Mantegna** (Palermo, IT)  
“Econophysics and Social Research with Large Sets of Data”

**Philip Treleaven** (London, UK)  
“Experimental Computational Finance & Big Data Environment”

**Tiziana Di Matteo** (London, UK)  
“Embedding High Dimensional Data on Networks”

**Michael Batty** (London, UK)  
“Cities and Complexity”

## FOCUS SESSION: MODELS OF WAR, CONFLICT AND REVOLUTIONS

**Neil Johnson** (Miami, USA)  
“Escalation, Timing and Severity of Insurgent and Terrorist Events: Robust Patterns and a Generic Model”

**Aaron Clauset** (Boulder, USA)  
“Fatality Dynamics and the Limits of Civil and Interstate Wars”

**Ravinder Bhavnani** (Geneva, CH)  
“Group Segregation and Urban Violence”

\*\*Sessions are organized with the JDPG

## Tutorial

SOE 1.1 Sun 16:00–18:00 HSZ 04 **Collective Dynamics of Firms: A Statistical Physics Approach** — ●FRANK SCHWEITZER

## Focus Session: Swarm Intelligence

SOE 2.1 Mon 10:15–10:45 GÖR 226 **Social Media and Attention** — ●BERNARDO HUBERMAN  
SOE 2.2 Mon 10:45–11:15 GÖR 226 **Mobilizing society with a red balloon** — ●RILEY CRANE  
SOE 2.3 Mon 11:15–11:45 GÖR 226 **Collective behaviour and swarm intelligence** — ●JENS KRAUSE

## Focus Session: GPU-Computing (with DY)

SOE 5.1 Mon 14:00–14:30 GÖR 226 **Applications of GPU-Computing in Statistical Physics** — ●PETER VIRNAU  
SOE 5.2 Mon 14:30–15:00 GÖR 226 **Accelerating Monte Carlo Simulations in Statistical Physics with GPU's** — ●DAVID LANDAU

## Focus Session: Experimental Methods

SOE 10.1 Tue 13:30–14:00 GÖR 226 **Complex Economic Systems in the Laboratory** — ●CARS HOMMES  
SOE 10.2 Tue 14:00–14:30 GÖR 226 **Multiplicative Cascades: How to model trip within cities** — ●MARTA C. GONZÁLEZ  
SOE 10.3 Tue 14:30–15:00 GÖR 226 **Human behavior on networks: lessons and perspectives from game theory** — ●ANGEL SÁNCHEZ  
SOE 10.4 Tue 15:00–15:30 GÖR 226 **Measuring Happiness** — ●PETER S. DODDS

## Young Scientist Award for Socio- and Econophysics

SOE 8.1 Mon 17:00–17:45 HSZ 02 **Dragon-kings versus black swans: diagnostics and forecasts for the on-going world financial crisis** — ●DIDIER SORNETTE  
SOE 8.1 Mon 18:00–18:30 HSZ 02 **Community structure in networks and statistical physics of social dynamics** — ●SANTO FORTUNATO

## Joint Symposium on Foundations and Perspectives of Climate Engineering (with AKE, UP)

See SYCE for the full program of the symposium.

SYCE 1.1 Tue 10:30–11:00 HSZ 01 **Oceanic carbon-dioxide removal options: Potential impacts and side effects** — ●ANDREAS OSCHLIES  
SYCE 1.2 Tue 11:00–11:30 HSZ 01 **Climate Engineering through injection of aerosol particles into the atmosphere: physical insights into the possibilities and risks** — ●MARK LAWRENCE  
SYCE 1.3 Tue 11:30–12:00 HSZ 01 **Geoengineering - will it change the climate game?** — ●TIMO GOESCHL  
SYCE 1.4 Tue 12:00–12:30 HSZ 01 **The gamble with the climate - an experiment** — ●MANFRED MILINSKI

## Plenary Talks related to SOE

PV X Thu 8:30–9:15 H1 **Complex Networks: From Statistical Physics to the Cell** — ●ALBERT LASZLO BARABASI

## Tutorial

SOE 1.1 Sun 16:00–18:00 H10 **Time Series Analysis in Sociophysics and Econophysics** — ●JOHANNES J. SCHNEIDER, ●TOBIAS PREIS

## Invited Talks

SOE 2.1 Mon 9:30–10:15 H44 **Don't panic! - The physics of pedestrian dynamics and evacuation processes** — ●ANDREAS SCHADSCHNEIDER  
SOE 7.1 Tue 9:30–10:00 H44 **Humans playing spatial games** — ●ARNE TRAUlsen  
SOE 12.1 Wed 9:30–10:15 H44 **The hidden complexity of open source software** — ●FRANK SCHWEITZER  
SOE 17.1 Thu 9:30–10:15 H44 **Wave localization in complex networks** — ●JAN W. KANTELHARDT  
SOE 22.1 Fri 9:30–10:15 H44 **Hypergraphs and social systems** — ●GUIDO CALDARELLI

## Focus Session: Science of Science

SOE 4.1 Mon 13:30–14:00 H44 **Following the actors: individual and collective behavior in epistemic landscapes** — ●ANDREA SCHARNHORST  
SOE 4.2 Mon 14:00–14:30 H44 **Tracking science in real-time from large-scale usage data.** — ●JOHAN BOLLEN  
SOE 4.3 Mon 14:45–15:15 H44 **Mapping change in science** — ●MARTIN ROSVALL, CARL BERGSTROM  
SOE 4.4 Mon 15:15–15:45 H44 **Statistical physics of citation behavior** — ●SANTO FORTUNATO



## **III.3 Anwendungsfelder der Spieltheorie**

**III.3.1 Die Wissenschaft als komplexes Netzwerk (Models of Science Dynamics)**

**III.3.2 Sozio-ökonomische Labor- und Feldexperimente**

**III.3.3 Anwendungen in der Biologie**

**III.3.4 Anwendungen in den Politikwissenschaften**

**III.3.5 Spieltheorie und Auktionskonzepte**

**III.3.6 Finanzkrisen und evolutionäre Spiele**

**III.3.7 Sozio-ökonomische Netzwerke**

# Beispiel

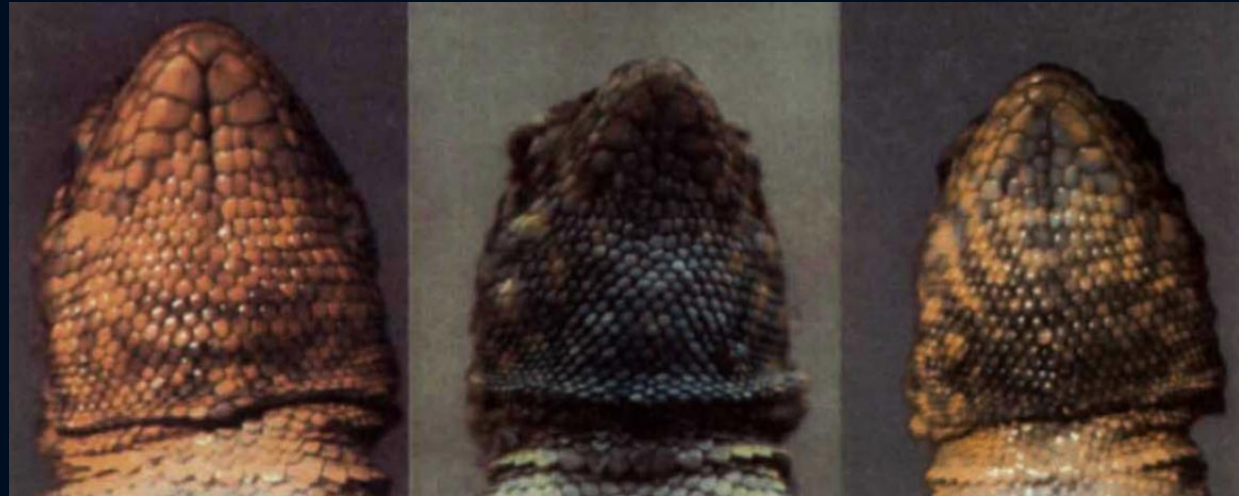
## The rock-paper-scissors game and the evolution of alternative male strategies

**B. Sinervo & C. M. Lively**

Department of Biology and Center for the Integrative Study of Animal Behavior, Indiana University, Bloomington, Indiana 47405, USA



Evolutionäre  
Strategie  
(Quasi-Spezies)



Orange

Blau

Gelb

# The Rock-Siccor-Paper Game Replicatordynamics and ESS

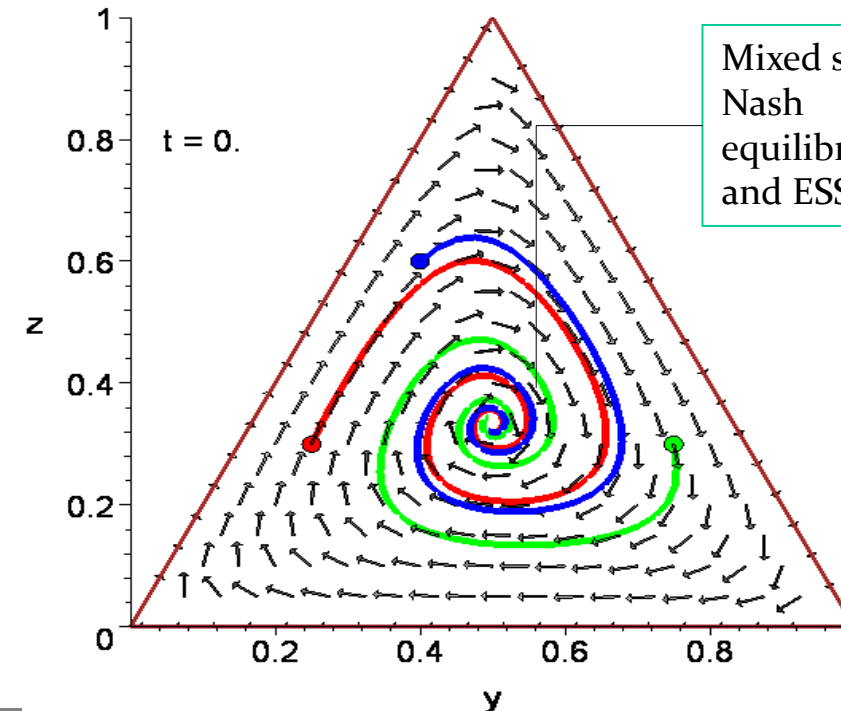
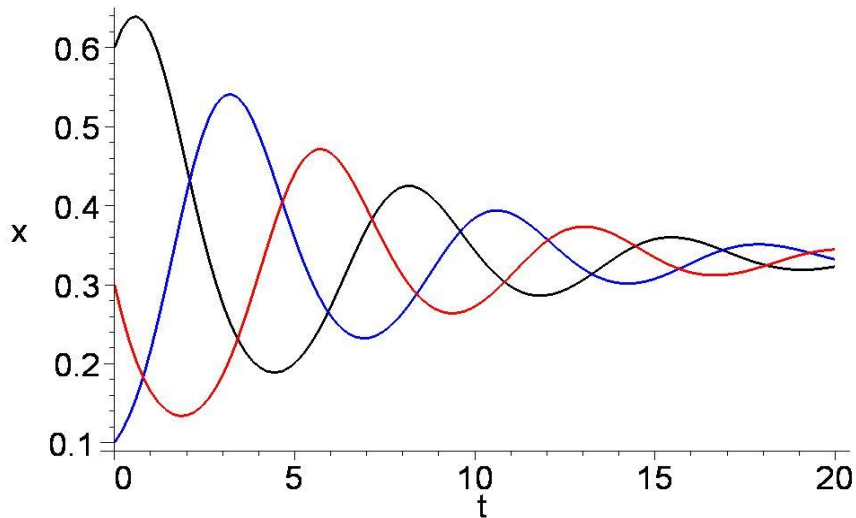
$$\frac{dx_1}{dt} = x_1 \cdot [2 \cdot x_2 - x_3 - \bar{\$}]$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_2 \cdot [-x_1 + 2 \cdot x_3 - \bar{\$}]$$

$$\frac{dx_3}{dt} = x_3 \cdot [2 \cdot x_1 - x_2 - \bar{\$}]$$

with:  $\bar{\$} = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3$

	Strategie 1	Strategie 2	Strategie 3
Strategie 1	(0, 0)	(1, -1)	(-1, 1)
Strategie 2	(-1, 1)	(0, 0)	(1, -1)
Strategie 3	(1, -1)	(-1, 1)	(0, 0)



Mixed strategy  
Nash  
equilibrium  
and ESS

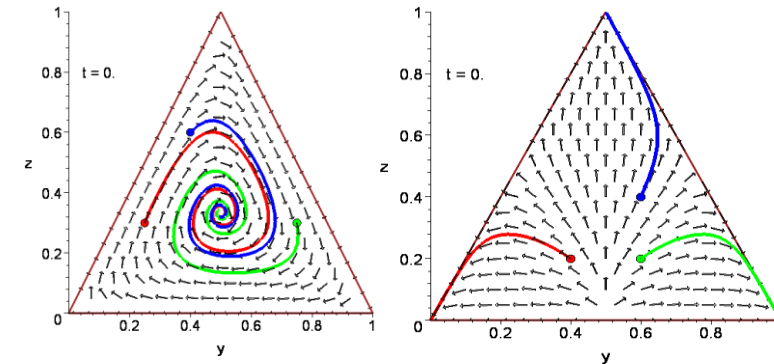
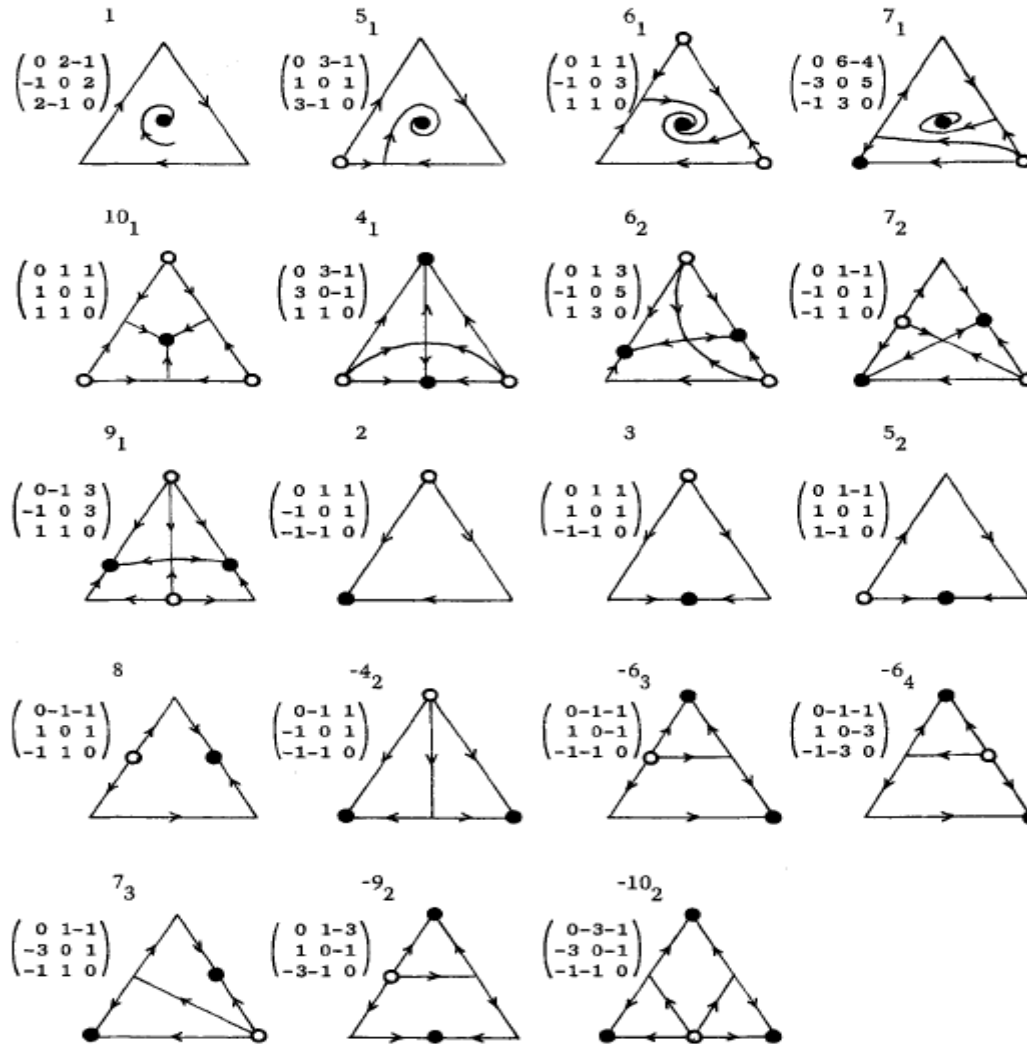
Using  
barycentric  
coordinates:

$$y := x_2 + \frac{x_3}{2}$$

$$z := x_3$$



# Classes of symmetric (2x3) games

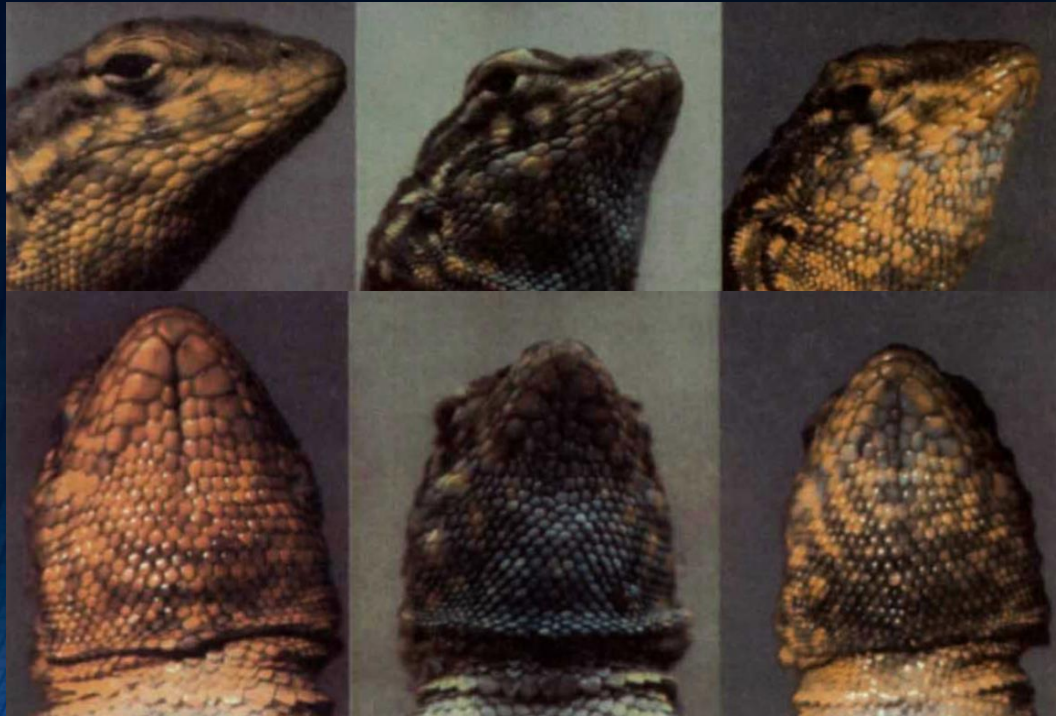


FE. C. Zeeman proved in his article that one can categorize symmetric evolutionary (2x3) games into 19 different classes. The figure on the left side shows that some classes have only one ESS (filled black circles), while others can have three ESSs.

E. C. Zeeman, *POPULATION DYNAMICS FROM GAME THEORY*,  
In: *Global Theory of Dynamical Systems*, Springer 1980



# The Rock-Papers-Scissors Game and the Evolution of Sexual Selection



B.Sinervo and C.M.Lively focus within their article (The rock-paper-scissors game and the evolution of alternative male strategies, *Nature*, Vol.380 (1996)) on the sexual selection of male side-blotched lizards. From 1990-1995 they studied experimentally these animals and proposed an evolutionary model to explain their data.

Male fitness:

Number of monopolized + shared females

The male lizards have substantially three different colors, which are strongly connected to their behavior: **Orange** (very aggressive, defend large territories), **Blue** (less aggressive, defend small territories), **Yellow** (sneakers, look like females, not aggressive, do not defend territories). The payoff for the male lizards (their fitness) was estimated by the number of monopolized females (exclusively on his home range) and shared females (overlap to other territories),<sup>51.64,11</sup>



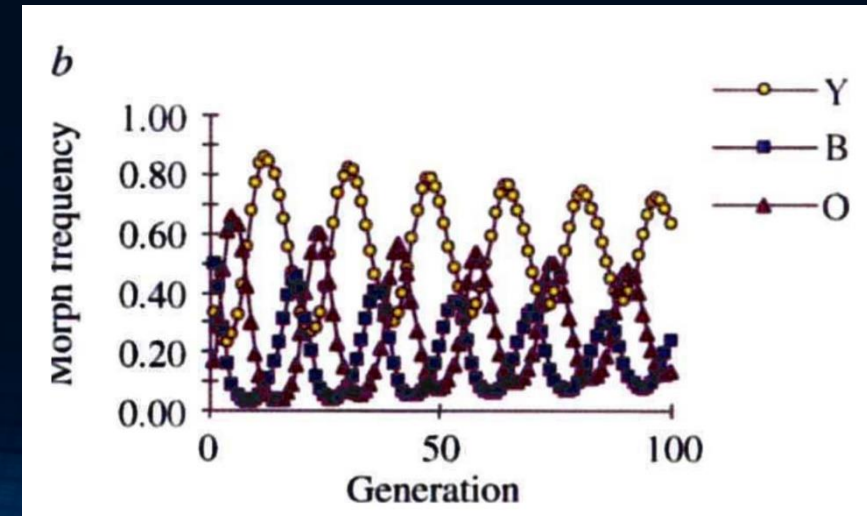
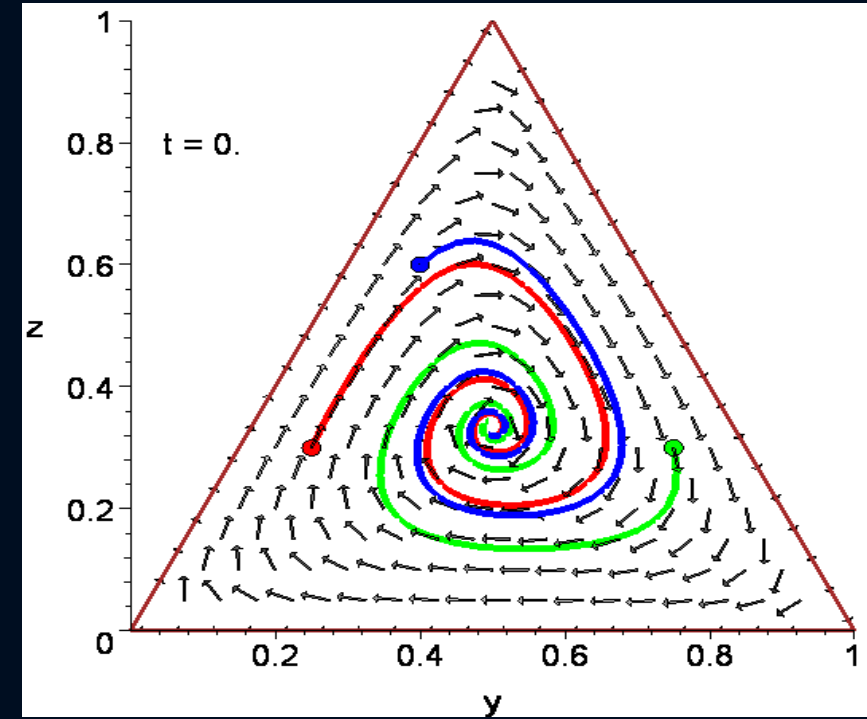
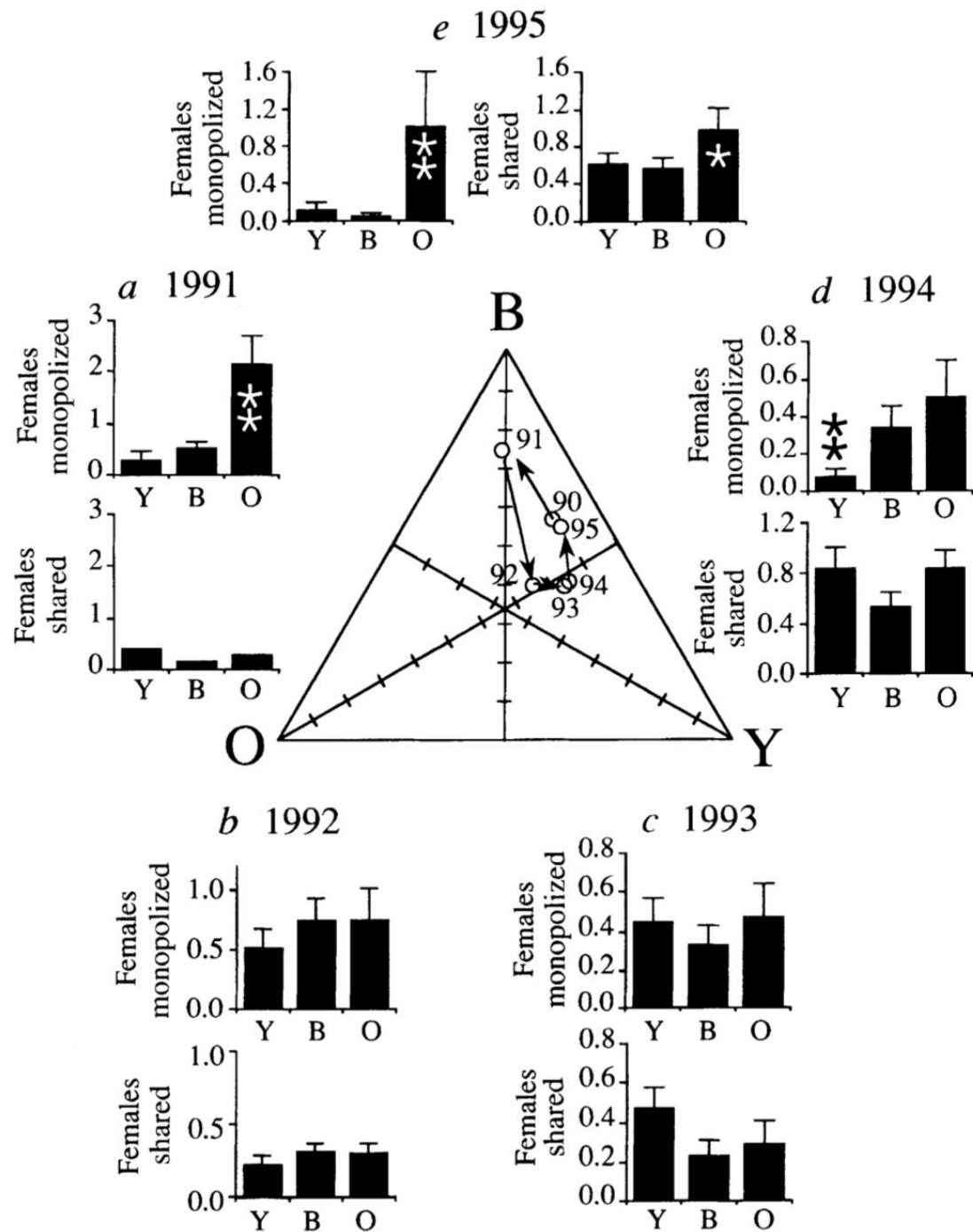
# The Rock-Papers-Scissors Game and the Evolution of Sexual Selection

**MANY species exhibit colour polymorphisms associated with alternative male reproductive strategies, including territorial males and ‘sneaker males’ that behave and look like females<sup>1-3</sup>. The prevalence of multiple morphs is a challenge to evolutionary theory because a single strategy should prevail unless morphs have exactly equal fitness<sup>4,5</sup> or a fitness advantage when rare<sup>6,7</sup>. We report here the application of an evolutionary stable strategy model to a three-morph mating system in the side-blotched lizard. Using parameter estimates from field data, the model predicted oscillations in morph frequency, and the frequencies of the three male morphs were found to oscillate over a six-year period in the field. The fitnesses of each morph relative to other morphs were non-transitive in that each morph could invade another morph when rare, but was itself invadable by another morph when common. Concordance between frequency-dependent selection and the among-year changes in morph fitnesses suggest that male interactions drive a dynamic ‘rock-paper-scissors’ game<sup>7</sup>.**



We have described the first biological example of a cyclical ‘Rock-paper-scissors’ game<sup>7</sup>. As in the game where paper beats rock, scissors beat paper, and rock beats scissors, the wide-ranging ‘ultradominant’ strategy of orange males is defeated by the ‘sneaker’ strategy of yellow males, which is in turn defeated by the mate-guarding strategy of blue males; the orange strategy defeats the blue strategy to complete the dynamic cycle. Frequency-dependent selection maintains substantial genetic variation in alternative male strategies, while at the same time prohibiting a stable equilibrium in morph frequency. □

# The Rock-Papers-Scissors Game and the Evolution of Sexual Selection





# Elfmeter im Fussball: Übergang von einem (2x2)-Spiel zu einem (2x3)-Spiel

Wolfgang Leininger and Axel Ockenfels\*

## The Penalty-Duel and Institutional Design: Is there a Neeskens-Effect?

### Abstract

We document an increase in the scoring probability from penalties in soccer, which separates the time period before 1974 significantly from that after 1976: the scoring probability increased by 11%. We explain this finding by arguing that the *institution* of penalty-shooting before 1974 is best described as a *standard of behaviour* for striker and goal-keeper, which in game-theoretic terms represents a 2x2-game. In contrast to this, after 1976 the institution of the penalty-duel is best described by a 3x3 game form constrained by certain behavioural rules. Those rules can be parameterized by a *single* parameter, which nevertheless allows the theoretical reproduction (and hence explanation) of all the empirically documented regularities. The scoring probability in equilibrium of the latter institution is higher than in the former one. We present historical evidence to the effect, that this change in the perception of penalty-duels (as two different games), was caused by Johan Neeskens' shrewd and "revolutionary" penalty-taking during World-Cup 1974, when he shot a penalty in the first minute of the final between Germany and the Netherlands right into the *middle* of the goalmouth.

The following application is based on a working paper by W.Leininger and A.Ockenfels (CESIFO WORKING PAPER NO. 2187, 2008). The article focuses on the 'Penalty-Duel' in soccer and describes it as a simultaneous two player game – a game between the goalkeeper and the kicker.

Neeskens Elfmeter:

<https://www.youtube.com/watch?v=44HvFzhV9xI>

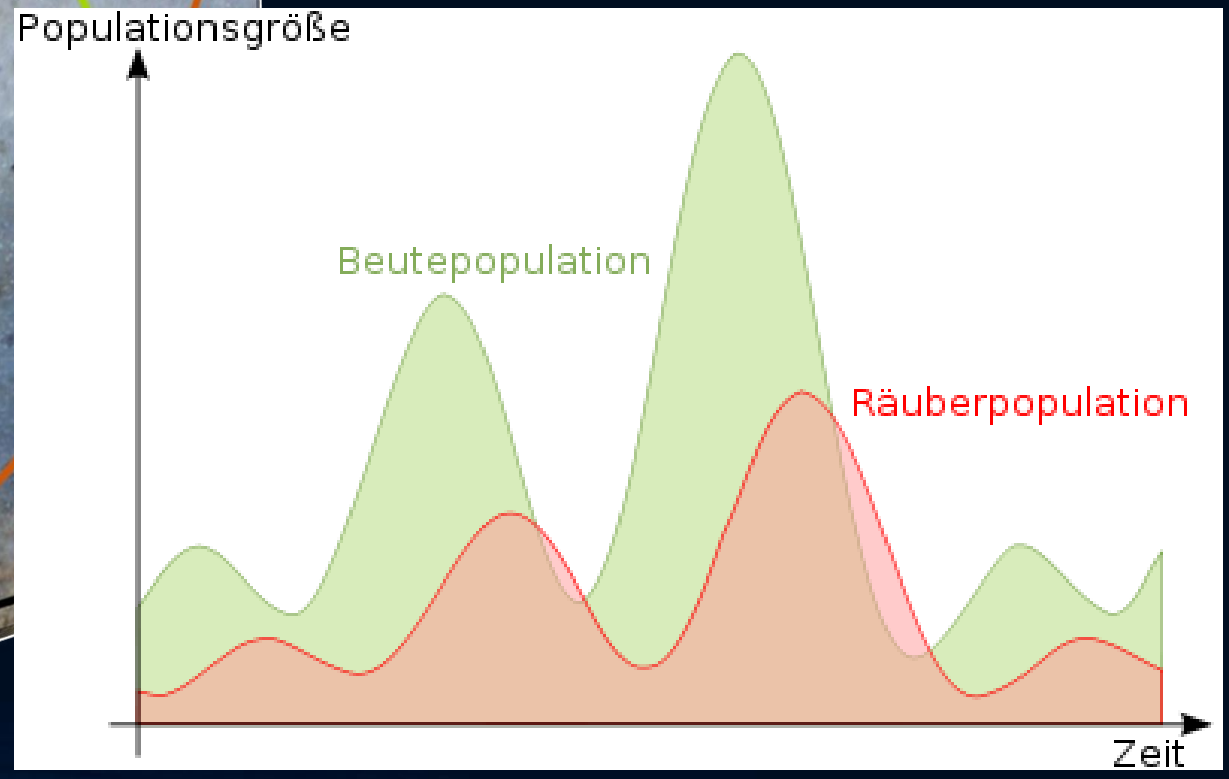
Artikel:

<https://www.econstor.eu/bitstream/10419/26769/1/528420186.PDF>

# Räuber-Beute-Beziehung



# Das Räuber-Beute Spiel





# Die Lotka-Volterra-Gleichung (Räuber-Beute-Gleichung) für N-Populationen

Anzahl der Räuber/Beute Wesen  
der i-ten Population zur Zeit t

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = \left( r_i + \sum_{j=1}^N b_{ij} x_j(t) \right) x_i(t)$$

Reproduktions-  
bzw. Sterberaten

Interaktionsmatrix

# Evolutionäre Irrwege einer Population

Es gibt Spielkonstellationen in denen eine Population von Akteuren zu einem dilemma-artigen Verhalten tendiert, welches global betrachtet nicht-optimal und unter Umständen sogar, für die eigene und andere Spezies, existenziell bedrohend sein kann.

