

Blatt 5

Bitte laden Sie die Lösung dieses Blattes bis zum 08.12.2020 18 Uhr über das Abgabewerkzeug auf der OLAT Kursseite zur Vorlesung hoch.

Das Abgabewerkzeug finden Sie unter *Kursinhalt/Übungen/Abgabe-Übungsgruppe #* (wobei # die Nummer Ihrer jeweiligen Übungsgruppe bezeichnet), auch zu finden unter dem Link <https://olat-ce.server.uni-frankfurt.de/olat/auth/RepositoryEntry/9596239873/CourseNode/102408662028611>

Bitte laden Sie die Lösung in einer einzigen, zusammenhängenden, .pdf Datei hoch.

Bitte laden Sie nur Ihre finale Abgabe hoch. Sie können hochgeladene Dateien nicht selbständig löschen.

13) Variablen der Thermodynamik (10=2+4+4 Punkte)

(i) Leiten Sie die folgende Maxwellrelation her:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V.$$

(ii) Nutzen Sie die Relation des vorherigen Aufgabenteils um zu zeigen, dass

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_E = -\frac{1}{C_V} \left[T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P \right].$$

Hinweis: Nutzen Sie die Identitäten a) und b) des aus der Vorlesung und dem letzten Übungsblatt bekannten Lemmas. (Gleichung 2.67 und 2.68 im Skript)

(iii) Die Zustandsgleichung eines realen, sogenannten van der Waals Gas lautet

$$P = \frac{Nk_B T}{V - Nb} - a \frac{N^2}{V}$$

mit a und b Parametern, die von der jeweiligen Molekül- oder Atomsorte des Gases abhängen (z.B. für ein Heliumgas $a = 3,45 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Jm}^3}{\text{mol}^2}$ und $b = 23,7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$). Für ideale Gase gilt $a = 0$, $b = 0$. Berechnen Sie

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_E$$

für ein reales van der Waals Gas und ein ideales Gas. Kühlt sich das jeweilige Gas bei der Expansion ab, erwärmt es sich oder bleibt die Temperatur gleich? Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

14) Joule-Thomson Effekt (6=2+4 Punkte)

Beim Joule-Thomson-Prozess betrachtet man ein aus zwei Kammern zusammengesetztes, thermisch isoliertes System. Durch eine Drossel wird mit konstantem Druck P_1 eine Gasmenge mit Anfangsvolumen V_1 aus Kammer 1 in Kammer 2 gepresst. Dort wird der Druck $P_2 < P_1$ ebenfalls konstant gehalten und die Gasmenge nimmt das Endvolumen V_2 ein. Die Drossel verhindert das Entstehen kinetischer Energie und sorgt dafür, dass der Prozess der Expansion adiabatisch verläuft (es entsteht keine Wärme).

- (i) Zeigen Sie, dass die Enthalpie H konstant bleibt und der Prozess irreversibel verläuft.
- (ii) Der Joule-Thomson-Koeffizient ist definiert als $\delta = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H$. Benutzen Sie das Ergebnis aus (i) um zu zeigen, dass

$$\delta = \frac{1}{C_P} \left[T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V \right]$$

gilt.

Wie lautet δ für ein ideales Gas mit Zustandsgleichung

$$PV = NT.$$

Hinweis: Verfahren Sie bei der Herleitung von δ wie in Aufgabe 13) (ii).

15) Freie Entropie (2+2=4 Punkte)

Die Entropie kann ebenfalls als thermodynamisches Potential aufgefasst werden, mit Energie und Volumen als natürliche Variablen:

$$\begin{aligned} S = S(E, V), \quad dS &= \frac{\partial S}{\partial E} dE + \frac{\partial S}{\partial V} dV = \frac{1}{T} dE + \frac{P}{T} dV \\ &= \beta dE + \pi dV, \quad \beta = \frac{1}{T}, \quad \pi = \frac{P}{T}. \end{aligned}$$

- (i) Berechnen Sie das sogenannte Planck Potential $\Xi(\beta, \pi)$ indem sie zwei Legendre Transformationen durchführen.
- (ii) Zeigen Sie, dass $d\Xi = -\frac{1}{T} dG$ mit G der Gibbs freien Energie,

$$dG = -SdT + VdP.$$

Hinweis: Nutzen Sie die totalen Differentiale $d\pi$ und $d\beta$.