Blatt №4

Dr. Vladislav Borisov <borisov@itp.uni-frankfurt.de>

Aufgabe 10 (*Mayersche Relation für magnetische Systeme*) (7 Pkte.)

Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik lässt sich für ein homogenes magnetisches System folgendermaßen schreiben $dU = TdS - PdV + BdM$, wobei B für die magnetische Induktion steht und M das magnetische Moment ist.

a) Leiten Sie die Maxwell-Relationen her: *(2 Pkte.)*

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{T,B} = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,B}, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_{T,V} = \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_{V,B}$$

Hinweis: untersuchen Sie das Differential der Funktion $G = U - TS - BM$

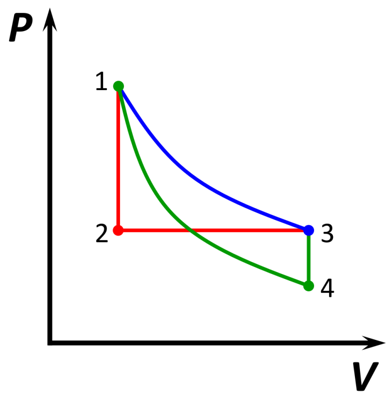
b) Beweisen Sie folgende Relationen:

$$C_{V,B} - C_{V,B=0} = T \int_0^B dB' \left(\frac{\partial^2 M}{\partial T^2}\right)_{V,B'}, \quad \textit{(2 Pkte.)}$$

$$C_{V,B} - C_{V,M} = T \frac{\left[\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_{V,B}\right]^2}{\left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_{T,V}}, \quad \textit{(3 Pkte.)}$$

Hinweis: beim zweiten Ausdruck folgen Sie dem in der Vorlesung vorgestellten Beweis der Mayerschen Relation für nicht-magnetische Systeme.

Aufgabe 11 (*Entropie als Zustandsfunktion*) (7 Pkte.)



Als eine Zustandsfunktion ist die Entropie durch die Angabe von P und V Parameter eindeutig definiert. Dementsprechend hängt die Entropieänderung in einem gewissen Prozess nur von dem Anfangs- und Endpunkt ab, aber nicht vom exakten Verlauf dieses Prozesses. Prüfen Sie diese Eigenschaft der Entropie, indem Sie die Entropieänderung für drei unterschiedliche Prozesse (siehe Abbildung) ausrechnen:

a) isochore Abkühlung ($1 \to 2$) gefolgt von isobarer Expansion ($2 \to 3$); *(2 Pkte.)*

b) isotherme Expansion ($1 \to 3$); *(1 Pkt.)*

c) adiabatische Abkühlung ($1 \to 4$) gefolgt von isochorem Druckanstieg ($4 \to 3$). *(2 Pkte.)*

Zeigen Sie, dass ΔS in allen diesen Fällen gleich ist. (*2 Pkte.*)

Nehmen Sie an, dass es sich bei diesen Prozessen um ein ideales Gas mit der internen Energie $U = C_V T$ ($C_V = \text{const}$) handelt.

Aufgabe 12 (*Stabilität thermodynamischer Systeme*) (6 Pkte.)

Betrachten wir ein geschlossenes System, das aus zwei identischen Teilsystemen mit konstanten Volumina V_1 und V_2 und Teilchenzahlen N_1 und N_2 besteht. Wie in der Vorlesung später erklärt wird, ist die gesamte Entropie S im Gleichgewicht maximal. Ausgehend von diesem Grundprinzip, beweisen Sie, dass:

a) die beiden Teilsysteme im Gleichgewicht gleiche Temperaturen besitzen; *(3 Pkte.)*

b) positive Wärmekapazität ($C_V > 0$) eine Voraussetzung für die Stabilität des Systems darstellt. *(3 Pkte.)*

Hinweis: die Entropie ist eine additive Größe ($S = S_1 + S_2$) ebenso, wie die Energie ($E = E_1 + E_2$). Betrachten Sie kleine Abweichungen vom Gleichgewicht bis zur 2. Ordnung von δE und nutzen Sie den 1. Hauptsatz der Thermodynamik.