Blatt №2

Dr. Vladislav Borisov <borisov@itp.uni-frankfurt.de>

Aufzeichnung der Vorlesung ist verfügbar unter dem Link.

Aufgabe 4 (*Thermodynamischer Limes*) (9 Pkte.)

Es wird ein Behälter mit Volumen V und N identischen Gasteilchen betrachtet. Der Behälter wird durch eine imaginäre Wand in zwei Volumina V_1 und V_2 geteilt ($V_1 + V_2 = V$), wobei die Teilchen von einem zum anderen Teilsystem ohne Energieaufwand wechseln können.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, N_1 und N_2 Teilchen ($N_1 + N_2 = N$) in den entsprechenden Teilen des Systems zu finden. Nehmen Sie dabei an, dass jedes Teilchen im Laufe der thermischen Bewegung mit gleicher Wahrscheinlichkeit unterschiedliche Orte im Behälter besucht. *(2 Pkte.)*

b) Im Fall großer Teilchenzahl ($N \gg 1$), schreiben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung aus **a)** in Form einer Gaussverteilung mithilfe von der Stirling-Formel:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

Bestimmen Sie die mittlere Teilchenzahl in jedem Teilsystem. *(5 Pkte.)*

c) Wie groß sind die Fluktuationen der Teilchenzahl $\Delta N_{1,2}$ in jedem der zwei Volumina? Wie skalieren die relativen Abweichungen $\Delta N_i / N_i$ ($i = 1, 2$) mit der Gesamtteilchenzahl N? Diskutieren Sie das Ergebnis im Bezug auf thermodynamische Systeme. *(2 Pkte.)*

Aufgabe 5 (*Stirling Prozess*) (5 Pkte.)

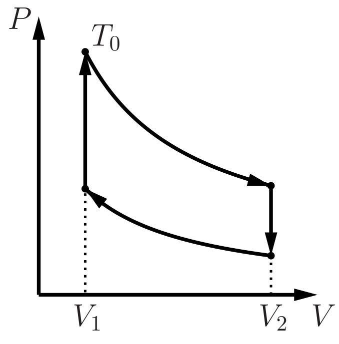

Abb. 1. Stirling Prozess

Im Stirling Prozess (Abb. 1) expandiert ein ideales Gas bei konstanter Temperatur T_0, wobei das Volumen sich um Faktor $r = V_2/V_1$ vergrößert. Im zweiten Schritt, wird das Gas bei konstantem Volumen abgekühlt und die entsprechende Temperaturänderung beträgt ΔT. Danach wird das Gas bei konstanter Temperatur komprimiert und anschließend bei konstantem Volumen erhitzt.

a) Berechnen Sie die vom Gas geleistete Arbeit W im gesamten Prozess und drücken Sie das Resultat durch r und ΔT aus. *(3 Pkte.)*

b) Wieviel Wärme Q wird dem Gas im Laufe vom Stirling Prozess zugeführt? Verwenden Sie den Ausdruck $U = \frac{3}{2} N k_\mathrm{B} T$ für die interne Energie eines idealen monoatomigen Gases. Bestimmen Sie außerdem die Effizienz η von diesem Prozess anhand der Definition $\eta = \frac{W}{Q}$ und folgender Werte der Parameter $T_0 = 500\,\mathrm{K}$, $\Delta T = 200\,\mathrm{K}$ und $r = 2$. *(2 Pkte.)*

Aufgabe 6 (*Response-Eigenschaften realer Gase*) (6 Pkte.)

Für thermodynamische Systeme sind die isotherme Kompressibilität κ_T und die isobare Volumenausdehnung α folgendermaßen definiert:

$$\kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T, \quad \alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \tag{1}$$

Werten Sie zuerst diese zwei Größen für ein ideales Gas aus, für welches die Zustandsgleichung gilt: $PV = N k_\mathrm{B} T$. *(1 Pkt.)*

Die obige Zustandsgleichung ist für reale Gasse nur im Grenzfall kleiner Drucke P oder großer Volumina V anwendbar. Im Allgemeinen werden zusätzliche Terme notwendig, die die Abweichung vom idealen Gas beschreiben. Berechnen Sie die Responsegrößen κ_T und α für die folgenden genäherten Zustandsgleichungen realer Gase:

a) $PV = N k_\mathrm{B} T\,(1 + A(T) \cdot P)$ *(1 Pkt.)*

b) $P(V - NB) = N k_\mathrm{B} T$, B=const *(1 Pkt.)*

c) $PV = N k_\mathrm{B} T \left(1 + \frac{C(T)}{V}\right)$ *(2 Pkte.)*

Wie unterscheidet sich das Ergebnis in jedem dieser Fälle vom idealen Gas? *(1 Pkt.)*