

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

*PC-POOL RAUM 01.120
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
21. APRIL, 2017*

MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

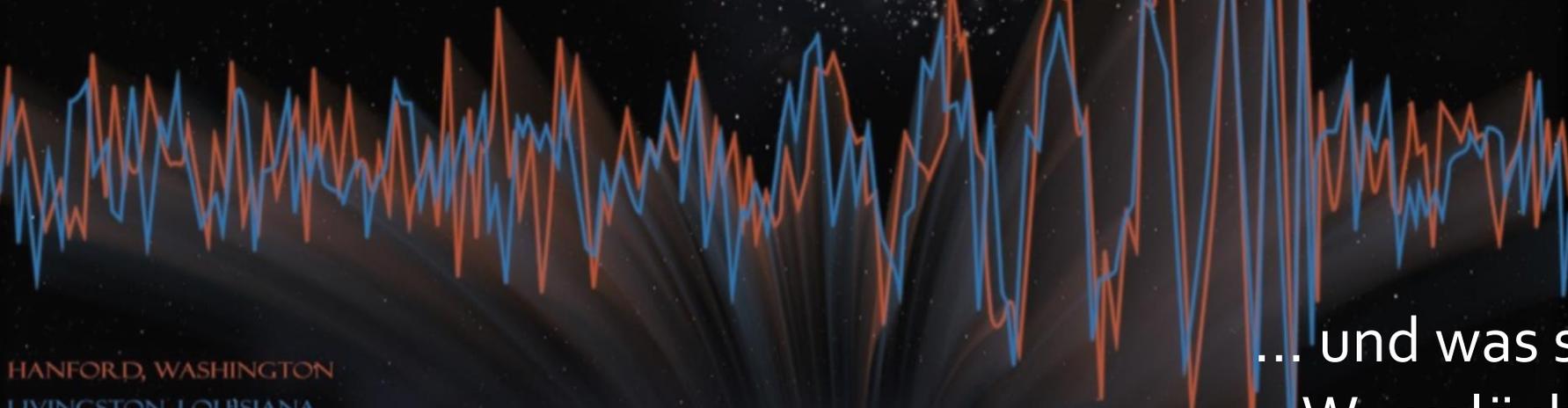
1. Vorlesung

Allgemeines zur Vorlesung

- Ort und Zeit:
PC-Pool Raum 01.120, immer freitags von 15.00 bis 17.00 Uhr
- Vorlesungs-Materialien:
<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hاناuske/VARTC/>
- Kurs auf der Online-Lernplattform Lon Capa:
<http://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/>
- Die Vorlesungstermine am 19. und 26.05.2017 müssen leider auf einen anderen Termin verschoben werden bzw. eine Vertretung wird organisiert.
- Plan für die heutige Vorlesung:
Motivation, Kurzer Überblick der Inhalte der Vorlesung, Vergabe der Login-Accounts für den PC-Pool, die Lon Capa Lernplattform, kleine Einführung in Maple, Berechnung von Christoffel Symbolen und Riemann Tensor mit Maple

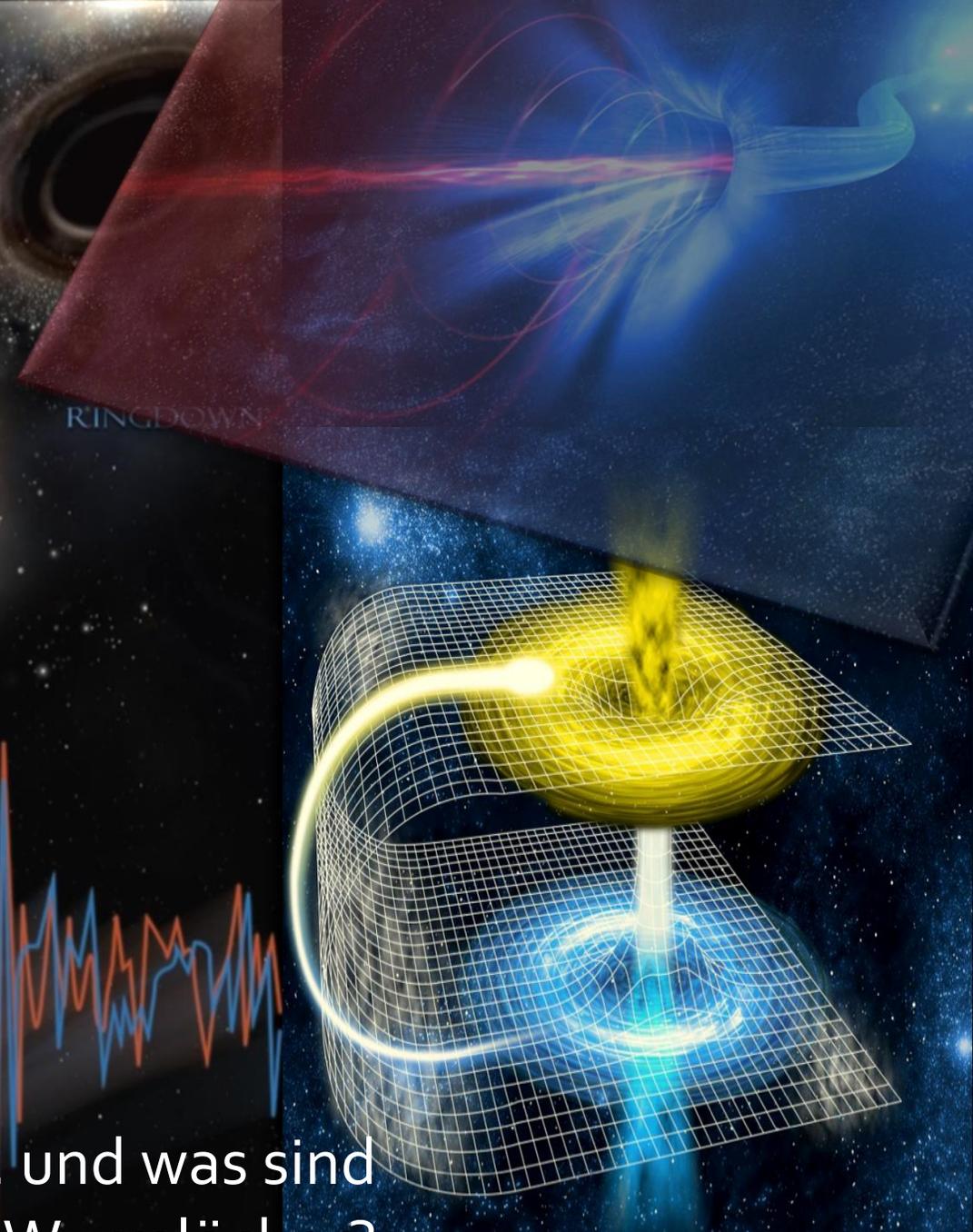
Was sind schwarze Löcher?

... und wie können wir sie wahrnehmen?



HANFORD, WASHINGTON
LIVINGSTON, LOUISIANA

... und was sind Wurmlocher?

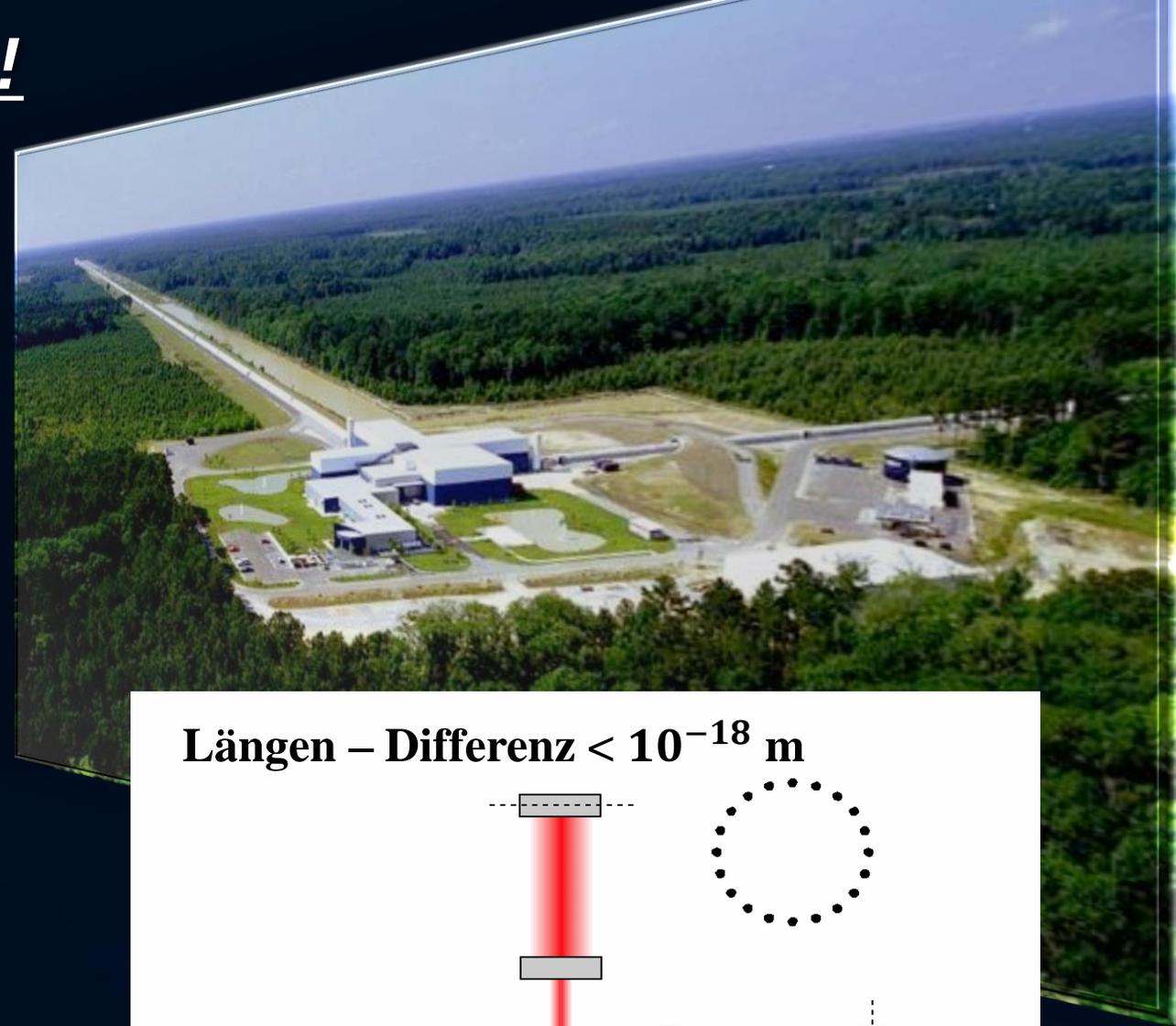
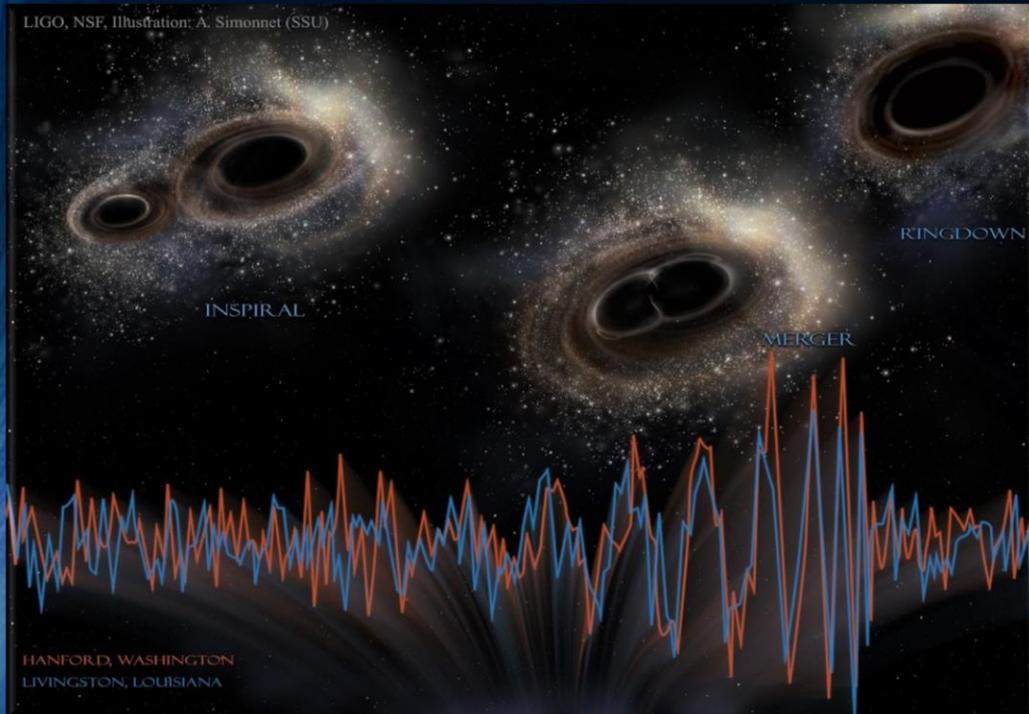


Gravitationswellen gefunden!!!

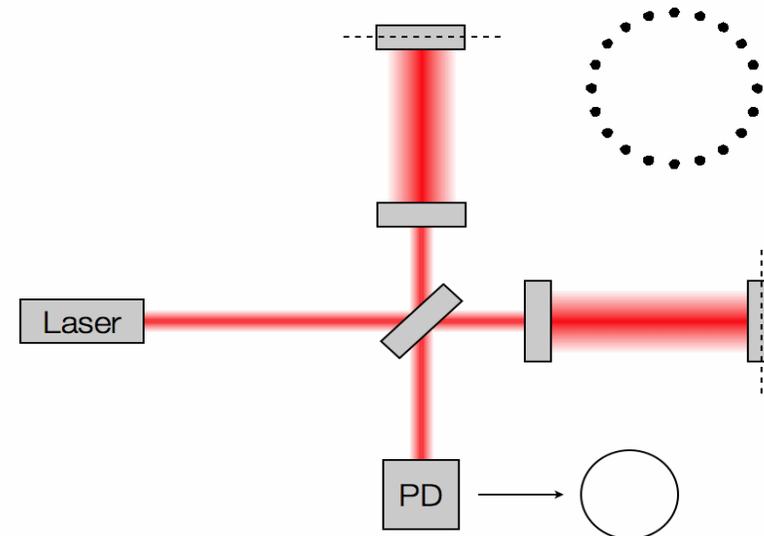
Kollision zweier Schwarzer Löcher GW150914

Massen: 36 & 29 Sonnenmassen

Abstand zur Erde 410 Mpc
(1.34 Milliarden Lichtjahre)



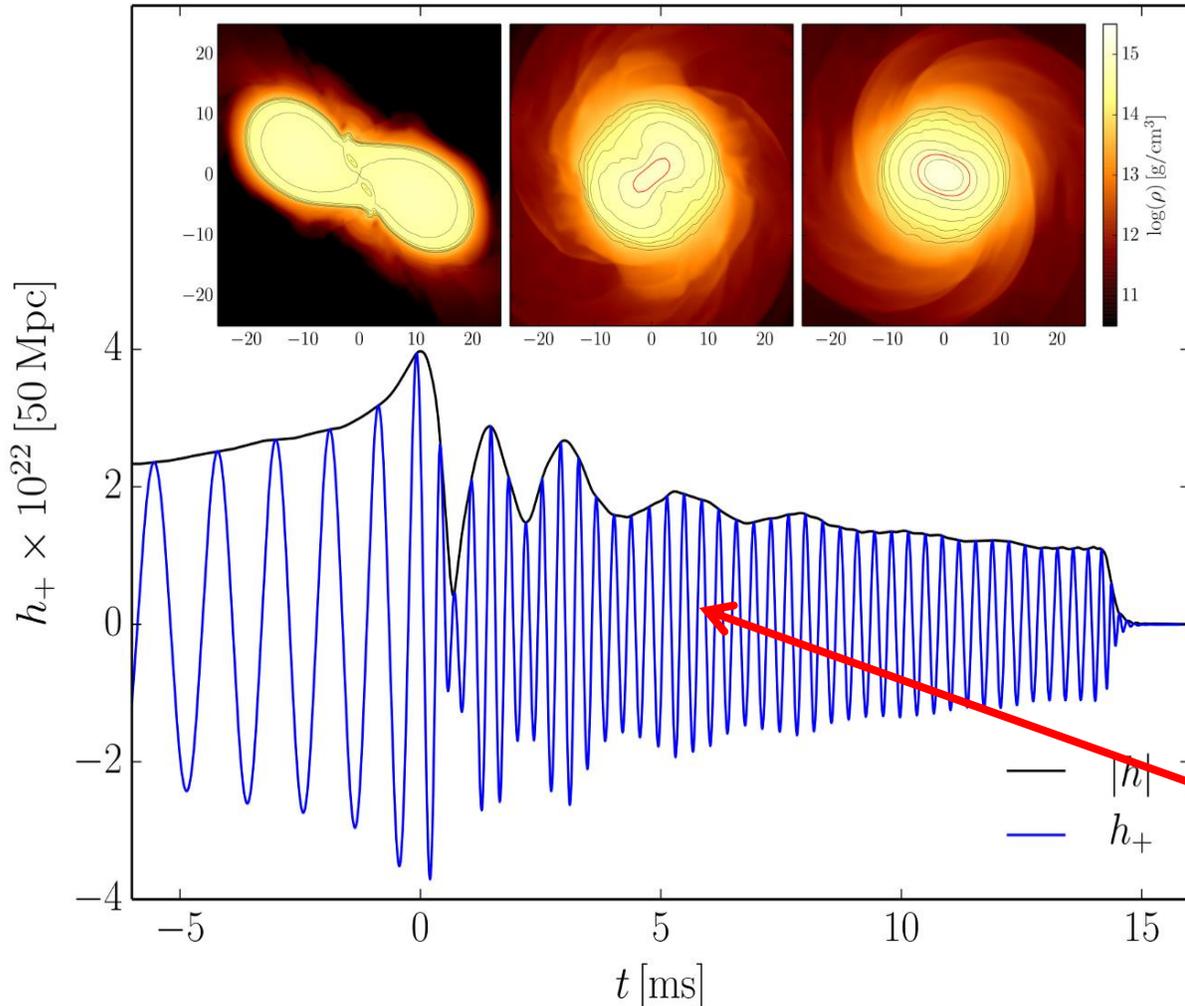
Längen – Differenz $< 10^{-18}$ m



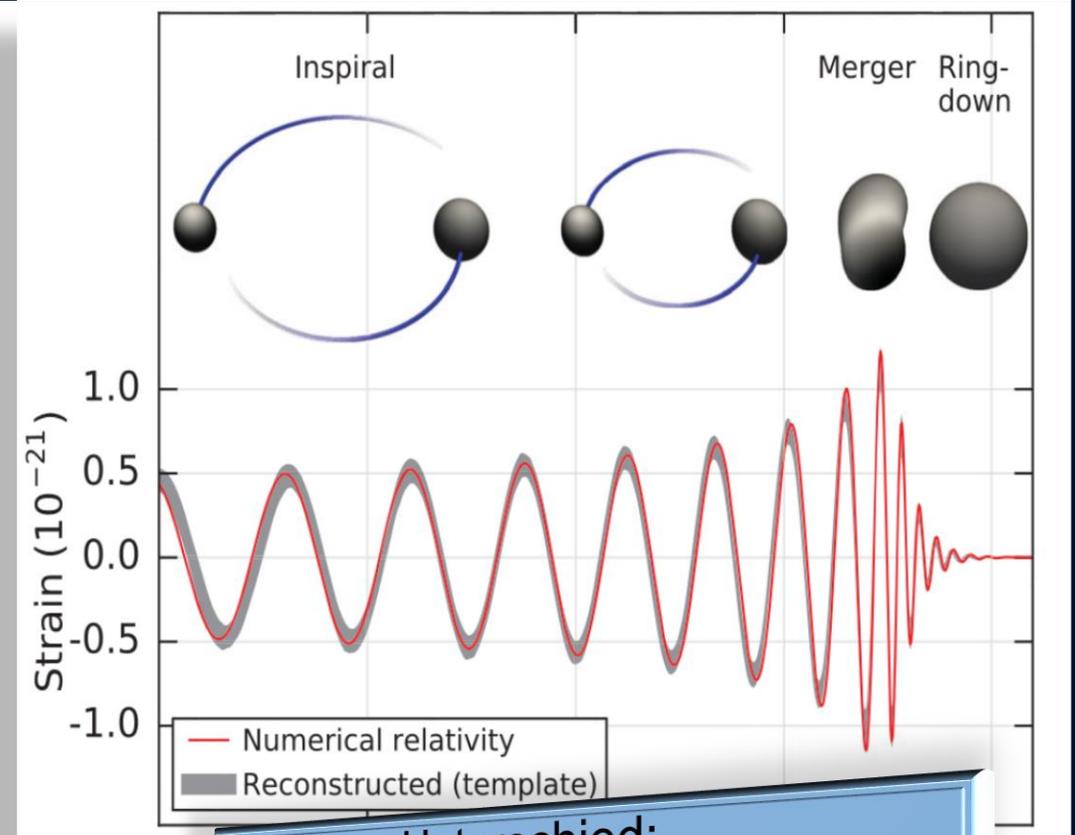
Credit: Les Wade from Kenyon College

Gravitationswellen von Neutronenstern Kollisionen

Neutronenstern Kollision (Simulation)



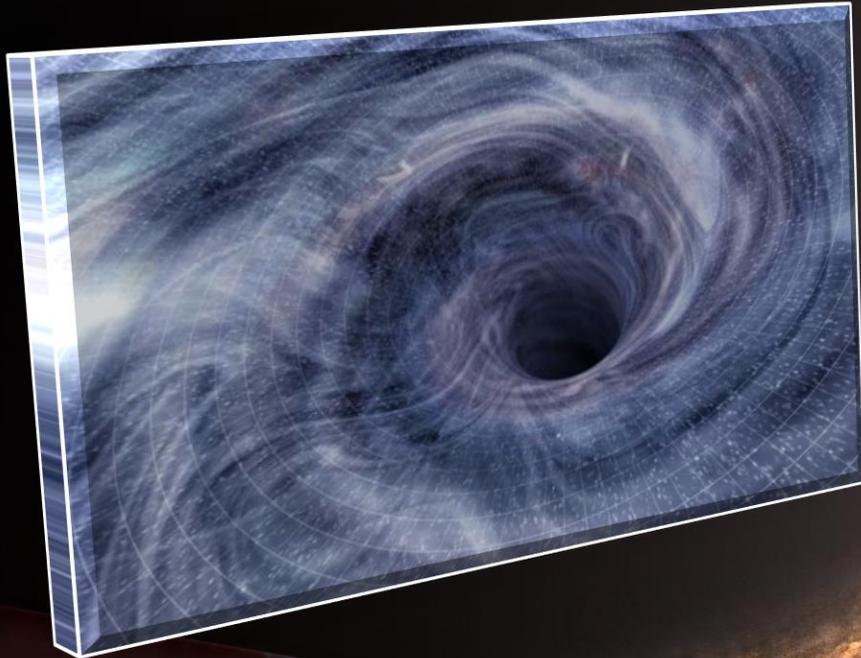
Kollision zweier schwarzer Löcher



Unterschied:

Bei Neutronenstern Kollisionen
gibt es meistens eine
Post-Kollisionsphase

Wie sieht ein schwarzes Loch aus?



Wie sieht das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxie aus?





2009

Gaswolke fällt in das Schwarze Loch

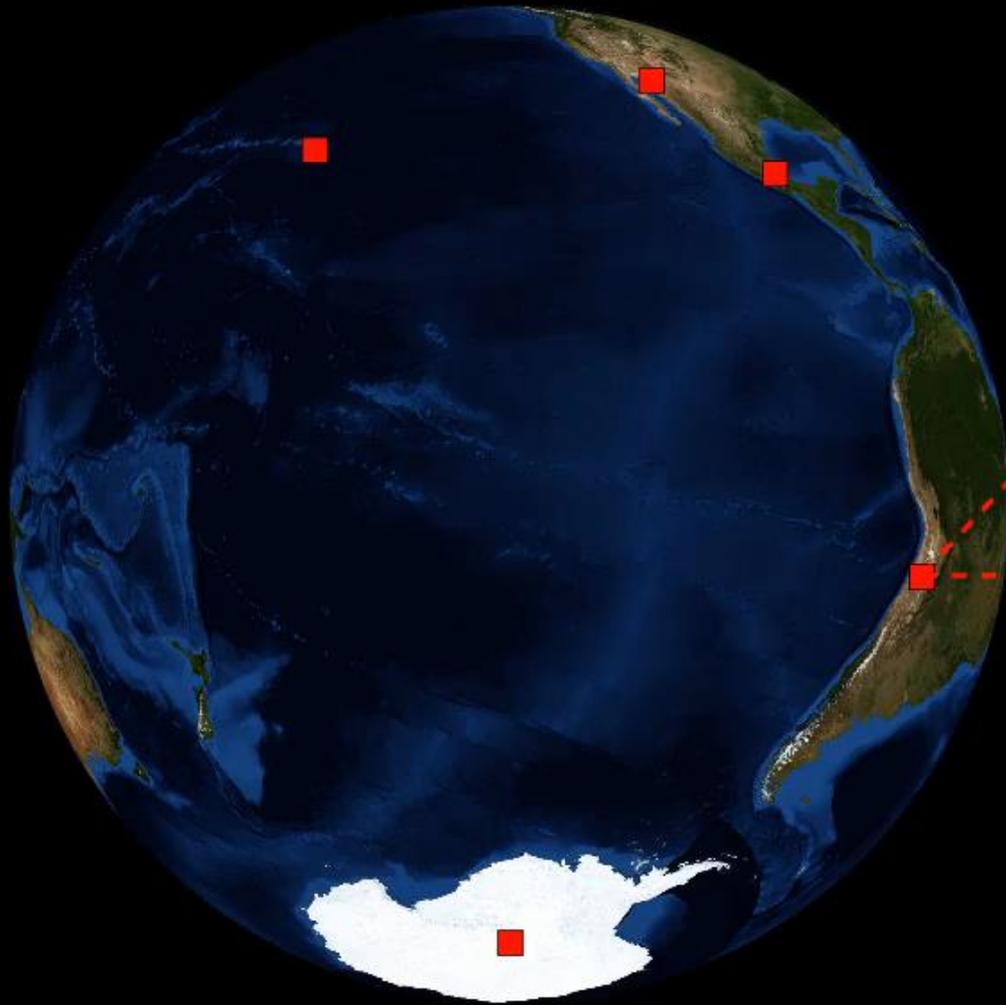
Wie sieht das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxie aus?



Das EU-Projekt **BlackHoleCam**
L.Rezzolla, H.Falke und M.Kramer

Black hole cam is a European funded project, which is a partner in the Event Horizon Telescope and not a separate network!

Event Horizon Telescope



Atacama Large
Millimeter Array (ALMA)



Coordinates: $23^{\circ} 01' 09''\text{S}$, $67^{\circ} 45' 12''\text{W}$

Diameter: 12m

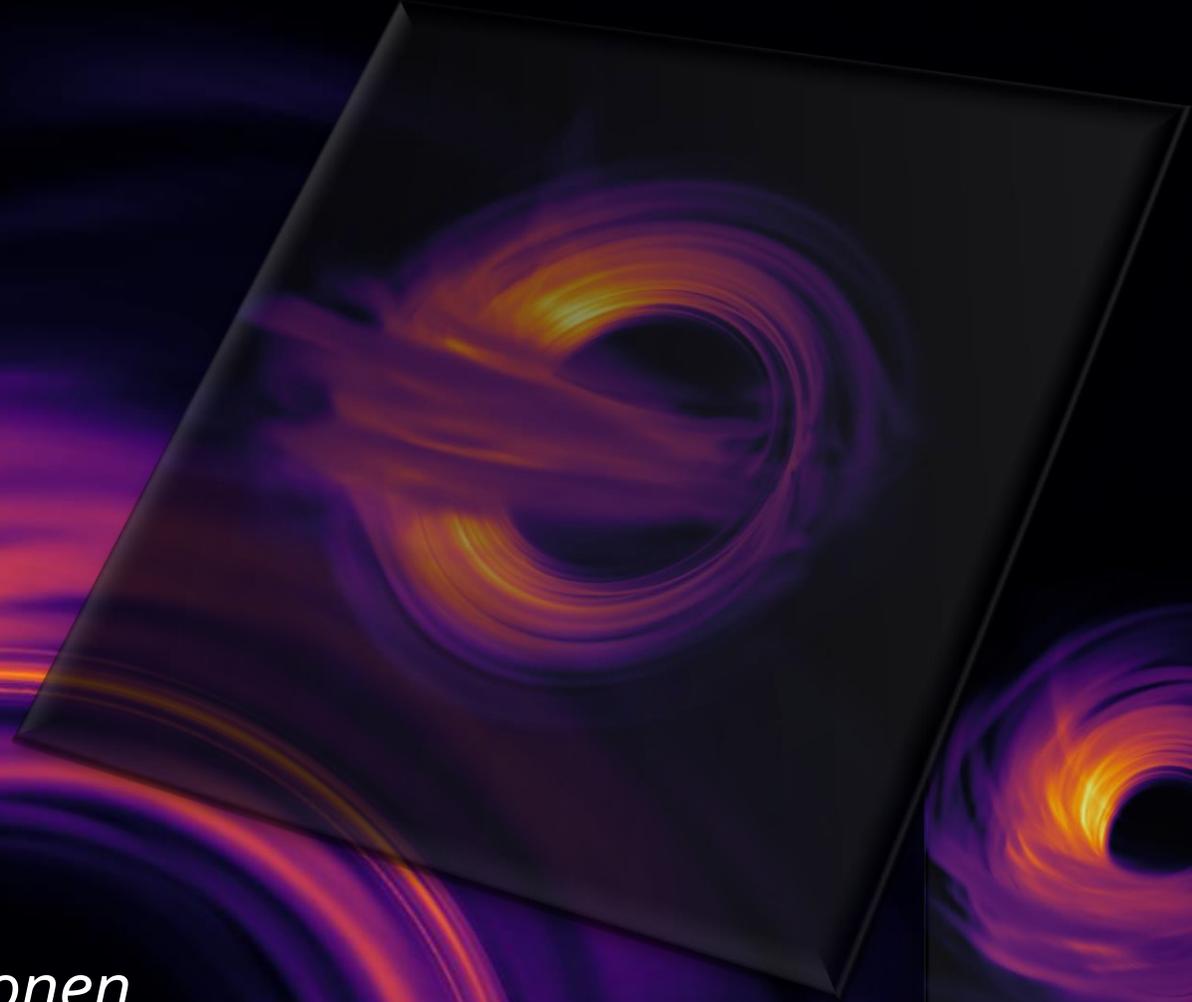
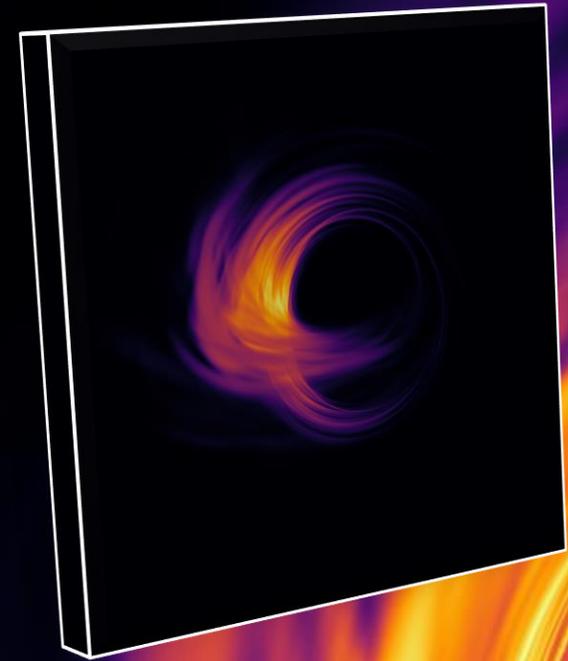
Create a virtual radio telescope
the size of the earth, using the
shortest wavelength

International collaboration project of Very Long Baseline Interferometry (VLBI)
at mm (sub-mm) wavelength

*Python-Animation erstellt
von Dr. Christian Fromm*

Das Bildnis des schwarzen Loches

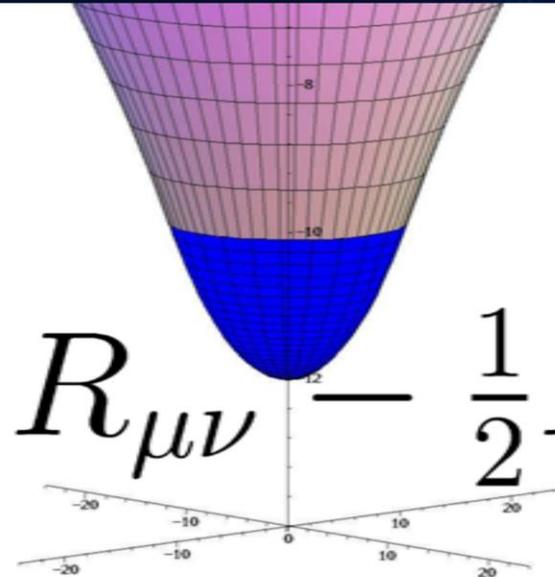
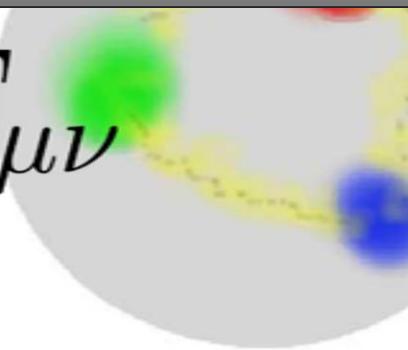
(wie wird das wirkliche Bildnis des schwarzen Loches im Zentrum der Milchstrasse aussehen?)



*Simulationen
erstellt von
Dr. Ziri Younsi*

Grundlagen der Allgemeinen Relativitätstheorie

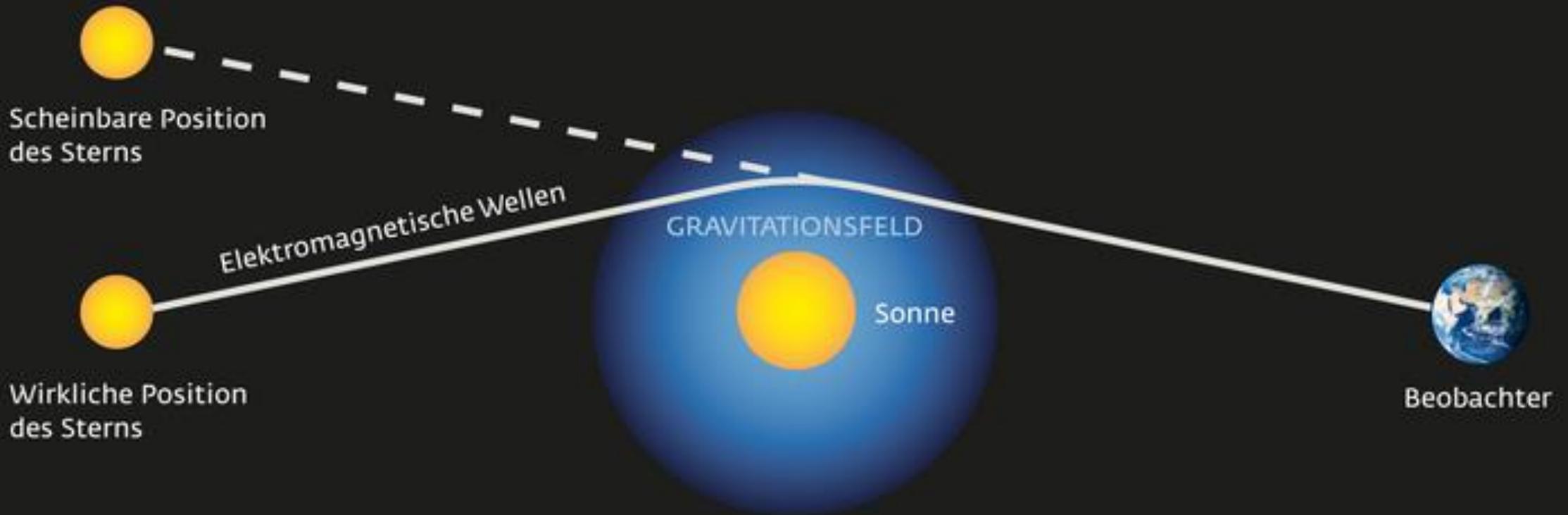
Vor etwa hundert Jahren (1915) stellte Albert Einstein seine „Allgemeine Relativitätstheorie“ (ART) der Öffentlichkeit vor.


$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$


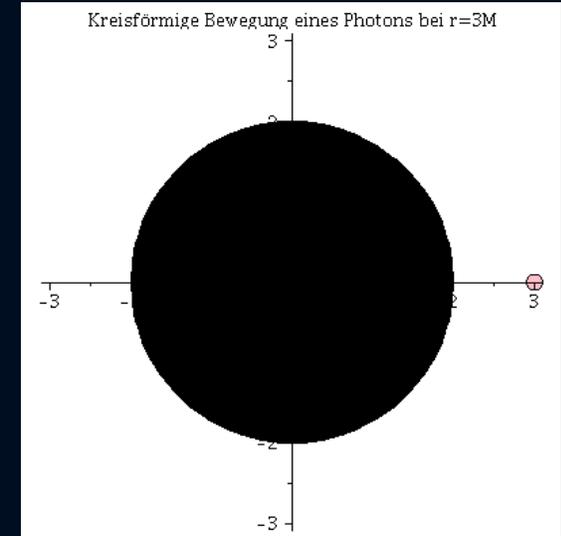
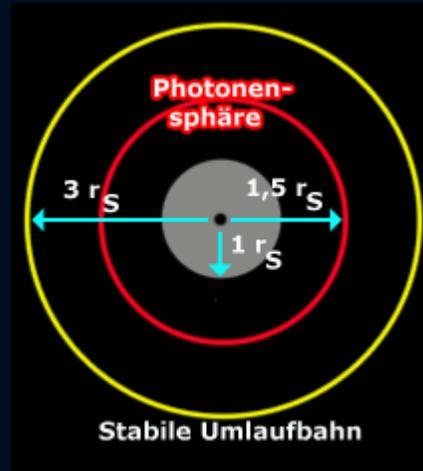
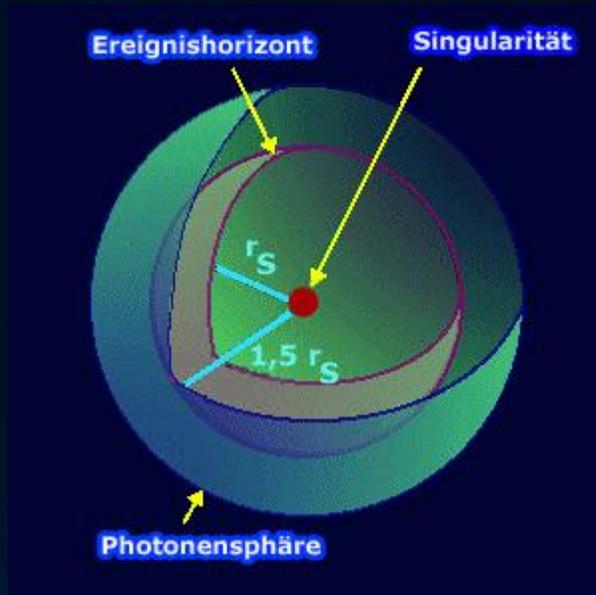
Die ART ist eine sehr revolutionäre Theorie. Sie besagt, dass jegliche Energieformen (z.B. Masse eines Körpers) die „Raumzeit“ verbiegen und durch diese Krümmung des Raumes und der Zeit die Gravitation (Schwerkraft) resultiert. -> Raumzeit-Krümmung = Energie

Erste Bestätigung der ART: Sonnenfinsternis 1919

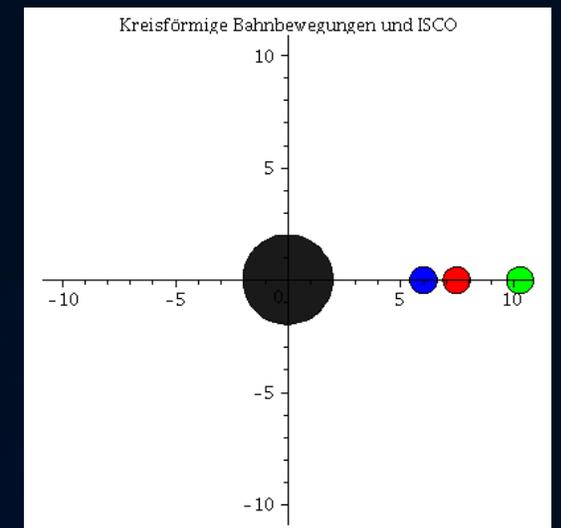
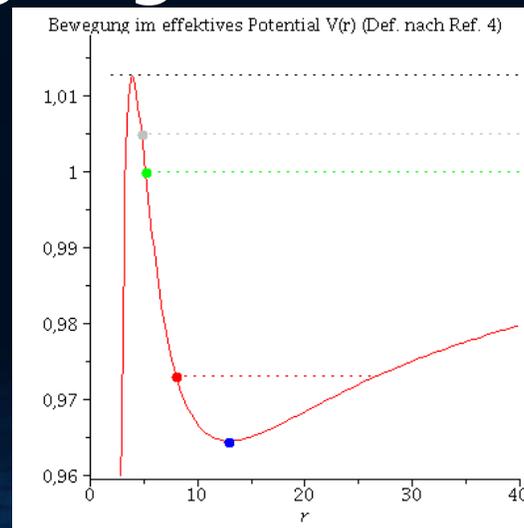
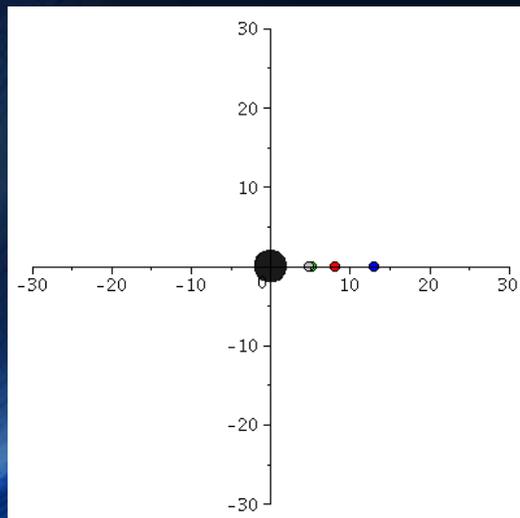
Aufgrund des extrem revolutionären Charakters der ART glaubten viele Physiker zunächst nicht an Einsteins Theorie. Das änderte sich schlagartig im Jahre 1919:



Die Photonen-Sphäre eines schwarzen Loches



Geodätische Bewegungen um ein schwarzen Loch

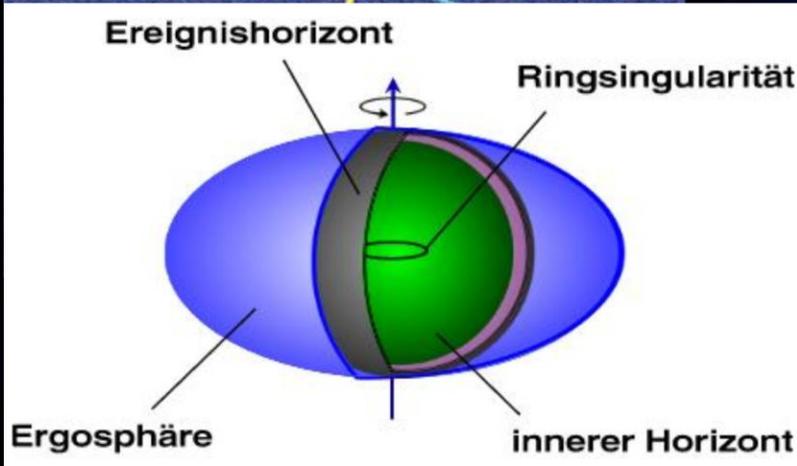
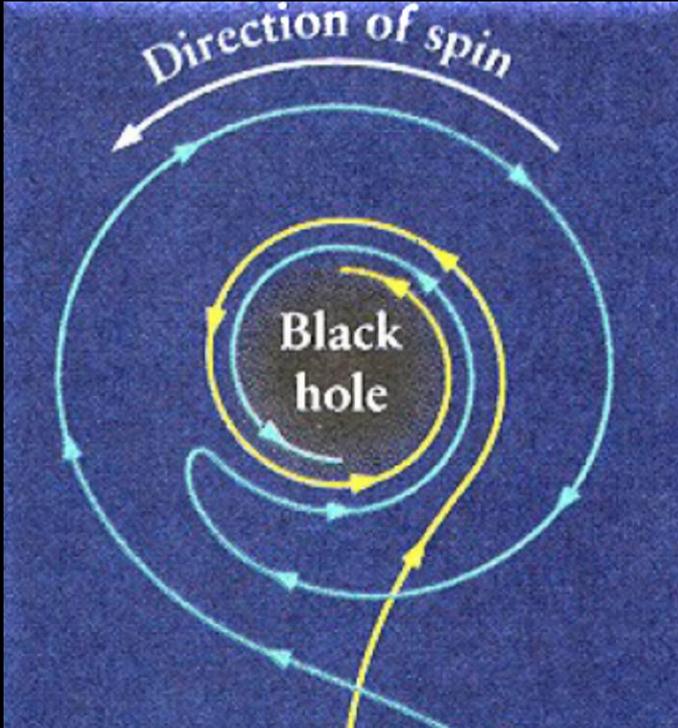


Der Einstein-Ring

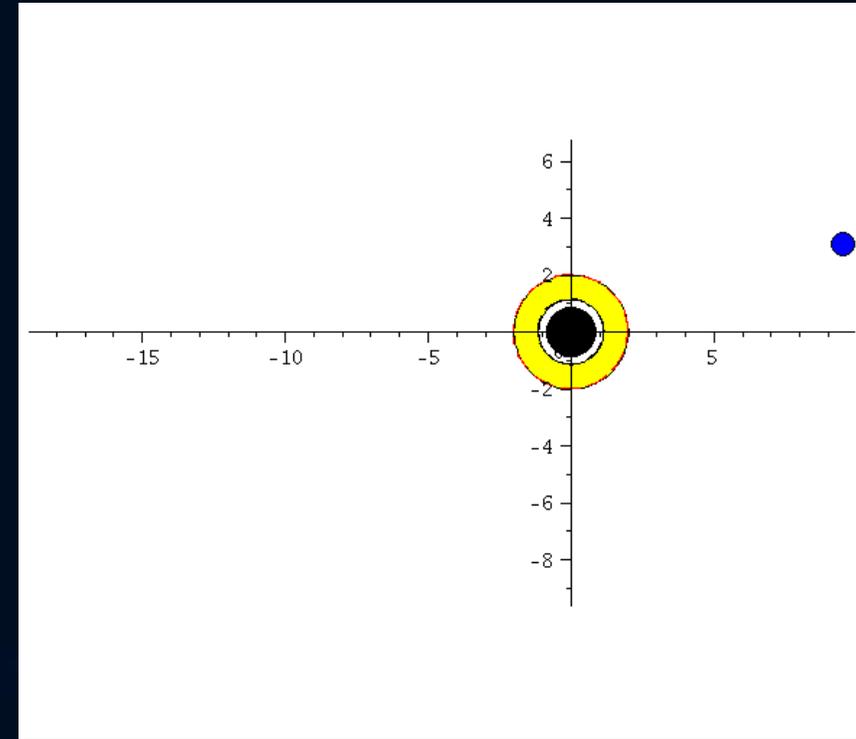
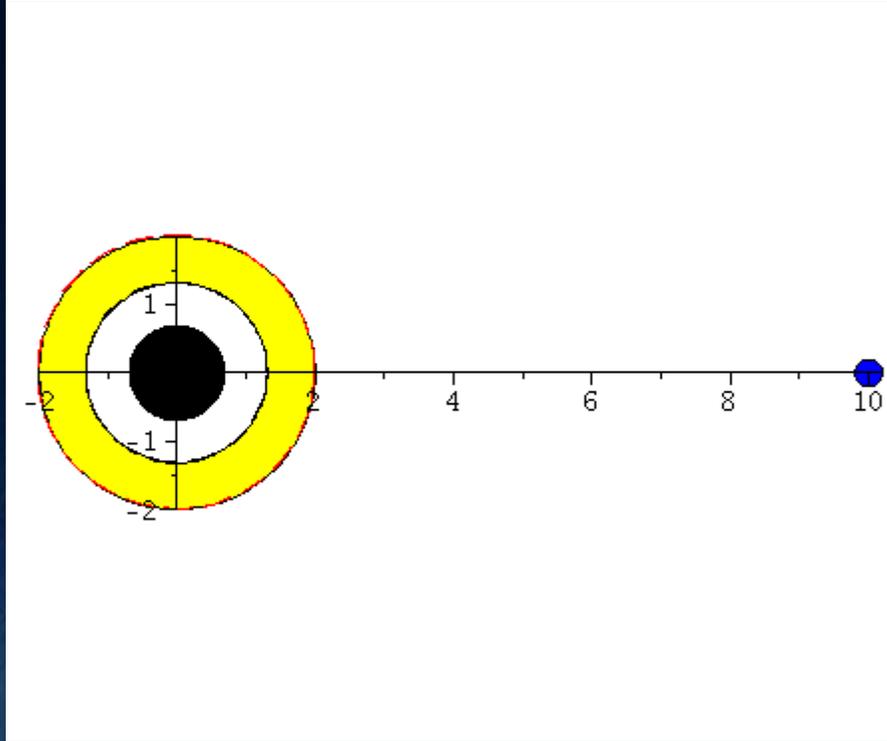


LRG 3-757: im Jahre 2007 mit dem Hubble Space Teleskop aufgenommen

Rotierende schwarze Löcher



Rotierende schwarze Löcher



Vorlesung besteht aus drei Teilen

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer von Dr.phil.nat.Dr.rer.pol. Matthias Hanauske

[Home](#) [Research](#) [Contact](#)

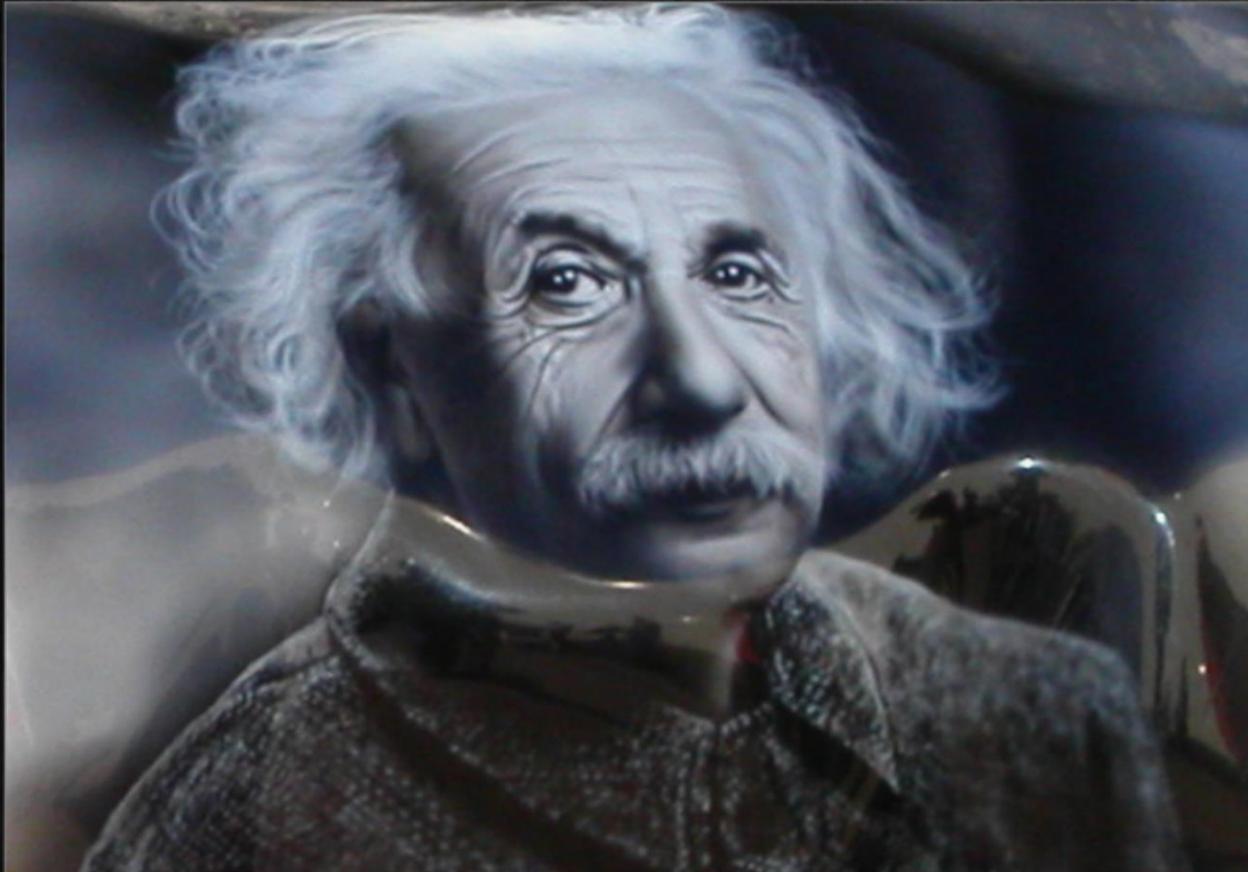
[Einführung](#)

[Teil I](#)

[Teil II](#)

[Teil III](#)

[E-Learning](#)



www.fias.uni-frankfurt/~hanauske/VARTC/

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer (General Theory of Relativity on the Computer) Vorlesung SS 2016, Mo. 16-18.00 Uhr, PC-Pool 01.120

In dieser Vorlesung werden die mathematisch anspruchsvollen Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) in diversen Programmierumgebungen analysiert. Im ersten Teil des Kurses erlernen die Studierenden die Verwendung von Computeralgebra-Systemen (Maple und Mathematica). Die oft komplizierten und zeitaufwendigen Berechnungen der tensoriellen Gleichungen der ART können mit Hilfe dieser Programme erleichtert werden. Diverse Anwendungen der Einstein- und Geodätengleichung werden in Maple implementiert, quasi analytische Berechnungen durchgeführt und entsprechende Lösungen berechnet und visualisiert. Der zweite Teil des Kurses befasst sich mit der numerischen Berechnung von Neutronensternen und Weißen Zwergen mittels eines C/C++ Programms. Nach einer kurzen Auffrischung der grundlegenden Programmierkenntnisse, erstellen die Studierenden, gemeinsam mit dem Betreuer, ein Programm, das die Tolman-Oppenheimer-Volkov-Gleichung numerisch löst und visualisieren die Ergebnisse. Zusätzlich wird hierbei in die Grundkonzepte der parallelen Programmierung eingeführt und eine MPI- und OpenMP-Version des C/C++ Programms erstellt. Im dritten Teil des Kurses werden zeitabhängige numerische Simulationen der ART mittels des Einstein Toolkit durchgeführt und deren Ergebnisse mittels Python/Matplotlib visualisiert. Inhaltlich wird hierbei ebenfalls auf den, dem Programm zugrunde liegenden (3+1)-Split der ART eingegangen und, abhängig von den Vorkenntnissen der Studierenden, mehrere fortgeschrittene, astrophysikalisch relevante Probleme simuliert. Mögliche Themen dieses abschließenden Teils könnten die folgenden Systeme

Teil I

Analytische Berechnungen und numerische Simulationen in Maple

Basierend auf der Einstein- und Geodätengleichung, werden im ersten Teil der Vorlesung unterschiedliche Probleme der allgemeinen Relativitätstheorie analysiert.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -8\pi T_{\mu\nu}$$

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\nu\rho}^\mu \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\rho}{d\tau} = 0$$

Nichtrotierende schwarze Löcher

Ereignishorizonte, was geschieht wenn ein Teilchen in ein schwarzes Loch fällt, Bewegung von Probekörpern und Lichtteilchen um ein schwarzes Loch,..

Eigenschaften von Neutronensternen

Verlauf der Dichte innerhalb eines NS, Masse-Radius Beziehung, Raumzeitkrümmung innerhalb und ausserhalb eines NS,..

Rotierende schwarzen Löchern

Mitführungseffekt der Raumzeit (frame-dragging),...

Teil II

Paralleles Programmieren mit C/C++ und OpenMP/MPI

Die Eigenschaften von Neutronensternen werden in diesem Teil der Vorlesung numerisch mittels der Programmiersprache C++ berechnet. Ausgehend von der, im ersten Teil hergeleiteten Tolmann-Oppenheimer-Volkoff Gleichung, wird mittels des einfachen Euler-Verfahrens die Differentialgleichung in C++ implementiert.

```
#include <iostream> //Ein-/Ausgabe (Include-Dateien)
#include <math.h> //Mathematisches
using namespace std; //Fuer cout

//Definition der Zustandsgleichung
double eos(double p)
{
    double e;
    e=pow(p/10,3.0/5);
    return e;
}

main(void) //Hauptprogramm
{
    //Variablendeklarationen
    double M,p,e,r,dM,dp,de,dr;
    double eos(double);

    //Variableninitialisierung
    M=0;
    r=pow(10,-14);
    p=10*pow(0.0005,5.0/3);
    dr=0.000001;

    //do-while Schleife (Numerische Lösung der TOV-Gleichung)
    do
    {
        e=eos(p); //Wert der Energiedichte bei momentanem Druck
        dM=4*M_PI*e*r*r*dr; //Massenzunahme bei momentanem r und Schrittweite dr
        dp=- (p+e)*(M+4*M_PI*r*r*r*p)/(r*(r-2*M))*dr; //Druckzunahme bei momentanem r und Schrittweite dr (TOV-Gleichung)
        r=r+dr; //momentaner Radius des Neutronensterns
        M=M+dM; //momentane Masse des Neutronensterns innerhalb des Radius r
        p=p+dp; //momentaner Druck des Neutronensterns innerhalb des Radius r
    }
    while(p>0);

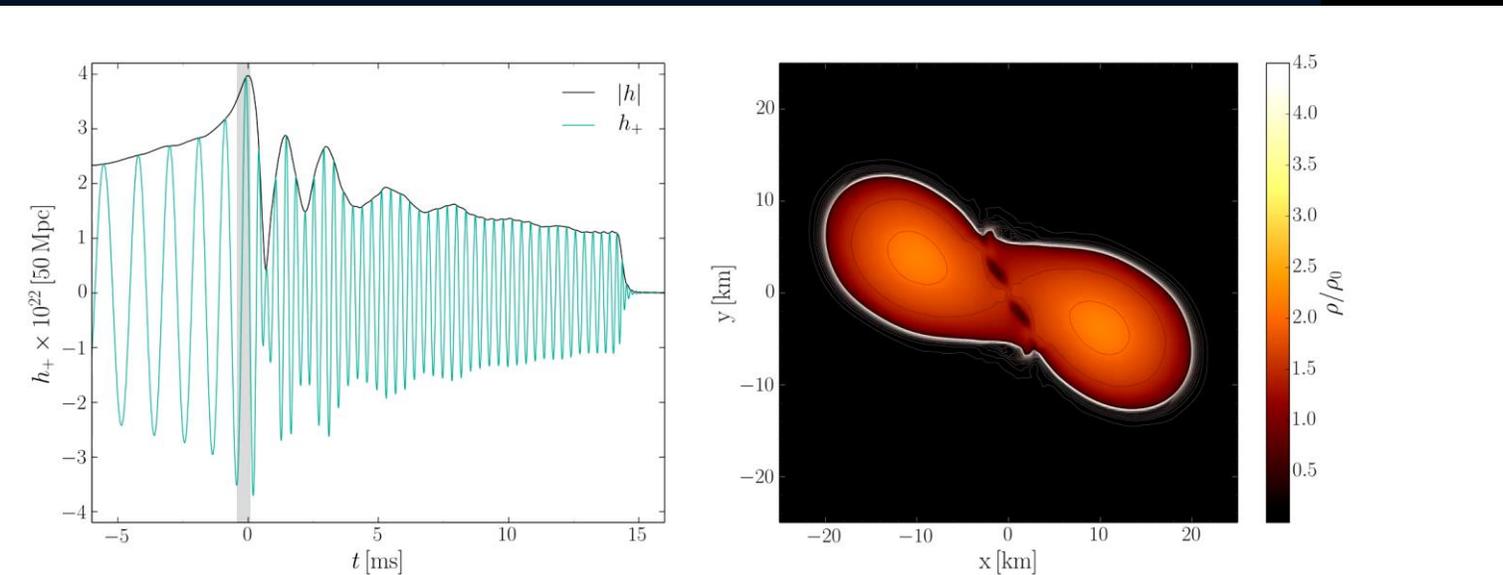
    //Ausgabe der Masse und des Radius auf dem Bildschirm
    cout<<"Neutronensternradius [km] = "<<r<<"\n";
    cout<<"Neutronensternmasse [Sonnenmassen] = "<<M/1.4766<<"\n";

    return 0; //main beenden (Programmende)
}
```

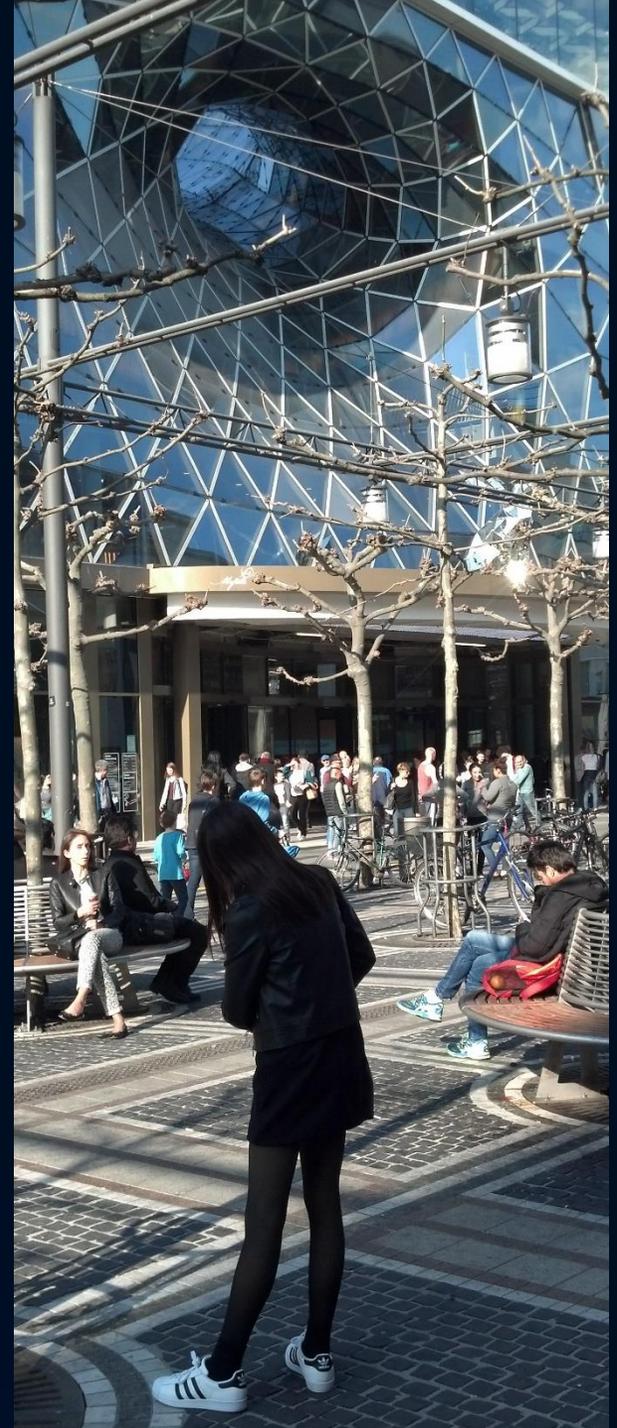
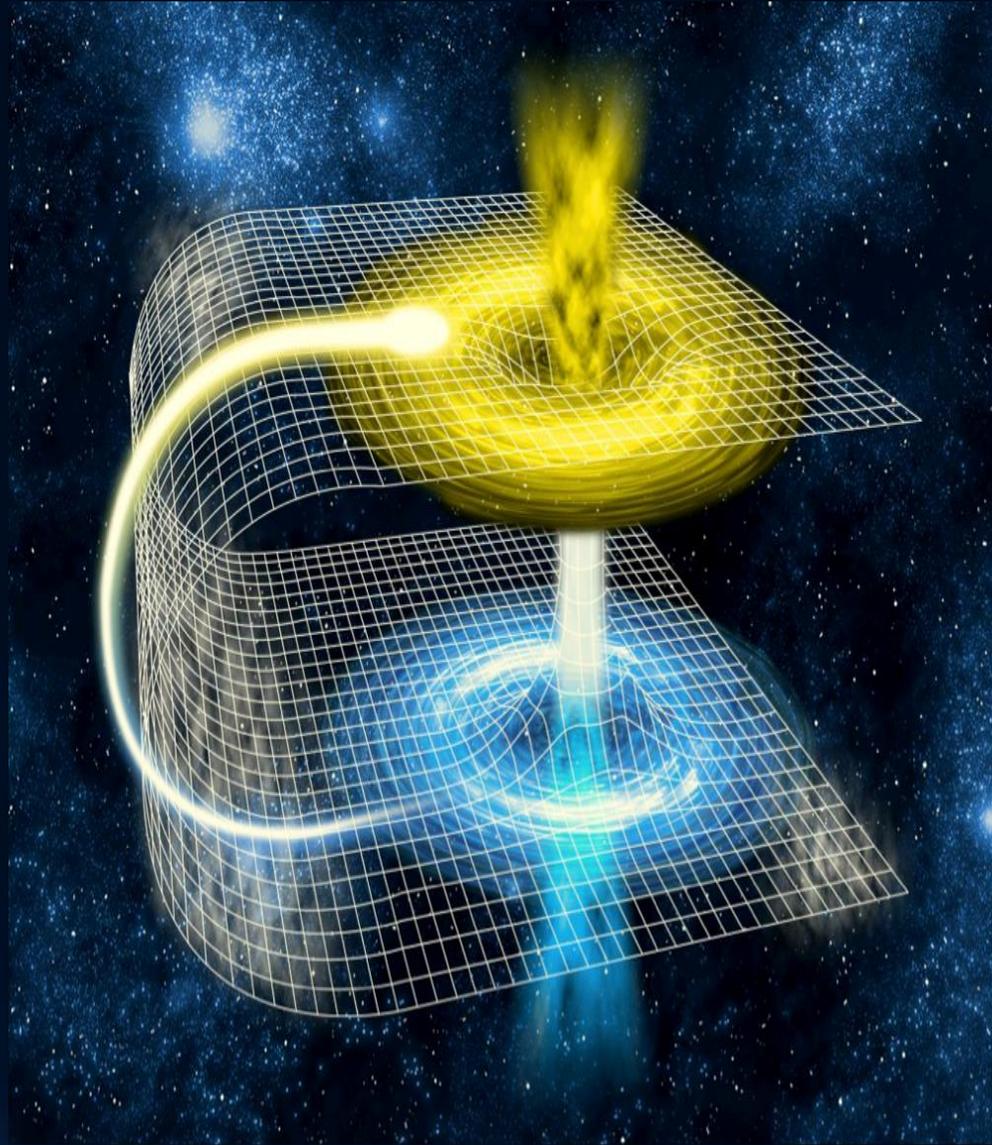
Teil III

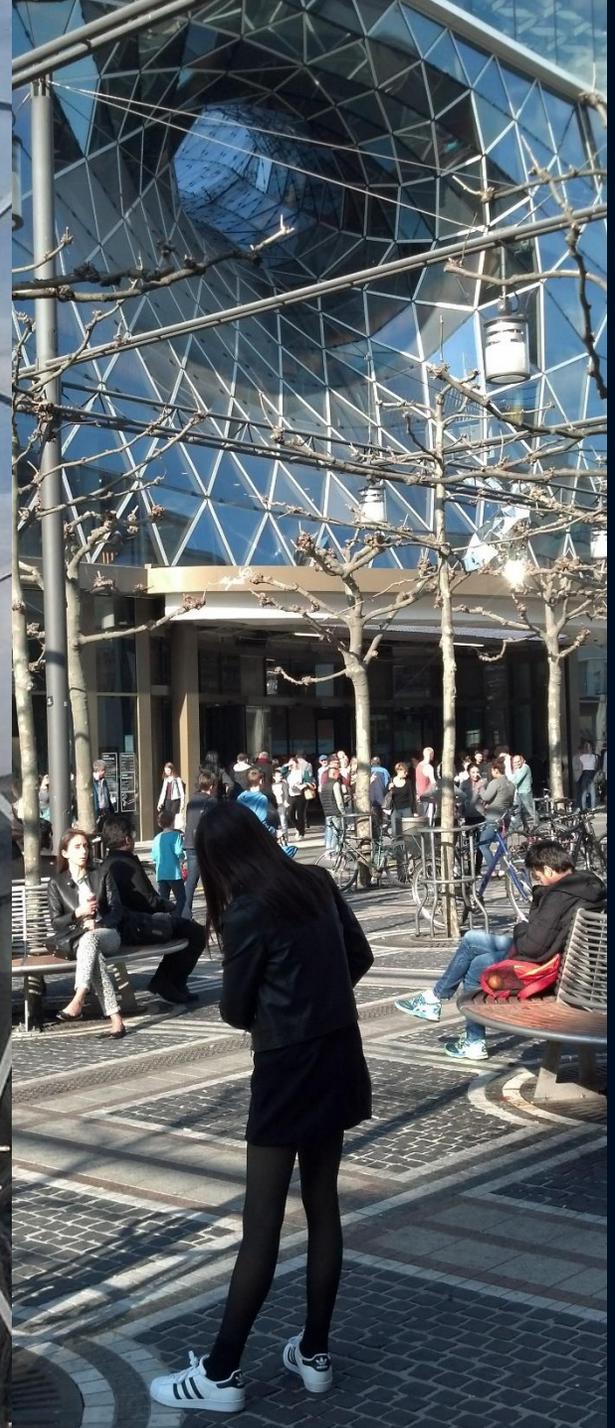
Computersimulationen mit dem Einstein-Toolkit

In diesem Teil wird ein Einblick in die allgemeinrelativistische Simulation auf Supercomputern gegeben. Unter Zuhilfenahme des Einstein-Toolkits werden unterschiedliche, realistische Systeme betrachtet (z.B. Neutronenstern-Kollisionen mit Aussendung von Gravitationswellen)



Wurmlöcher









Europäische Zentralbank – Wurmloch – Börse Frankfurt

