Blatt 1

Bitte laden Sie die Lösung dieses Blattes bis zum 20.04.2021 18 Uhr über das Abgabetool auf der OLAT Kursseite zur Vorlesung hoch.

Das Abgabetool finden Sie unter *Kursinhalt/Übungen/Abgabe-Übungsgruppe #* (wobei # die Nummer Ihrer jeweiligen Übungsgruppe bezeichnet), auch zu finden unter dem Link https://olat-ce.server.uni-frankfurt.de/olat/auth/RepositoryEntry/11327635464/CourseNode/103409770339160

Bitte laden Sie die Lösung in einer <u>einzigen</u>, <u>zusammenhängenden</u>, <u>.pdf</u> Datei hoch.

Bitte laden Sie nur Ihre <u>finale Abgabe</u> hoch. Sie können hochgeladene Dateien nicht selbständig löschen.

1) Lagrange-Funktion und konjugierter Impuls *(2+2+2=6 Punkte)*

Ein System habe die Lagrangefunktion

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) + \frac{k}{r}.$$

(i) Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen auf.

(ii) Berechnen Sie die konjugierten Impulse p_r und p_θ.

(iii) Gibt es Erhaltungsgrößen? Wenn ja, welche?

2) Federpendel *(1+3+3=7 Punkte)*

Benutzen Sie den Hamilton Formalismus, um die Bewegungsgleichung für ein Federpendel aufzustellen. Das Federpendel ist durch die Masse m des Gewichts, die Federspannung D (die Feder selbst sei masselos, Reibung wird vernachlässigt) und die Erdbeschleunigung g charakterisiert.

(i) Geben Sie die Hamiltonfunktion für das System an mit $V(z) = mgz + \frac{1}{2}m\omega_0^2 z^2$

(ii) Berechnen Sie die Bewegungsgleichung (wie stehen D und ω_0 in Zusammenhang?)

(iii) Lösen Sie die Bewegungsgleichung mit dem Ansatz $z(t) = ce^{\lambda t} + d$ und geben Sie die Konstanten c, d für die Anfangsbedingungen $z(t=0) = z_0$ und $\dot{z}(t=0) = 0$ an.

3) Poissonklammern *(3 Punkte)*

Die Poissonklammer ist definiert durch

$$\{f, g\} \equiv \sum_k \left(\frac{\partial f}{\partial q_k}\frac{\partial g}{\partial p_k} - \frac{\partial f}{\partial p_k}\frac{\partial g}{\partial q_k} \right),$$

wobei q_i generalisierte Koordinaten und p_i die dazu kanonisch konjugierten Impulse sind. Zeigen Sie damit die Gültigkeit der fundamentalen Poissonklammern

$$\{q_i, q_j\} = 0, \qquad \{p_i, p_j\} = 0, \qquad \{q_i, p_j\} = \delta_{ij}.$$

4) Wellengleichung *(4 Punkte)*

Das elektrische Feld im Vakuum wird durch die folgende Wellengleichung beschrieben:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} = c^2 \Delta \vec{E}.$$

Lösen Sie diese Differentialgleichung, indem sie als Ansatz die ebene Welle mit Wellenvektor $\vec{k}$ und Kreisfrequenz ω verwenden. Wie nennt man den Zusammenhang zwischen $\vec{k}$ und ω der sich dabei ergibt?