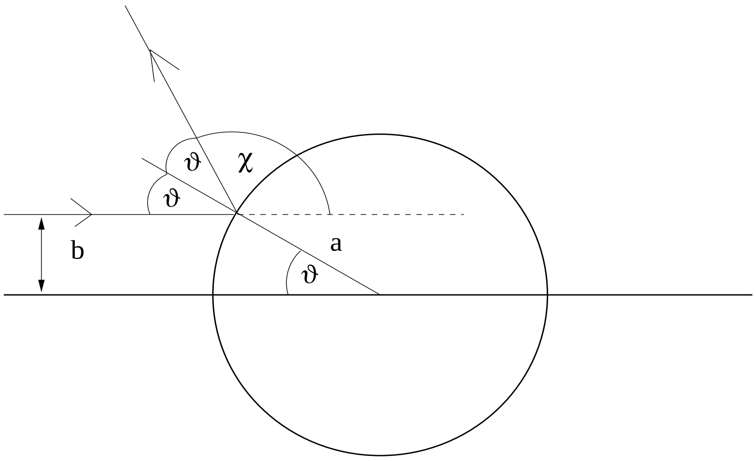
Übungsaufgaben — Theoretische Physik I

WS 04/05 — Prof. Dr. C. Gros

4. Übung — Abgabe: Mi.,17.11.04
(bis 12:00, im Briefkasten)



Aufgabe 12

Die Streuung von Neutronen an Kernen soll klassisch behandelt werden. Die Wechselwirkung werde durch ein Harte-Kugel-Potential der Form

$$V(\underline{r}) = \infty \text{ bzw. } 0 \text{ für } r < a \text{ bzw. } r > a$$

beschrieben. Die Kernmasse sei beliebig groß gegen die Neutronenmasse.

a) Wie hängt der Streuwinkel χ (Winkel zwischen den Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoß) mit dem Stoßparameter b zusammen ?

b) Berechnen Sie den differentiellen Streuquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ und daraus den integralen Streuquerschnitt $\sigma = \int_\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$. Begründen Sie das Ergebnis anschaulich !

Aufgabe 13

Zeigen Sie, daß im Gravitationspotential $V(r) = -\frac{\alpha}{r}$ der Lenz' sche Vektor

$$\underline{\lambda} = \left(\frac{1}{\alpha}\, \underline{L} \times \dot{\underline{r}} + \frac{1}{r}\, \underline{r} \right)$$

eine Erhaltungsgröße ist.

Hinweis: Leiten Sie aus $2r\,\dot{r} \equiv \frac{d}{dt}(r^2)$ einen Zusammenhang zwischen $r\,\dot{r}$ und $\underline{r}\,\dot{\underline{r}}$ her !

Aufgabe 14

Eine Änderung des Potentials $V_0(r) = -\alpha/r$ um eine kleine Größe $\Delta V(r)$ bewirkt, dass ganz im Endlichen verlaufende Bahnen nicht mehr geschlossen sind. Die resultierenden Bahnen sind nahezu Kepler-Ellipsen, die jedoch nicht schliessen, sondern eine Periheldrehung zeigen: Das Perihel verschiebt sich pro Umlauf um den Winkel $\Delta\phi$. Die Bahnkurve hat die Form einer Rosette. Berechnen Sie die Perihelverschiebung $\Delta\phi$ für die Störung $\Delta V(r) = \beta/r^2$.

Zeigen Sie zunächst, dass sich aus der allgemeinen Beziehung für Bewegungen im Zentralkraftfeld

$$\phi(r) = \int^{r} \frac{l/r'^2}{\sqrt{2m(E - V(r')) - l^2/r'^2}}\, dr'$$

folgender Ausdruck herleiten lässt

$$\Delta\phi = -2\frac{\partial}{\partial l} \int_{r_{min}}^{r_{max}} \sqrt{2m(E - V(r')) - l^2/r'^2}\, dr' - 2\pi\ ,$$

wobei $V(r) = V_0(r) + \Delta V(r)$ ist. Entwickeln Sie diesen Ausdruck bis zur linearen Ordnung in ΔV und schreiben Sie das resultierende Integral über r in ein Integral über die Winkelvariable ϕ um. Die Integration ist dann besonders einfach.

Aufgabe 15

Im Rahmen des Keplerproblems soll die Bahnkurve $\varphi(r)$ durch numerische Integration mit Hilfe des Ausdrucks

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{l}{r^2\sqrt{2\mu(E - U(r))}}$$

bestimmt werden. Schreiben Sie ein Programm, das die Entwicklung

$$\varphi(r' + \Delta\, r) = \varphi(r') + \frac{d\varphi}{dr}\,\Delta\, r$$

zur Berechnung von $\varphi(r) - \varphi(r_0)$ auswertet, wobei $\frac{d\varphi}{dr}$ einmal an der Stelle r', einmal an der Stelle $r' + \Delta\, r$ genommen wird.
Schließen sich die Bahnen von Ellipsen ?