Übungsaufgaben **Theoretische Physik I**

WS 04/05 Prof. Dr. C. Gros

5. Übung

Abgabe: Mi.,24.11.04
(bis 12:00, im Briefkasten)

Aufgabe 16

Zeigen Sie, daß die Bewegungsgleichung des harmonischen Oszillators

$$\ddot{x} = -\alpha^2\, x - 2\beta\ \dot{x}$$

im Fall unterkritischer Dämpfung $\alpha > \beta$ die Lösung

$$x(t) = x(0)e^{-\beta t}\left(\cos\omega_0 t + \frac{\beta}{\omega_0}\sin\omega_0 t\right) + \dot{x}\ (0)e^{-\beta t}\frac{1}{\omega_0}\sin\omega_0 t$$

hat. Beweisen Sie weiter die in der Vorlesung angegebene
Form für den Propagator P(t,0) !

Aufgabe 17

Eine Kurve soll gleichzeitig mit konstanter Geschwindigkeit $\dot{\underline{r}} = v_0$ und konstanter Flächengeschwindigkeit $\dot{\underline{F}} = \frac{1}{2}\,(\underline{r} \times \dot{\underline{r}}) = \frac{1}{2}\,\underline{c}$ durchlaufen werden. Man bestimme die möglichen Bahnkurven !
Hinweis: Leiten Sie die beiden Fälle I) $\ddot{\underline{r}} = 0$ und II) $\dot{\underline{r}} \perp \ddot{\underline{r}}$, $\ddot{\underline{r}} \parallel \underline{r}$ ab und betrachten Sie diese einzeln.

Aufgabe 18

Zeigen Sie, daß die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\dot{\underline{z}}(t) = \underline{\underline{A}}(t)\underline{z}(t) + \underline{b}(t)$$

mit Inhomogenität $\underline{b}(t)$ die Form

$$\underline{z}(t) = \underline{\underline{P}}(t,s)\underline{z}(s) + \int_s^t d\tau \underline{\underline{P}}(t,\tau)\underline{b}(\tau)$$

hat.

Berechnen Sie damit die allgemeine Lösung des gedämpften, harmonischen Oszillators mit der Inhomogenitat $b(t) = b\, e^{i\omega t}$.
Vergleichen Sie mit dem Ergebnis der Vorlesung.

Verifizieren Sie durch Berechnung von $\dot{\underline{z}}\,(t)$.

Aufgabe 19

Betrachten Sie die Bewegung eines Teilchens der Masse m im parabolischen Potential (harmonischer Oszillator). Zusätzlich soll auf das Teilchen die zeitabhängige Kraft

$$F(t) = F_0\, e^{-\alpha t}$$

wirken.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf.

b) Lösen Sie die Bewegungsgleichung, indem Sie als spezielle Lösung der inhomogenen Differentialgleichung einen Ansatz verwenden, der die selbe Form hat wie die Inhomogenität $F(t)$.

c) Diskutieren Sie die Lösung für reelle und imaginäre Koeffitienten α.