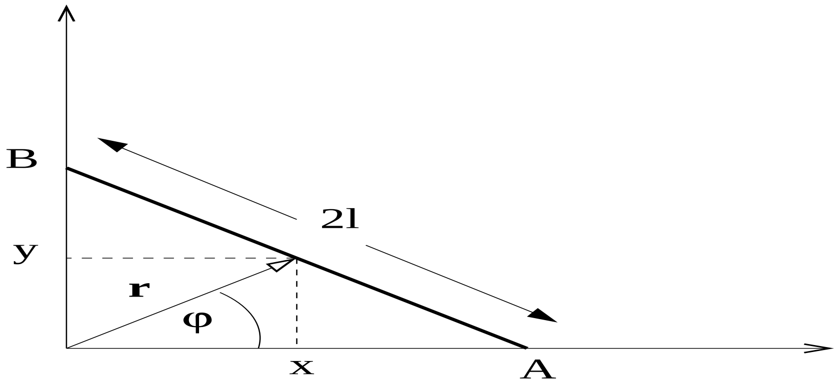
Übungsaufgaben **Theoretische Physik I**

WS 04/05 Prof. Dr. C. Gros

7. Übung

Abgabe: Mi.,08.12.04
(bis 12:00, im Briefkasten)

Aufgabe 24



Im Schwerefeld gleitet eine homogene Stange (Länge $2l$, Trägheitsmoment I) reibungsfrei mit dem Ende A auf dem horizontalen Boden und dem Ende B an der vertikalen Wand. Ihr Schwerpunkt sei $\underline{r} = (x, y)$.

a) Berechnen Sie $|\underline{r}(t)|$. Wieviele Freiheitsgrade hat das System ?

b) Wie lautet die Lagrangefunktion ?

c) Geben Sie die Lagrangegleichung für $\varphi(t)$ an und integrieren Sie diese einmal mit $\varphi(0) = \varphi_0$ und $\dot{\varphi}(0) = 0$.

d) Bei welchem Winkel φ löst sich die Stange von der Wand ?
Hinweis: Es gilt dann gerade $\ddot{x}(t) = 0$.

Aufgabe 25

Zeigen Sie, daß in einer Ebene die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten P_1 und P_2 eine Gerade ist. Stellen Sie dazu die Länge des Weges zwischen den Punkten durch

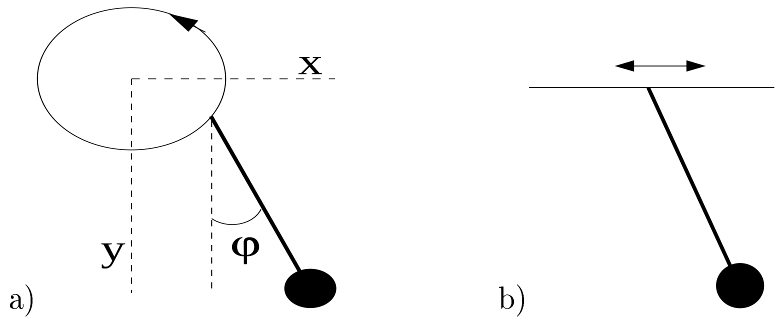
$$S = \int_{(P_1)}^{(P_2)} ds$$

dar, wobei in der x-y-Ebene für das Linienelement ds gilt:

$$ds = dx\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = dx\ \sqrt{1 + y'^2} \equiv dx\ L(y')$$

Betrachten Sie dann die Euler-Lagrange Gleichung für das Problem $\delta S = 0$.

Aufgabe 26

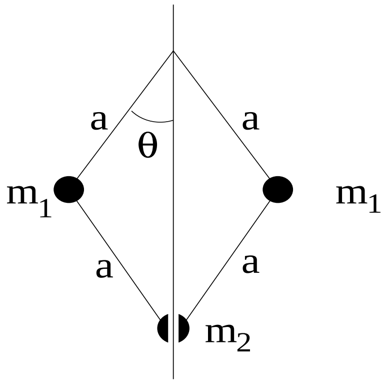


Finden Sie die Lagrange-Funktionen folgender Systeme, die sich im homogenen Schwerefeld befinden (Schwerebeschleunigung: g).

a) Ein Pendel der Länge l mit Masse m, dessen Aufhängepunkt sich entlang eines vertikalen Kreises (Radius a) mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω bewegt.

b) Ein Pendel der Länge l mit Masse m, dessen Aufhängepunkt horizontale Schwingungen $x_0 = a \cdot \cos(\omega t)$ ausführt.

Aufgabe 27



In obiger Zeichnung kann sich eine Masse m_2 reibungsfrei auf der vertikalen Achse auf und ab bewegen. Der Scheitel der Raute mit Schenkeln der Länge a ist mit einem Lager an der vertikalen Achse fixiert. Bei beiden Massen m_1 befinden sich Gelenke. Das ganze System rotiert mit fester Winkelgeschwindigkeit ω um die vertikale Achse. (Die ganze Anordnung heißt Fliehkraftregler und wurde 1788 von James Watt als Drehzahlregler für Dampfmaschinen erfunden.)

a) Finden Sie die Lagrangefunktion. (Verwenden Sie den Winkel θ als verallgemeinerte Koordinate.)

b) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen.