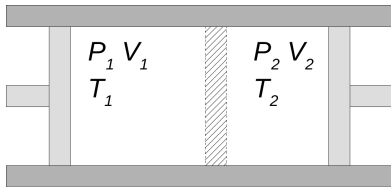


## Blatt №5

Dr. Vladislav Borisov <borisov@itp.uni-frankfurt.de>

**Aufgabe 13** (*Joule-Thomson-Prozess*) (8 Pkte.)



Im Joule-Thomson-Prozess wird ein Gas mit dem Volumen  $V_1$  und der Anfangstemperatur  $T_1$  bei konstantem Druck  $p_1$  durch eine poröse Wand in ein anderes Volumen  $V_2$  mit kleinerem und konstant gehaltenem Druck  $p_2$  gepresst. Dadurch ändert sich die Temperatur des Gases. Das ganze System ist thermisch isoliert.

- Berechnen Sie die Arbeit, die beim Strömen vom Gas durch die Wand verrichtet wird. Zeigen Sie, dass die Enthalpie in diesem Prozess erhalten ist. (1 Pkt.)
- Unter der Annahme, dass der Druck um  $p_1 - p_2 = \Delta p$  reduziert wird, bestimmen Sie die Temperaturänderung  $\Delta T$ , indem Sie das Differential der Enthalpie in ihren natürlichen Variablen untersuchen. Wie und aus welchem Grund ändert sich die Entropie des Gases im Joule-Thomson-Prozess? (3 Pkte.)

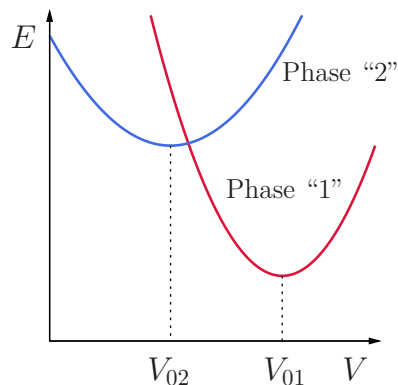
*Hinweis: drücken Sie die Entropie als Funktion von  $T$  und  $P$  aus und nutzen Sie die Maxwell-Relation für die Ableitung der Entropie.*

- Wie groß ist die Temperaturänderung  $\Delta T$  für ein ideales Gas? (1 Pkt.)
- Für ein reales Gas mit der Zustandsgleichung

$$\left(P + a \frac{N^2}{V^2}\right) (V - bN) = Nk_B T; \quad a, b = \text{const}$$

finden Sie im  $P$ - $V$ -Diagramm die sogenannte Inversionskurve, für die die Endtemperatur im Joule-Thomson-Prozess gleich dem Anfangswert ist ( $T_2 = T_1$ ). Welche Bereiche in diesem Diagramm entsprechen der Abkühlung ( $\Delta T < 0$ ) und welche dem Temperaturanstieg ( $\Delta T > 0$ )? (3 Pkte.)

**Aufgabe 14** (*Phasenübergänge unter Druck*) (6 Pkte.)



Ein homogenes System im Festkörperzustand hat zwei stabile Phasen ("1" und "2"). Im Grenzfall  $T = 0$  sind die Energien dieser Phasen als Funktionen von Volumen gegeben durch:

$$\begin{aligned} E_1(V) &= E_{01} + B_1(V - V_{01})^2 \\ E_2(V) &= E_{02} + B_2(V - V_{02})^2 \end{aligned} \tag{1}$$

Alle Parameter in diesen Zustandsgleichungen sind konstant und es gilt  $V_{02} < V_{01}$  und  $E_{02} > E_{01}$ . Somit ist Phase "1" der bevorzugte Zustand bei null Druck.

- a) Für den Fall  $T = 0$  bestimmen Sie den kritischen Druck, bei dem Phase "1" in Phase "2" übergeht. (2 Pkte.)
- b) Unter welchen Bedingungen gibt es (i) nur einen Phasenübergang oder (ii) zwei unterschiedliche Übergänge? Wann ist Phase "1" der Grundzustand unabhängig vom Druck? (2 Pkte.)
- c) Wie kann man den kritischen Druck graphisch mithilfe vom  $E$ - $V$ -Diagramm finden? Skizzieren Sie die  $E(V)$  Funktionen der beiden Phasen für die drei im Punkt **b)** erwähnten Fälle, wo die Anzahl der Phasenübergänge 0, 1 oder 2 ist. (2 Pkte.)

*Hinweis: verwenden Sie die Definition von Enthalpie  $H = E + PV$ . Nutzen Sie das Prinzip, dass bei gegebenem Druck und  $T = 0$  die Phase mit der minimalen Enthalpie gewinnt.*

**Aufgabe 15** (Thermodynamische Potentiale des Photonengases) (6 Pkte.)

Nach dem Stefan-Boltzmann Gesetz ist die Energiedichte der Wärmestrahlung eines schwarzen Körpers (Photonengas) eine reine Funktion der Temperatur:

$$\frac{U(T, V)}{V} = \varepsilon(T) = \sigma T^4, \quad \sigma = \text{const} \quad (2)$$

Der Druck des Photonengases ist gegeben durch  $P = \varepsilon(T)/3$ .

Berechnen Sie die thermodynamischen Potentiale (Entropie, freie Energie, innere Energie und Enthalpie) *in den natürlichen Variablen*. (4 Pkte.) Durch die Analyse der Gibb'schen Enthalpie  $G(T, P, N)$ , bestimmen Sie das chemische Potential  $\mu$  des Photonengases. (2 Pkte.)