

Blatt 1

Bitte laden Sie die Lösung dieses Blattes bis zum 10.11.2020 18 Uhr über das Abgabewerkzeug auf der OLAT Kursseite zur Vorlesung hoch.

Das Abgabewerkzeug finden Sie unter *Kursinhalt/Übungen/Abgabe-Übungsgruppe #* (wobei # die Nummer Ihrer jeweiligen Übungsgruppe bezeichnet), auch zu finden unter dem Link <https://olat-ce.server.uni-frankfurt.de/olat/auth/RepositoryEntry/9596239873/CourseNode/102408662028611>

Bitte laden Sie die Lösung in einer einzig, zusammenhängenden, .pdf Datei hoch.

Bitte laden Sie nur Ihre finale Abgabe hoch. Sie können hochgeladene Dateien nicht selbständig löschen.

1) Wahrscheinlichkeitsverteilung I (1+2=3 Punkte)

Der Aufenthaltsort eines Teilchens sei gleichverteilt auf...

- (i) ... dem Umfang eines Kreises. Wählen Sie Polarkoordinaten (r, θ) mit $\theta \in [0, 2\pi]$.
- (ii) ... der Oberfläche einer Kugel. Wählen Sie Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ) mit $\theta \in [0, \pi]$, $\phi \in [0, 2\pi]$.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Winkel zwischen θ und $\theta + d\theta$ liegt?

2) Wahrscheinlichkeitsverteilung II (2+2+1+1+1=7 Punkte)

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Position eines Teilchens in der xy -Ebene sei

$$\rho(x, y) = C \frac{|xy|}{r} e^{-\alpha r}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Berechnen Sie:

- (i) die Normierungskonstante C ,
- (ii) die Mittelwerte $\langle x \rangle$, $\langle y \rangle$, $\langle xy \rangle$ und daraus $\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle$
Hinweis: Nutzen Sie Symmetrien,
- (iii) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich das Teilchen in einem Kreisring zwischen r und $r + dr$ befindet,
- (iv) die Wahrscheinlichkeit dafür, das Teilchen unabhängig von der y -Koordinate zwischen x und $x + dx$ zu finden,
Hinweis: Beachten Sie den Betrag. Teilen Sie das Integral auf und nutzen Sie die Symmetrien.
- (v) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die x -Koordinate kleiner als a ist, wenn die y -Koordinate auf a festgelegt ist.
Hinweis: Normierung

3) Trajektorien im Phasenraum ($2+2+2+2+2=10$ Punkte)

Bestimmen und zeichnen Sie die Trajektorie im Phasenraum für die folgenden Potentiale:

- (i) $V(q) = 0$.
- (ii) $V(q) = -\frac{1}{2}m\omega^2q^2$, wobei $\omega > 0$ und m die Masse ist.
- (iii) $V(q) = mgq$, wobei $g > 0$ und m die Masse ist.
- (iv) $V(q) = \alpha|q|$, wobei $\alpha > 0$.
- (v) $V(q) = 0$ für $|q| < a$ und $V(q) = \infty$ für $|q| \geq a$.