Blatt 11

Bitte laden Sie die Lösung dieses Blattes bis zum 09.02.2021 18 Uhr über das Abgabetool auf der OLAT Kursseite zur Vorlesung hoch.

Das Abgabetool finden Sie unter *Kursinhalt/Übungen/Abgabe-Übungsgruppe #* (wobei # die Nummer Ihrer jeweiligen Übungsgruppe bezeichnet), auch zu finden unter dem Link
https://olat-ce.server.uni-frankfurt.de/olat/auth/RepositoryEntry/9596239873
/CourseNode/102408662028611

Bitte laden Sie die Lösung in einer einzigen, zusammenhängenden, .pdf Datei hoch.

Bitte laden Sie nur Ihre finale Abgabe hoch. Sie können hochgeladene Dateien nicht selbständig löschen.

30) Fermi Geschwindigkeit *(5 Punkte)*

Berechnen Sie, wie schnell sich Teilchen mit Masse m und Spin S in einem Fermi-Gas der Dichte $\frac{N}{V}$ an der Fermi-Kante bewegen und geben Sie an, unter welchen Bedingungen dies noch nicht-relativistisch behandelt werden darf.
Berechnen Sie die Fermi-Energie für den relativistischen Fall.

31) Relativistisches entartetes Fermi-Gas *(5=1+2+2 Punkte)*

Betrachten Sie ein Fermi-Gas mit hoher Dichte im Grenzfall $T = 0$. Wir nehmen an, die Energie der Gasteilchen sei so groß, dass relativistische Effekte wesentlich werden. Ferner sei die Ruheenergie mc^2 vernachlässigbar, so dass die Energie eines Teilchens der Energie des ultrarelativistischen Grenzfalls

$$\epsilon = cp$$

entspricht.

(i) Geben Sie die Fermi-Energie ϵ_F im ultrarelativistischen Grenzfall an.

(ii) Bestimmen Sie die Gesamtenergie E des Gases als Funktion der Dichte N/V.

(iii) Bestimmen Sie den Druck des Gases und zeigen Sie, dass folgende Zustandsgleichung gilt

$$PV = \frac{1}{3}E.$$

32) Magnetische Suszeptibiliät bei hohen Temperaturen ***(10=5+3+2 Punkte)***

Wir wollen den Beitrag der Bahnbewegung der Elektronen zur magnetischen Suszeptibilität bei einem Elektronengas im schwachen Feld, im Limes hoher Temperaturen untersuchen.
In der Vorlesung haben Sie das großkanonische Potenzial

$$\Omega = -2\mu_B B \frac{V 2mT}{4\pi^2\hbar^3} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \ln\left(1 + z e^{-\frac{\epsilon_n}{T}}\right) dp_3$$

hergeleitet, mit

$$\epsilon_n = \frac{p_3^2}{2m} + \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right).$$

(i) Zeigen Sie, dass Ω im Limes hoher Temperaturen gegeben ist als

$$\Omega = -\frac{4V\mu_B z B}{\lambda^3} \frac{e^{-\frac{\hbar\omega_c}{2T}}}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega_c}{T}}}, \tag{1}$$

mit der thermischen Wellenlänge $\lambda = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mT}}$.
Hinweis: Entwickeln Sie den Logarithmus, nutzen Sie die geometrische Reihe und das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}.$$

(ii) Entwickeln Sie Ω im Grenzfall hoher Temperaturen $T \gg \frac{\hbar\omega_c}{2}$ bis einschließlich der Ordnung $\mathcal{O}\left(\frac{\hbar\omega_c}{2T}\right)$ und berechnen Sie die magnetische Suszeptibilität χ.

(iii) Drücken Sie die magnetische Suszeptibilität als Funktion der Dichte N/V aus und zeigen Sie, dass ihr Ergebnis das Curie Gesetz für ideale Gase widerspiegelt

$$\chi = \frac{C}{T},$$

mit einer temperaturunabhängigen Konstante C.
Hinweis: Nutzen Sie den aus der Vorlesung bekannten Ausdruck für die Dichte N/V eines Fermi-Gases im Grenzfall hoher Temperaturen.