Blatt 6

Bitte laden Sie die Lösung dieses Blattes bis zum 15.12.2020 18 Uhr über das Abgabetool auf der OLAT Kursseite zur Vorlesung hoch.

Das Abgabetool finden Sie unter *Kursinhalt/Übungen/Abgabe-Übungsgruppe #* (wobei # die Nummer Ihrer jeweiligen Übungsgruppe bezeichnet), auch zu finden unter dem Link https://olat-ce.server.uni-frankfurt.de/olat/auth/RepositoryEntry/9596239873 /CourseNode/102408662028611

Bitte laden Sie die Lösung in einer einzigen, zusammenhängenden, .pdf Datei hoch.

Bitte laden Sie nur Ihre finale Abgabe hoch. Sie können hochgeladene Dateien nicht selbständig löschen.

16) Wärmepumpe *(6=2+4 Punkte)*

Ein Zimmer mit Temperatur T_2 verliere Wärme an seine Umgebung. Die Umgebungstemperatur sei durch $T_1 < T_2$ und die Wärmeverlustrate durch $\frac{dQ}{dt} = C(T_2 - T_1)$ gegeben. Gleichzeitig wird der Raum über eine Wärmepumpe beheizt, die wie ein inverser Carnot-Prozess zwischen T_1 und T_2 arbeitet.

(i) Beim inversen Carnot-Prozess handelt es sich um den umgekehrt ablaufenden Carnot-Prozess. Zeigen Sie, dass $\Delta W > 0$, also Arbeit an dem System verrichtet werden muss. Die Heizeffektivität ist definiert als

$$\eta_H = -\frac{\Delta Q_2}{\Delta W}.$$

Zeigen Sie, dass $\eta_H > 1$.

(ii) Leiten Sie einen Ausdruck für die Gleichgewichtstemperatur T_2 des Zimmers in Abhängigkeit von C, T_1 und der Leistung $P = \frac{dW}{dt}$ her.

17) Spezifische Wärme C_V *(4 Punkte)*

Leiten Sie einen Ausdruck für die spezifische Wärme C_V her, wo diese von den Variablen T, μ und V abhängt.
Hinweis: Sie können den Funktionaldeterminantentrick aus der Vorlesung benutzen.

18) Absoluter Nullpunkt (*4 Punkte*)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass als Konsequenz des 3. Hauptsatzes der Thermodynamik die Wärmekapazitäten C_P und C_V am absoluten Nullpunkt verschwinden müssen. Gleiches gilt für den isobaren thermischen Ausdehnungskoeffizienten

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p.$$

Experimente zur Wärmekapazität bei niedrigen Temperaturen legen einen Ansatz

$$C_P = T^x\Big(a(P) + b(P)T + c(P)T^2 + ...\Big)$$

nahe, mit $x > 0$ und Koeffizienten $a(P)$, $b(P)$, $c(P)$ materialabhängig, der entsprechende Eigenschaft erfüllt.
Zeigen Sie, dass mit diesem Ansatz das Verhältnis

$$\frac{V\alpha}{C_P},$$

für $T \to 0$ gegen eine endliche Konstante strebt.
Hinweis: Drücken Sie αV als eine Funktion von (S, P, T) aus und nutzen Sie die Definition der Wärmekapazität. Hierbei ist es sehr hilfreich, die Entropie als

$$S = \int_0^T (dS)_P,$$

zu schreiben, mit der Integration entlang eines Weges mit konstantem Druck P.

19) Fluktuationen im kanonischen Ensemble *(4+2=6 Punkte)*

Betrachten Sie ein System bei konstantem Volumen ($dV = 0$), das im thermischen Kontakt mit einem Wärmereservoir der Temperatur T steht.

(i) Beweisen Sie, dass ür die Fluktuationen der Energie E im kanonischen Ensemble gilt: $\langle(\Delta E)^2\rangle = T^2 C_V$.

(ii) Zeigen Sie, dass die Fluktuationen im thermodynamischen Limes verschwinden: $\frac{\Delta E}{E} \sim \frac{1}{\sqrt{N}}$.