Goethe-Universität Frankfurt
Fachbereich Physik

Prof. Dr. Claudius Gros
Dr. Harald O. Jeschke

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

Frankfurt, 29. Januar 2016

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Physik III - Elektrodynamik
Wintersemester 2015/16

Blatt 13

(Abgabetermin: Freitag, 5. 2. 2016, 12:00 Uhr in der Vorlesung)

Name(n)	
Übungsgruppe	
Punkte	

Aufgabe 48 (**Zwillingsparadoxon**) (9 Punkte)

Ein Raumschiff verlässt die Erde. Es ist so gebaut, dass es eine gleichförmige Beschleunigung von der Größe der Erdbeschleunigung g in seinem Ruhesystem erzeugt. Die Beschleunigung wirke genau 5 Jahre (nach den Uhren im Raumschiff), dann wird genauso lange gebremst, umgedreht, wieder 5 Jahre beschleunigt, dann 5 Jahre gebremst und auf der Erde gelandet. Für die Besatzung des Raumschiffs sind jetzt seit dem Start 20 Jahre vergangen. Welche Zeitspanne verging auf der Erde zwischen Start und Landung?

Hinweis: Das Koordinatensystem des Raumschiffs ist kein Inertialsystem. Es kann aber in jedem Moment von einem Inertialsystem S' begeleitet werden, das mit dem Inertialsystem der Erde über eine Lorentz-Transformation verknüpft ist. Diese verknüpft insbesondere die Vierervektoren u und a der Geschwindigkeit und der Beschleunigung in S und S' ($u_\mu = \frac{dx_\mu}{d\tau}$ und $a_\mu = \frac{d^2x_\mu}{d\tau^2}$).

Aufgabe 49 (**Lorentzinvarianz der Wellengleichung**) (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Wellengleichung in einer Raumdimension

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right)\phi(x,t) = 0 \tag{1}$$

invariant unter einer Lorentz-Transformation ist. Führen Sie dazu explizit die Lorentz-Transformation für x und t durch und zeigen Sie, dass sich der Wellenoperator $\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta$ wie ein Skalar transformiert, sodass die Wellengleichung forminvariant ist.

Aufgabe 50 (**Hohlleiter**) (6 Punkte)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass sich in einem rechteckigen Hohlleiter bestimmte Moden ausbreiten können; das sind TM-Wellen mit $\mathsf{B}_z = 0$ (bei vertikaler Aussrichtung des Hohlleiters, Ausbreitungsrichtung $\mathbf{k} = \mathsf{k}\mathbf{e}_z$) und TE-Wellen mit $\mathsf{E}_z = 0$. Beweisen Sie, dass es keine TEM-Wellen mit $\mathsf{E}_z = 0$ und $\mathsf{B}_z = 0$ geben kann.